



Серия

РЕШЕБНИК

ТОЛЬКО ДЛЯ
РОДИТЕЛЕЙ

NEW

Решение контрольных работ по алгебре к двум изданиям

«АЛГЕБРА
Контрольные работы
7 класс»

Ю. П. Дудницын,
Е. Е. Тульчинская;
под ред. А. Т. Мордковича

7



А.А. Сапожников

Решение контрольных работ по алгебре за 7 класс

к учебным изданиям

**«Алгебра. 7 кл. Контрольные работы:
учебное пособие для общеобразоват. учреждений /**

**Ю.П. Дудницын, Е.Е. Тульчинская;
под ред. А.Г. Мордковича. — 8-е изд. —**

М.: Мнемозина, 2006»

**и «Алгебра. 7 кл.: контрольные работы /
Ю.П. Дудницын; под ред. А.Г. Мордковича. —
2-е изд. — М.: Мнемозина, 2000»**

Учебно-методическое пособие

*Издание пятое,
переработанное и исправленное*

**Издательство
«ЭКЗАМЕН»**

**МОСКВА
2009**

Имя автора и название цитируемого издания указаны на титульном листе данной книги (ст. 1274 п. 1 части четвертой Гражданского кодекса Российской Федерации).

Изображения пособий «Алгебра. 7 кл. Контрольные работы: учебное пособие для общеобразоват. учреждений / Ю.П. Дудницын, Е.Е. Тульчинская; под ред. А.Г. Мордковича. — 8-е изд. — М.: Мнемозина, 2006» и «Алгебра. 7 кл.: контрольные работы / Ю.П. Дудницын; под ред. А.Г. Мордковича. — 2-е изд. — М.: Мнемозина, 2000» приведены на обложке данного издания исключительно в качестве иллюстративного материала (ст. 1274 п. 1 части четвертой Гражданского кодекса Российской Федерации).

Сапожников, А.А.

С19 Решение контрольных работ по алгебре за 7 класс к учебному изданию Ю.П. Дудницына «Алгебра. 7 класс: контрольные работы»: учебно-методическое пособие / А.А. Сапожников. — 5-е изд., перераб. и исправ. — М.: Издательство «Экзамен», 2009. — 62, [2] с. (Серия «Решебник»)

ISBN 978-5-377-02189-6

Предлагаемое учебное пособие содержит подробное решение контрольных работ по алгебре за 7 класс из учебных изданий «Алгебра. 7 кл. Контрольные работы: учебное пособие для общеобразоват. учреждений / Ю.П. Дудницын, Е.Е. Тульчинская; под ред. А.Г. Мордковича. — 8-е изд. — М.: Мнемозина, 2006» и «Алгебра. 7 кл.: контрольные работы / Ю.П. Дудницын; под ред. А.Г. Мордковича. — 2-е изд. — М.: Мнемозина, 2000»

Пособие адресовано родителям, которые смогут проконтролировать правильность решения, а в случае необходимости помочь детям в выполнении домашней работы по алгебре.

УДК 373:512
ББК 22.14я72

Формат 84х108/32. Гарнитура «Таймс». Бумага типографская.
Уч.-изд. л. 1,02. Усл. печ. л. 3,36. Тираж 11 000 экз. Заказ № 4591(3)

ISBN 978-5-377-02189-6

© Сапожников А.А., 2009

© Издательство «ЭКЗАМЕН», 2009

СОДЕРЖАНИЕ

«Алгебра. 7 кл. Контрольные работы учебное пособие для общеобразовательных учреждений / Ю.П. Дудницын, Е.Е. Тульчинская; под ред. А.Г. Мордковича. — 8-е изд. — М.: Мнемозина, 2006»

Контрольная работа № 1	6
Вариант 1	6
Вариант 2	6
Вариант 3	7
Вариант 4	7
Контрольная работа № 2	7
Вариант 1	7
Вариант 2	8
Вариант 3	9
Вариант 4	9
Контрольная работа № 3	10
Вариант 1	10
Вариант 2	10
Вариант 3	11
Вариант 4	11
Контрольная работа № 4	12
Вариант 1	12
Вариант 2	12
Вариант 3	12
Вариант 4	13
Контрольная работа № 5	13
Вариант 1	13
Вариант 2	14
Вариант 3	14
Вариант 4	15
Контрольная работа № 6	15
Вариант 1	15
Вариант 2	16
Вариант 3	16
Вариант 4	17
Контрольная работа № 7	17
Вариант 1	17
Вариант 2	18
Вариант 3	19
Вариант 4	20
Контрольная работа № 8	21
Вариант 1	21
Вариант 2	22
Вариант 3	23
Вариант 4	24

Контрольная работа № 9	25
Вариант 1	25
Вариант 2	26
Вариант 3	27
Вариант 4	28
Контрольная работа № 10	29
Вариант 1	29
Вариант 2	30
Вариант 3	31
Вариант 4	32

«Алгебра. 7 кл.: контрольные работы / Ю.П. Дудницын; под ред.
А.Г. Мордковича. — 2-е изд. — М.: Мнемозина, 2000»

Контрольная работа № 1	34
Вариант № 1	34
Вариант № 2	34
Вариант № 3	35
Вариант № 4	36
Контрольная работа № 2	36
Вариант № 1	36
Вариант № 2	37
Вариант № 3	38
Вариант № 4	38
Контрольная работа № 3	39
Вариант № 1	39
Вариант № 2	39
Вариант № 3	40
Вариант № 4	41
Контрольная работа № 4	41
Вариант № 1	41
Вариант № 2	42
Вариант № 3	42
Вариант № 4	42
Контрольная работа № 5	43
Вариант № 1	43
Вариант № 2	43
Вариант № 3	44
Вариант № 4	44
Контрольная работа № 6	45
Вариант № 1	45
Вариант № 2	45
Вариант № 3	46
Вариант № 4	46
Контрольная работа № 7	47
Вариант № 1	47

Вариант № 2	48
Вариант № 3	49
Вариант № 4	50
Контрольная работа № 8	50
Вариант № 1	50
Вариант № 2	52
Вариант № 3	53
Вариант № 4	54
Контрольная работа № 9	55
Вариант № 1	55
Вариант № 2	56
Вариант № 3	56
Вариант № 4	57
Контрольная работа № 10	58
Вариант № 1	58
Вариант № 2	59
Вариант № 3	60
Вариант № 4	61

Контрольная работа № 1

Вариант 1

1. Найдите значение числового выражения

$$1,75 - \left(\frac{7}{15} : 1\frac{13}{15} + \frac{3}{8} \right)$$

Решение:

$$1\frac{3}{4} - \left(\frac{7}{15} : 1\frac{13}{15} + \frac{3}{8} \right) = \frac{7}{4} - \left(\frac{7}{15} : \frac{28}{15} + \frac{3}{8} \right) = \frac{7}{4} - \left(\frac{7}{15} \cdot \frac{15}{28} + \frac{3}{8} \right) = \frac{7}{4} - \left(\frac{1}{4} + \frac{3}{8} \right) = \frac{7}{4} - \frac{5}{8} = \frac{9}{8}$$

2. Найти значение алгебраического выражения:

а) $(a + 2b)(2a - b)$ при $a = 3, b = 8$.

Решение:

$$(a + 2b)(2a - b) = 2a^2 - ab + 4ab - 2b^2 = 2a^2 + 3ab - 2b^2$$

$$\text{При } a = 3, b = 8: 2 \cdot 9 + 3 \cdot 3 \cdot 8 - 2 \cdot 64 = 18 + 72 - 128 = -38$$

б) $\frac{m-k}{m+k}$ при $m = 15, k = 3; \frac{15-3}{15+3} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}$.

3. Запишите на математическом языке сумму квадрата числа x и произведения чисел a и b . $x^2 + ab$.

4. Решите уравнение $(7x + 1) - (6x + 3) = 5$

Решение:

$$(7x + 1) - (6x + 3) = 5; 7x + 1 - 6x - 3 = 5; x = 7$$

5. Решите уравнение:

$$0,6(x + 7) = 0,5(x - 3) + 6,8$$

Решение:

$$\frac{3}{5}(x + 7) = \frac{1}{2}(x - 3) + 6\frac{4}{5}; \frac{3x}{5} + \frac{21}{5} = \frac{x}{2} - \frac{3}{2} + \frac{34}{5}; \frac{3x}{5} - \frac{x}{2} = \frac{34}{5} - \frac{3}{2} - \frac{21}{5}$$

$$\frac{x}{10} = \frac{11}{10}; x = 11.$$

6. $(v + 2,4)t = 46$ если $v = 20,6$ км/ч, $t = \frac{46}{20,6 + 2,4} = \frac{46}{23} = 2$ часа.

Вариант 2.

1. $\left(4\frac{5}{6} - 1\frac{7}{18} \cdot 2,4 \right) : 1,5 = \left(\frac{29}{6} - \frac{25}{18} \cdot \frac{12}{5} \right) : \frac{3}{2} = \left(\frac{29}{6} - \frac{10}{3} \right) : \frac{3}{2} = \frac{9}{6} \cdot \frac{2}{3} = \frac{3}{3} = 1$

2. а) $(3x - y)(x + 2y)$ при $x = 2, y = 9$

$$(3 \cdot 2 - 9)(2 + 2 \cdot 9) = -3 \cdot 20 = -60$$

б) $\frac{5b-a}{3b}$ при $a = 14, b = 4; \frac{5 \cdot 4 - 14}{3 \cdot 4} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$.

$$3. k(m^2 - n^2).$$

$$4. (10x + 5) - (9x + 3) = 3; 10x + 5 - 9x - 3 = 3; x = 1$$

$$5. 0,9(x + 2) = 0,8(x - 3) + 6,4; 0,9x + 1,8 = 0,8x - 2,4 + 6,4; 0,1x = 2,2; x = 22$$

$$6. 45 = 4,5x + yx \text{ если } y = 3; 45 = 4,5x + 3x; 7,5x = 45; x = 6.$$

Вариант 3.

1.

$$9 \frac{1}{2} : \left(1 \frac{4}{7} - \frac{5}{21} \cdot 0,9 \right) = \frac{19}{2} : \left(\frac{11}{7} - \frac{5}{21} \cdot \frac{9}{10} \right) = \frac{19}{2} : \left(\frac{11}{7} - \frac{3}{14} \right) = \frac{19}{2} : \frac{19}{14} = \frac{19}{2} \cdot \frac{14}{19} = 7$$

$$2. a) (p - 4q)(2p + q) \text{ при } p = 3, q = 8$$

$$(3 - 32)(6 + 8) = -29 \cdot 14 = -406$$

$$б) \frac{x + y}{5y}, x = 6, y = 2; \frac{6 + 2}{5 \cdot 2} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

$$3. 2a + (c - d)^2$$

$$4. (8x + 6) - (7x + 4) = 5; 8x + 6 - 7x - 4 = 5; x = 3$$

$$5. 0,5(x + 3) = 0,4(x - 6) + 7,7; 0,5x + 1,5 = 0,4x - 2,4 + 7,7; 0,1x = 3,8; x = 38$$

$$6. 50 = t(7 + k); k = 13; 50 = 20t; t = \frac{5}{2} = 2,5 \text{ часа}$$

Вариант 4.

$$1. \left(2,25 + 1 \frac{7}{8} \right) : 1 \frac{2}{9} - 3,5 = \left(2 \frac{1}{4} + 1 \frac{7}{8} \right) : 1 \frac{2}{9} - \frac{7}{2} = \left(\frac{9}{4} + \frac{15}{8} \right) : \frac{11}{9} - \frac{7}{2} = \frac{33}{8} \cdot \frac{9}{11} - \frac{7}{2} = \frac{27}{8} - \frac{7}{2} = -\frac{1}{8}$$

$$2. (m - 5k)(3m - k) \text{ при } m = 4, k = 1; (4 - 5)(3 \cdot 4 - 1) = -1 \cdot 11 = -11$$

$$3. x^3 - 3(a + b)$$

$$4. (9x + 5) - (8x + 6) = 7; 9x + 5 - 8x - 6 = 7; x = 8$$

$$5. 0,7(x + 4) = 0,6(x - 6) + 8,7; 0,7x + 2,8 = 0,6x - 3,6 + 8,7; 0,1x = 2,3; x = 23$$

$$6. 31 = (18 - v)p; v = 2,5 \text{ км/ч}; 31 = (18 - 2,5)p; p = 2.$$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2

Вариант 1

$$1. 1 - 5x^2 \text{ при } x = -4; 1 - 5 \cdot (-4)^2 = 1 - 80 = -79$$

$$2. a) a^{10} \cdot a^{15} = a^{25}$$

$$б) a^{16} : a^{11} = a^5$$

$$в) (a^7)^3 = a^{21}$$

$$г) (3x)^5 = 243x^5$$

$$д) \left(\frac{a}{5}\right)^4 = \frac{a^4}{625}$$

$$3. а) \frac{10^{15} \cdot 10^7}{10^{19}} = \frac{10^{22}}{10^{19}} = 10^3 = 1000$$

$$б) \frac{7^8}{7 \cdot 7^5} = \frac{7^8}{7^6} = 7^2 = 49$$

$$в) (13^2 - 12^2)^2 + (6^2 + 7^4)^0 = ((13-12)(13+12))^2 + 1 = 626$$

$$4. 10^{6x} = 1000; 10^{6x} = 10^3; 6x = 3; x = \frac{1}{2}$$

$$5. \frac{25^2 \cdot 5^5}{5^7} = \frac{5^4 \cdot 5^5}{5^7} = \frac{5^9}{5^7} = 5^2 = 25$$

$$6. (2^m)^k = 1024; (2^m)^k = 2^{10}$$

$$mk = 10, m = 5, k = 2.$$

Вариант 2

$$1. 3 - 4x^2 \text{ при } x = -5, 3 - 4 \cdot 25 = -97$$

$$2. a^9 \cdot a^{17} = a^{26}$$

$$б) a^{19} : a^{12} = a^7$$

$$в) (a^8)^5 = a^{40}$$

$$г) (2x)^6 = 64x^6$$

$$д) \left(\frac{a}{4}\right)^3 = \frac{a^3}{64}$$

$$3. а) \frac{13^{16} \cdot 13^7}{13^{21}} = \frac{13^{23}}{13^{21}} = 13^2 = 169$$

$$б) \frac{5^7}{5 \cdot 5^5} = \frac{5^7}{5^6} = 5$$

$$в) (14^2 - 13^2)^2 + (9^3 + 8^6)^0 = ((14-13)(14+13))^2 + 1 = 730$$

$$4. 6^{9x} = 216; 6^{9x} = 6^3$$

$$9x = 3; x = \frac{1}{3}$$

$$5. \frac{32^2 \cdot 2^5}{2^{12}} = \frac{2^{10} \cdot 2^5}{2^{12}} = 2^3 = 8$$

$$6. (2^k)^p = 256, (2^k)^p = 2^8, kp = 8$$

$$k = 4, p = 2; k = 2, p = 4$$

Вариант 3

1. $2 - 3x^2$ при $x = -7$

$2 - 3 \cdot 49 = 2 - 147 = -145$

2. а) $a^8 \cdot a^{18} = a^{26}$

б) $a^{13} : a^9 = a^4$

в) $(a^7)^6 = a^{42}$

г) $(4x)^3 = 64x^3$

д) $\left(\frac{a}{2}\right)^5 = \frac{a^5}{32}$

3. а) $\frac{15^{13} \cdot 15^6}{15^{17}} = \frac{15^{19}}{15^{17}} = 15^2 = 225$

б) $\frac{6^8}{6 \cdot 6^4} = \frac{6^8}{6^5} = 6^3 = 216$

в) $(15^2 - 14^2)^2 + (8^9 + 2^6)^0 = ((15-14)(15+14))^2 + 1 = 842$

4. $5^{12x} = 625$; $5^{12x} = 5^4$; $12x = 4$; $x = \frac{1}{3}$

5. $\frac{27^3 \cdot 3^4}{3^{10}} = \frac{3^9 \cdot 3^4}{3^{10}} = 3^3 = 27$

6. $(3^x)^y = 729$;

$xy = 6$, $x = 3$, $y = 2$

Вариант 4

1. $6 - 2x^2$ при $x = -8$; $6 - 2 \cdot 64 = 6 - 128 = -122$

2. а) $a^{11} \cdot a^{14} = a^{25}$

б) $a^{18} : a^{14} = a^4$

в) $(a^5)^4 = a^{20}$

г) $(5x)^4 = 625x^4$

д) $\left(\frac{a}{3}\right)^6 = \frac{a^6}{729}$

3. а) $\frac{14^{16} \cdot 14^6}{14^{21}} = \frac{14^{22}}{14^{21}} = 14$

б) $\frac{7^8 \cdot 7^5}{7^{11}} = \frac{7^{13}}{7^{11}} = 7^2$

в) $(12^2 - 11^2)^2 + (6^5 + 2^9)^0 = ((12-11)(12+11))^2 + 1 = 530$

4. $3^{8x} = 81$; $8x = 4$; $x = \frac{1}{2}$

$$5. \frac{64^6}{4 \cdot 4^{16}} = \frac{4^{18}}{4^{17}} = 4$$

$$6. (10^a)^b = 1000000, ab = 6, a = 2, b = 3$$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 3

Вариант 1

$$1. a) 8x^4 - 11x^4 + 3x^4 = 0$$

$$б) 3a^3b + 7a^2ba - 15ba^3 = -5a^3b$$

$$2. a) (-6p^4n^3) \left(\frac{1}{3}n^2p^2 \right) = 2p^6n^5$$

$$б) 36a^{12}c^3d : (-4ac^3) = -9a^{11}d$$

$$3. a) (-3x^2y^6)^2 = 9x^4y^{12}$$

$$б) (-2a^7y^7)^3 = -8a^{21}y^{21}$$

$$4. \frac{(2a^3)^5 \cdot (2a^2)^4}{(4a^7)^3} \text{ при } a = \frac{3}{2}; \frac{32a^{15} \cdot 16a^8}{64a^{21}} = 8a^2$$

$$8a^2 \text{ при } a = 1,5, \text{ равно } 8 \cdot \frac{9}{4} = 18$$

5. $x + (x + 3) + 2x = 23$, $4x = 20$, $x = 5$ — I семиклассник

8 ракет — II семиклассник

10 ракет — III семиклассник.

Вариант 2

$$1. a) 5x^5 - 14x^5 + 9x^5 = 0$$

$$б) 6a^5b + 8a^2ba^3 - 15ba^5 = -a^5b$$

$$2. a) (-8p^2n^4) \left(\frac{1}{2}n^4p^8 \right) = -4n^8p^{10}$$

$$б) 42a^{16}c^7d : (-7a^2c) = -6a^{14}c^6d$$

$$3. a) (-2x^3y^4)^6 = 64x^{18}y^{24}$$

$$б) (-3a^6y^8)^3 = -27a^{18}y^{24}$$

$$4. \frac{(3a^2)^5 \cdot (3a^3)^4}{(9a^{11})^2} = \frac{3^5a^{10} \cdot 3^4a^{12}}{3^4 \cdot a^{22}} = 243$$

5. x — количество деталей, изготовленных I-й бригадой

$590 = x + 3x + (x + 45)$; $5x = 545$, $x = 109$ — I бригада

327 — II бригада
154 — III бригада

Вариант 3

1. а) $7x^7 - 15x^7 + 8x^7 = 0$

б) $7ab^7 + 5b^6ab - 15b^7a = -3ab^7$

2. а) $\left(-10p^2n^5\right)\left(\frac{1}{5}n^2p^9\right) = -2p^{11}n^7$

б) $81a^{13}c^2d : (-9ac^2) = -9a^{12}d$

3. а) $(-5x^4y^2)^4 = 625x^{16}y^8$

б) $(-4a^5y^5)^3 = -64a^{15}y^{15}$

4. $\frac{(9a^4)^5(3a)^6}{(27a^6)^4} = \frac{3^{10}a^{20} \cdot 3^6a^6}{3^{12}a^{24}} = 3^4a^2 = 81a^2, a = \frac{2}{3}, 81 \cdot \frac{4}{9} = 36$

5. $578 = (x + 23) + x + 3x$

x — длина второй части проволоки

$5x = 555; x = 111$ м — длина второй части проволоки

134 м — длина первой части проволоки

333 м — длина третьей части проволоки.

Вариант 4

1. а) $9x^8 - 11x^8 + 2x^8 = 0$

б) $5a^4b + 5a^2ba^2 - 15ba^4 = -5a^4b$

2. а) $\left(-2p^6n^4\right)\left(\frac{1}{2}n^3p^3\right) = -p^9n^7$

б) $16a^{14}c^5d : (-2ac^5) = -8a^{13}d$

3. а) $(-7x^8y^9)^2 = 49x^{16}y^{18}$

б) $(-5a^5y^5)^3 = -125a^{15}y^{15}$

4. $\frac{(7a^2)^4 \cdot (7a^3)^5}{a^2(49a^8)^3} = \frac{7^4a^8 \cdot 7^5a^{15}}{a^2 \cdot 7^6a^{24}} = \frac{7^3}{a^3} = \left(\frac{7}{a}\right)^3; a = 3,5, \left(\frac{7}{3,5}\right)^3 = \left(\frac{7 \cdot 2}{7}\right)^3 = 2^3 = 8$

5. $700 = 2x + x + x + 500$

x — количество лимонов

$4x = 200, x = 50$ кг — лимонов

100 кг мандаринов

550 кг апельсинов

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 4

Вариант 1

1. а) $p(x) = 2x^3 - x^2 + 3 + 5x^3 - 3x - 1 = 7x^3 - x^2 - 3x + 2$

б) $p(x) = 2x^3 - x^2 + 3 - 5x^3 + 3x + 1 = -3x^3 - x^2 + 3x + 4$

2. а) $5x^3(x^2 - 1) = 5x^5 - 5x^3$

б) $(a + 3)(a - 1) = a^2 + 3a - a - 3 = a^2 + 2a - 3$

3. $\frac{x+14}{5} - \frac{6x+1}{7} = 2$; $7(x+14) - 5(6x+1) = 2 \cdot 35$; $7x + 98 - 30x - 5 = 70$

$93 - 70 = 30x - 7x$; $23x = 23$; $x = 1$

4. $(a - 2)(a + 1) - (a + 3)(a - 5) = a^2 - a - 2 - a^2 + 2a + 15 = a + 13 =$
 $= -\frac{1}{2} + 13 = 12,5$

5. x см — ширина

$(x + 3)$ см — длина

$x(x + 3)$ — площадь (см²)

$(x + 5)(x + 1)$ — новая площадь (см²)

$x(x + 3) + 20 = (x + 5)(x + 1)$; $x^2 + 3x + 20 = x^2 + 5x + x + 5$; $15 = 3x$, $x = 5$
 $x + 3 = 8$.

Вариант 2

1. а) $p(x) = 4x^3 + x + 2 + 6x^3 - 2x^2 - 1 = 10x^3 - 2x^2 + x + 1$

б) $p(x) = 4x^3 + x + 2 - 6x^3 + 2x^2 + 1 = -2x^3 + 2x^2 + x + 3$

2. а) $3x^5(1 - x^2) = 3x^5 - 3x^7$

б) $(a + 5)(a - 3) = a^2 + 5a - 3a - 15 = a^2 + 2a - 15$

3. $\frac{x+15}{3} - \frac{7x+4}{8} = 4$; $8(x+15) - 3(7x+4) = 24 \cdot 4$; $8x + 120 - 21x - 12 = 96$

$-13x + 108 = 96$; $13x = 12$; $x = \frac{12}{13}$

4. $(a - 3)(a + 4) - (a + 5)(a + 1) = a^2 + a - 12 - a^2 - 6a - 5 = -5a - 17 =$
 $= \frac{5}{3} - 17 = \frac{5 - 51}{3} = -\frac{46}{3} = -15\frac{1}{3}$

5. x — первое число

$(x + 1)$ — второе число

$(x + 2)$ — третье число

$(x + 1)(x + 2) = 17 + x^2$

$x^2 + 3x + 2 = 17 + x^2$

$3x = 15$

$x = 5$

Ответ: 5, 6, 7.

Вариант 3

1. а) $p(x) = x^3 - 3x^2 + 7 + 9x^3 + 2x - 2 = 10x^3 - 3x^2 + 2x + 5$

$$6) p(x) = x^3 - 3x^2 + 7 - 9x^3 - 2x + 2 = -8x^3 - 3x^2 - 2x + 9$$

$$2. a) 6x^4(1-x^2) = 6x^4 - 6x^6$$

$$6) (a-2)(a+5) = a^2 - 2a + 5a - 10 = a^2 + 3a - 10$$

$$3. \frac{x+8}{5} - \frac{5x+1}{3} = 9; 3(x+8) - 5(5x+1) = 15 \cdot 9$$

$$3x + 24 - 25x - 5 = 135; -22x + 19 = 135; 22x = 116; x = 5\frac{3}{11}$$

$$4. (a-6)(a+1) - (a+3)(a+2) = a^2 - 5a - 6 - a^2 - 5a - 6 = -2(5a+6) = -2\left(\frac{5}{2}+6\right) = -2 \cdot 8,5 = -17$$

5. x дм — ширина

$(x+4)$ дм — длина

$x(x+4)$ дм² — площадь

$(x+1)(x+2)$ — новая площадь (дм²)

$$x(x+4) - 6 = (x+1)(x+2); x^2 + 4x - 6 = x^2 + 3x + 2; x = 8$$

Ответ: 8 дм, 12 дм.

Вариант 4

$$1. a) p(x) = 5x^3 - 4x + 18 + 7x^3 + 3x^2 - 3 = 12x^3 + 3x^2 - 4x + 15$$

$$6) p(x) = 5x^3 - 4x + 18 - 7x^3 - 3x^2 + 3 = -2x^3 - 3x^2 - 4x + 21$$

$$2. a) 4x^2(x^3 - 1) = 4x^5 - 4x^2$$

$$6) (a+8)(a-4) = a^2 + 8a - 4a - 32 = a^2 + 4a - 32$$

$$3. \frac{x+18}{4} - \frac{4x-3}{3} = 7$$

$$3(x+18) - 4(4x-3) = 12 \cdot 7; 3x + 54 - 16x + 12 = 84; -13x + 66 = 84$$

$$13x = -18; x = -1\frac{5}{13}$$

$$4. (a-9)(a+1) - (a+8)(a+3) = a^2 - 8a - 9 - a^2 - 11a - 24 = -19a - 33 = -\frac{19}{3} - 33 = 6\frac{1}{3} - 33 = -27 + \frac{1}{3} = -26\frac{2}{3}$$

5. x — первое число

$(x+1)$ — второе число

$(x+2)$ — третье число

$$(x+1)(x+2) = x(x+1) + 18; x^2 + 3x + 2 = x^2 + x + 18; 2x = 16; x = 8$$

Ответ: 8, 9, 10.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 5

Вариант 1

$$1. a) (2a-1)^2 = 4a^2 - 4a + 1$$

$$6) (x+3y)^2 = x^2 + 6xy + 9y^2$$

$$\text{в) } \left(\frac{1}{5}x - y\right)\left(\frac{1}{5}x + y\right) = \frac{1}{25}x^2 - y^2$$

$$2. \text{ а) } (c-2)(c+3) - (c-1)^2 = c^2 - 2c + 3c - 6 - c^2 + 2c - 1 = 3c - 7$$

$$\text{б) } 3(a+c)^2 - 6ac = 3(a^2 + 2ac + c^2) - 6ac = 3a^2 + 6ac + 3c^2 - 6ac = 3(a^2 + c^2)$$

$$\text{в) } (p-3)(p^2 + 3p + 9) - p^3 = p^3 - 3p^2 + 3p^2 - 9p + 9p - 27 - p^3 = -27$$

$$3. \frac{12a^3 - 3a^2b}{3a} = \frac{3a^2(4a-b)}{3a} = a(4a-b) = -2(-8-10) = -2(-18) = 36$$

$$4. x, x+1, x+2 \text{ — числа}$$

$$(x+2)^2 = 37 + x(x+1); x^2 + 4x + 4 = 37 + x^2 + x; 3x = 33; x = 11$$

Ответ: 11, 12, 13.

Вариант 2

$$1. \text{ а) } (3n-4)^2 = 9n^2 - 24n + 16$$

$$\text{б) } (2x+y)^2 = 4x^2 + 4xy + y^2$$

$$\text{в) } \left(m + \frac{3}{4}n\right)\left(m - \frac{3}{4}n\right) = m^2 - \frac{9}{16}n^2$$

$$2. \text{ а) } (m-2)^2 - (m+1)(m-3) = m^2 - 4m + 4 - m^2 - m + 3m + 3 = -2m + 7$$

$$\text{б) } 5(d-c)^2 + 10dc = 5(d^2 - 2dc + c^2) + 10dc = 5(d^2 + c^2)$$

$$\text{в) } x^3 + (2-x)(x^2 + 2x + 4) = x^3 + 2x^2 + 4x + 8 - x^3 - 2x^2 - 4x = 8$$

$$3. (20a^4 - 4a^3b) : 4a = (5a^3 - a^2b) = a^2(5a-b) = 9(15+4) = 171$$

$$4. x+2, x \text{ — стороны квадратов}$$

$$(x+2)^2 = x^2 + 48; x^2 + 4x + 4 = x^2 + 48; 4x = 44$$

$$x = 11 \text{ — сторона II квадрата}$$

$$23 \text{ — сторона I квадрата}$$

Вариант 3

$$1. \text{ а) } (2h-3)^2 = 4h^2 - 12h + 9$$

$$\text{б) } (x+5y)^2 = x^2 + 10xy + 25y^2$$

$$\text{в) } \left(\frac{2}{3}a-b\right)\left(\frac{2}{3}a+b\right) = \frac{4}{9}a^2 - b^2$$

$$2. \text{ а) } (r+2)(r-5) - (r+4)^2 = r^2 - 3r - 10 - r^2 - 8r - 16 = -11r - 26$$

$$\text{б) } 3(a+2b)^2 - 12ab = 3a^2 + 12b^2$$

$$\text{в) } (m-1)(m^2+m+1) - m^3 = m^2 + m - m^2 - m - 1 = -1$$

$$3. \frac{18a^5 - 6a^4b}{6a^3} = a(3a-b) = 5(15+10) = 125$$

$$4. x, x+1, x+2 \text{ — последовательные числа}$$

$$x^2 + 41 = (x+1)(x+2)$$

$$x^2 + 41 = x^2 + 3x + 2$$

$$3x = 39; x = 13, 14, 15.$$

Вариант 4

1. а) $(2q - 2)^2 = 4q^2 - 8q + 4$

б) $(4x + y)^2 = 16x^2 + 8xy + y^2$

в) $\left(x + \frac{2}{5}y\right)\left(x - \frac{2}{5}y\right) = x^2 - \frac{4}{25}y^2$

2. а) $(z - 7)(z + 1) - (z + 3)^2 = z^2 - 6z - 7 - z^2 - 6z - 9 = -12z - 16$

б) $2(3k - l)^2 + 12kl = 18k^2 + 2l^2$

в) $y^3 + (5 - y)(25 + 5y + y^2) = y^3 + 125 + 25y + 5y^2 - 25y - 5y^2 - y^3 = 125$

3. $\frac{8a^6 - 2a^5b}{2a^3} = a^2(4a - b) = (-1)^2(-4 - 5) = -9$

4. $x^2 = (x - 3)x + 6$

$x^2 = x^2 - 3x + 6$

$3x = 6, x = 2^1$.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 6

Вариант 1

1. а) $3ab + a^2 = a(3b + a)$

б) $4b^3 - 3b^5 = b^3(4 - 3b^2)$

в) $-15a^3b - 5ab^2 - 10a^2b^4 = -5ab(3a^2 + b + 2ab^3)$

2. а) $5y(x + y) + x(x + y) = (x + y)(5y + x)$

б) $2a - ax + 2b - bx = a(2 - x) + b(2 - x) = (2 - x)(a + b)$

3. а) $20m^2 - 5n^4 = 5(4m^2 - n^4) = 5(2m - n^2)(2m + n^2)$

б) $-5x^2 + 20x - 20 = -5(x^2 - 4x + 4) = -5(x - 2)^2$

в) $64a^3 - b^3 = (4a - b)(16a^2 + 4ab + b^2)$

4. $x^3 + 2x^2 - 4x - 8 = 0$

$x^2(x + 2) - 4(x + 2) = 0,$

$(x + 2)(x^2 - 4) = 0$

$(x + 2)^2(x - 2) = 0$

$x + 2 = 0$ или $x - 2 = 0$

$x = -2$ $x = 2.$

5. $\frac{4,2 \cdot 7,3^2 - 4,2 \cdot 2,7^2}{2,1 \cdot 6,4^2 - 2,1 \cdot 3,6^2} = \frac{4,2(7,3 - 2,7)(7,3 + 2,7)}{2,1(6,4 - 3,6)(6,4 + 3,6)} =$

$= \frac{4,2 \cdot 4,6 \cdot 10}{2,1 \cdot 2,8 \cdot 10} = \frac{4,6}{1,4} = \frac{46}{14} = \frac{23}{7} = 3\frac{2}{7}.$

¹⁾ Задача не имеет решения, т.к. $x = 2 < 3$.

Вариант 2

1. а) $4ab + a^2 = a(4b + a)$

б) $5b^3 - 3b^5 = b^3(5 - 3b^2)$

в) $-12a^4b - 4ab^3 - 8a^5b^6 = -4ab(3a^3 + b^2 + 2a^4b^5)$

2. а) $3a(a + b) + b(a + b) = (3a + b)(a + b)$

б) $xm - 5n + 5m - xn = x(m - n) + 5(m - n) = (x + 5)(m - n)$

3. а) $3a^4 - 12b^2 = 3(a^4 - 4b^2) = 3(a^2 - 2b)(a^2 + 2b)$

б) $-2x^2 + 12x - 18 = -2(x^2 - 6x + 9) = -2(x - 3)^2$

в) $m^3 - 8k^3 = (m - 2k)(m^2 + 2km + 4k^2)$

4. $x^3 + 5x^2 - 25x - 125 = 0$

$x^2(x + 5) - 25(x + 5) = 0$

$(x + 5)(x^2 - 25) = 0$

$(x + 5)^2(x - 5) = 0$

$x + 5 = 0$ или $x - 5 = 0$

$x = -5; \quad x = 5$

5. $\frac{5,6 \cdot 5,5^2 - 5,6 \cdot 4,5^2}{2,8 \cdot 7,2^2 - 2,8 \cdot 2,8^2} = \frac{5,6(5,5 - 4,5)(5,5 + 4,5)}{2,8(7,2 - 2,8)(7,2 + 2,8)} = \frac{56}{28 \cdot 4,4} = \frac{1}{2,2} = \frac{10}{22} = \frac{5}{11}$

Вариант 3

1. а) $(5b^2 + 3ab) = b(5b + 3a)$

б) $7b^7 - 5b^5 = b^5(7b^2 - 5)$

в) $-9a^2b^2 - 3ab^3 - 6a^3b = -3ab(3ab + b^2 + 2a^2)$

2. а) $8p(p - q) + q(p - q) = (p - q)(8p + q)$

б) $bx + 6b - xc - 6c = b(x + 6) - c(x + 6) = (x + 6)(b - c)$

3. а) $4c^2 - 64d^4 = 4(c^2 - 16d^4) = 4(c - 4d^2)(c + 4d^2)$

б) $-18a^2 + 12a - 2 = -2(9a^2 - 6a + 1) = -2(3a - 1)^2$

в) $\frac{1}{27}a^3 + b^3 = \left(\frac{a}{3} + b\right)\left(\frac{a^2}{9} - \frac{ab}{3} + b^2\right)$

4. $x^3 - 4x^2 - 16x + 64 = 0$

$x^2(x - 4) - 16(x - 4) = 0$

$(x - 4)(x^2 - 16) = 0$

$(x - 4)^2(x + 4) = 0$

$x - 4 = 0$ или $x + 4 = 0$

$x = 4 \quad x = -4$

$$5. \frac{4,8 \cdot 7,4^2 - 4,8 \cdot 2,6^2}{2,4 \cdot 6,5^2 - 2,4 \cdot 3,5^2} = \frac{4,8(7,4 - 2,6)(7,4 + 2,6)}{2,4(6,5 - 3,5)(6,5 + 3,5)} = \frac{4,8 \cdot 4,8 \cdot 10}{2,4 \cdot 3 \cdot 10} = 3,2$$

Вариант 4

1. а) $3a^2 + 5ab = a(3a + 5b)$

б) $8b^4 - 3b^2 = b^2(8b^2 - 3)$

в) $-6a^2b^2 - 2a^4b - 4a^3b^3 = -2ab(3ab + a^3 + 2a^2b^2)$

2. а) $8a(a + b) + a(a + b) = 9a(a + b)$

б) $km + kn + 9m + 9n = (k + 9)(m + n)$

3. а) $3a^4 - 12b^2 = 3(a^4 - 4b^2) = 3(a^2 - 2b)(a^2 + 2b)$

б) $-3x^2 + 24x - 48 = -3(x^2 - 8x + 16) = -3(x - 4)^2$

в) $a^3 - 125b^3 = (a - 5b)(a^2 + 5ab + 25b^2)$

4. $x^3 + 3x^2 - 9x - 27 = 0$

$x^2(x + 3) - 9(x + 3) = 0$

$(x + 3)^2(x - 3) = 0$

$x = -3$ или $x = 3$

$$5. \frac{3,8 \cdot 8,2^2 - 3,8 \cdot 1,8^2}{1,9 \cdot 5,3^2 - 1,9 \cdot 4,7^2} = \frac{3,8(8,2 - 1,8)(8,2 + 1,8)}{1,9(5,3 - 4,7)(5,3 + 4,7)} = \frac{3,8 \cdot 6,4 \cdot 10}{1,9 \cdot 0,6 \cdot 10} = \frac{6,4}{0,3} = \frac{64}{3} = 21 \frac{1}{3}$$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 7

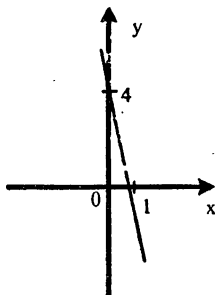
Вариант 1

1. $\frac{12p^6q^2}{8p^4q^5} = \frac{3p^2}{2q^3}$

$\frac{a - 4b}{a^2 - 4ab} = \frac{a - 4b}{a(a - 4b)} = \frac{1}{a}$

$\frac{5x + 5y}{x^2 - y^2} = \frac{5(x + y)}{(x - y)(x + y)} = \frac{5}{x - y}$

2. $5x + y - 4 = 0$



x	0	$\frac{4}{5}$
y	4	0

Подставим $C(-1,2; -10)$

$$5 \cdot (-1,2) - 10 - 4 = -6 - 14 = -20 \neq 0.$$

Точка C не принадлежит графику уравнения.

3. $5x + y - 4 = 0$

$$y = -5x + 4$$

$$k = -5$$

$$m = 4$$

4. $y = -5x + 4$ на $[-1, 2]$

$$y = -5 \cdot (-1) + 4 = 9 \text{ — max значение}$$

$$y = -5 \cdot 2 + 4 = -6 \text{ — min значение}$$

5.
$$\begin{cases} y = 3x - 2 \\ y = -2x + 3 \end{cases}$$

Аналитически: $3x - 2 = -2x + 3$

$$5x = 5, x = 1, y = 1, (1; 1)$$

6. Подставим координаты точек $(4; 0)$ $(0; -3)$ в

$$y = kx + m$$

$$\begin{cases} 0 = 4k + m \\ -3 = m \end{cases}; k = -\frac{m}{4} = \frac{3}{4}$$

Вариант 2

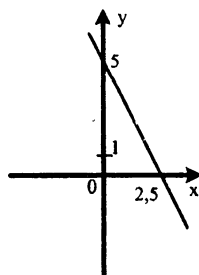
1. а)
$$\frac{4m^5k}{18n^3k^4} = \frac{2m^5}{9n^3k^3}$$

б)
$$\frac{a-3b}{a^2-3ab} = \frac{a-3b}{a(a-3b)} = \frac{1}{a}$$

в)
$$\frac{4p+4q}{p^2-q^2} = \frac{4(p+q)}{(p+q)(p-q)} = \frac{4}{p-q}$$

2. $2x + y - 5 = 0, A(3,4; -1,8)?$

x	0	2,5
y	5	0



$$-2 \cdot 3,4 - 1,8 - 5 = 0; 0 = 0$$

Да, точка A принадлежит графику уравнения.

$$3. 2x + y - 5 = 0; y = 5 - 2x; k = -2, m = 5$$

$$4. y = -2x + 5 \text{ на } [-1; 3]$$

$$y = (-2)(-1) + 5 = 7 \text{ — max значение}$$

$$y = -2 \cdot 3 + 5 = -1 \text{ — min значение}$$

$$5. \begin{cases} y = -2x + 5 \\ y = 4x - 1 \end{cases}$$

$$-2x + 5 = 4x - 1; 6x = 6; x = 1, y = 4 \cdot 1 - 1 = 3$$

Точка $(1; 3)$.

6. Подставим координаты точек $(0; 4)$ и $(2; 0)$ в

$$y = kx + m$$

$$\begin{cases} 4 = m \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 = 2k + m; 2k = -4, k = -2. \end{cases}$$

Вариант 3

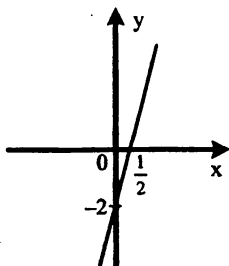
$$1. a) \frac{35x^3y^6}{14xy^3} = \frac{5x^2y^3}{2}$$

$$б) \frac{m^2 - 5mk}{m + 5k} = \frac{m(m - 5k)}{(m + 5k)}$$

$$в) \frac{a^2 - b^2}{3a - 3b} = \frac{(a - b)(a + b)}{3(a - b)} = \frac{a + b}{3}$$

$$2. 4x - y - 2 = 0, P(1,2; 3,1)?$$

x	0	$\frac{1}{2}$
y	-2	0



$$4. 1,2 - 3,1 - 2 = -0,3 \neq 0$$

Ответ: нет, точка P не принадлежит графику уравнения.

$$3. 4x - y - 2 = 0; y = 4x - 2; k = 4; m = -2$$

$$4. y = 4x - 2 \text{ на } [-2; 2]$$

$$y = -2 \cdot 4 - 2 = -10 \text{ — min значение}$$

$$y = 2 \cdot 4 - 2 = 6 \text{ — max значение}$$

$$5. \begin{cases} y = 2x - 3 \\ y = 6x + 5 \end{cases}$$

$$2x - 3 = 6x + 5$$

$$4x = -8, x = -2$$

$$y = -2 \cdot 2 - 3 = -7$$

$$(-2; -7)$$

6. Подставим координаты точек $(-3; 0)$ и $(0; -5)$ в

$$y = kx + m$$

$$\begin{cases} 0 = -3k + m \\ -5 = m; 3k = -5, k = -\frac{5}{3} \end{cases}$$

Вариант 4

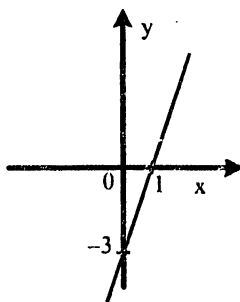
$$1. a) \frac{15a^4b^2}{3a^2b^5} = \frac{5a^2}{b^3}$$

$$6) \frac{x+2y}{x^2+2xy} = \frac{x+2y}{x(x+2y)} = \frac{1}{x}$$

$$в) \frac{m^2 - k^2}{3m + 3k} = \frac{(m-k)(m+k)}{3(m+k)} = \frac{m-k}{3}$$

$$2. 3x - y - 3 = 0; A(5,5; 12,5)?$$

x	0	1
y	-3	0



$$3 \cdot 5,5 - 12,5 - 3 = 1 \neq 0.$$

Нет, точка A не принадлежит графику уравнения.

$$3. y = 3x - 3; k = 3, m = -3$$

$$4. y = 3x - 3 \text{ на } [-1; 3]$$

$$y = -3 - 3 = -6 \text{ — min значение}$$

$$y = 9 - 3 = 6 \text{ — max значение}$$

$$5. \begin{cases} y = x + 3 \\ y = 4x - 3; x + 3 = 4x - 3 \end{cases}$$

$$3x = 6, x = 2, y = 5$$

6. Подставим координаты точек $(0; 3)$ и $(-5; 0)$ в $y = kx + m$.

$$\begin{cases} 3 = m \\ 0 = -5k + m; 5k = 3, k = \frac{3}{5} \end{cases}$$

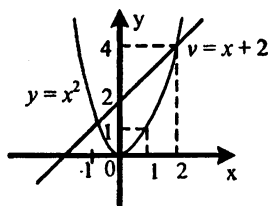
КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 8

Вариант 1

$$1. a) \frac{m^2 - 6m + 9}{m - 3} = \frac{(m - 3)^2}{m - 3} = m - 3$$

$$6) \frac{2x - 4y}{4y^2 - x^2} = \frac{2(x - 2y)}{(2y - x)(2y + x)} = -\frac{2}{2y + x}$$

$$2. x^2 = x + 2$$

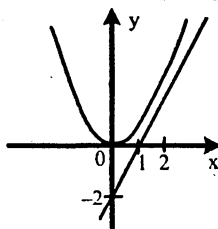


$$y = x^2; y = x + 2$$

Ответ: $x_1 = -1, x_2 = 2$.

3. $y = x^2$: A — наименьшее значение на $[-3; 2]$; $A = 0$.

$y = 2x - 2$: B — наименьшее значение на $[1; 3]$; $B = 0$



$$4. y = f(x), f(x) = x^2$$

$$f(x + 1) = f(x + 3); (x + 1)^2 = (x + 3)^2$$

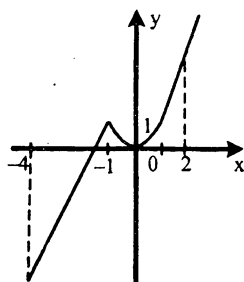
$$x^2 + 2x + 1 = x^2 + 6x + 9; 4x = -8, x = -2$$

$$5. f(x) = \begin{cases} 2x + 3, & -4 \leq x < -1 \\ x^2, & -1 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

$$a) f(-3) = -6 + 3 = -3; f(-1) = (-1)^2 = 1$$

$$f(1) = 1$$

$$6) y = f(x)$$

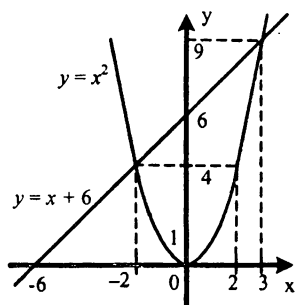


Вариант 2

$$1. \frac{a-4}{a^2-8a+16} = \frac{a-4}{(a-4)^2} = \frac{1}{a-4}$$

$$\frac{m^2-9k^2}{15k-5m} = \frac{(m-3k)(m+3k)}{5(3k-m)} = -\frac{m+3k}{5}$$

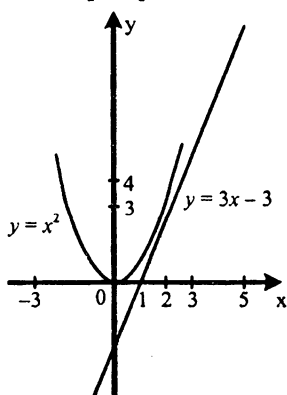
$$2. x^2 = x + 6$$



$$x = -2, x = 3$$

$$3. y = x^2; A \text{ — наименьшее на } [-3; 3]; A = 0$$

$$y = 3x - 3; B \text{ — наименьшее на } [1; 5]; B = 0$$



$$4. y = f(x), f(x) = x^2$$

$$f(x+2) = f(x+3)$$

$$(x+2)^2 = (x+3)^2$$

$$x^2 + 4x + 4 = x^2 + 6x + 9$$

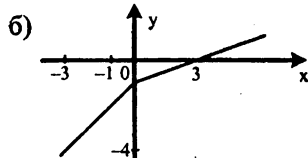
$$2x = -5; x = -2,5$$

$$5. f(x) = \begin{cases} x-1, & -3 \leq x < 0 \\ \frac{1}{3}x-1, & 0 \leq x \leq 6 \end{cases}$$

$$a) f(-2) = -2 - 1 = -3$$

$$f(0) = \frac{1}{3} \cdot 0 - 1 = -1$$

$$f(3) = \frac{3}{3} - 1 = 0$$



Вариант 3

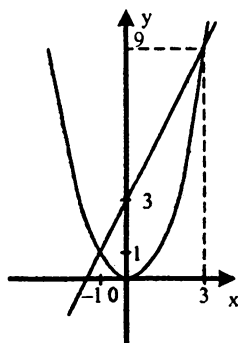
$$1. a) \frac{p^2 + 10p + 25}{p+5} = \frac{(p+5)^2}{p+5} = p+5$$

$$6) \frac{2y-8x}{16x^2-y^2} = \frac{2(y-4x)}{(4x-y)(4x+y)} = -\frac{2}{4x+y}$$

$$2. x^2 = 2x + 3$$

$$y = x^2$$

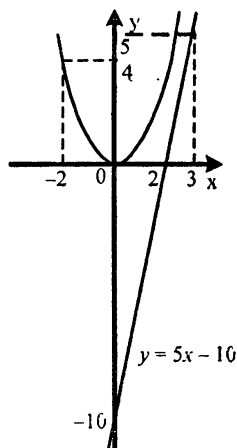
$$y = 2x + 3$$



$$x = -1; x = 3$$

$$3. y = x^2; A \text{ — наименьшее значение на } [-2; 1]; A = 0$$

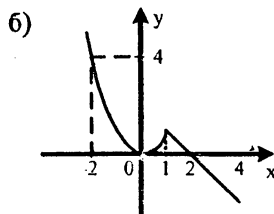
$$y = 5x - 10; B \text{ — наименьшее значение на } [2; 3]; B = 0$$



4. $f(x) = x^2$; $(x-1)^2 = (x+2)^2$; $x^2 - 2x + 1 = x^2 + 4x + 4$; $6x = -3$; $x = -\frac{1}{2}$

5. $f(x) = \begin{cases} x^2, & -2 \leq x < 1 \\ -x+2, & 1 \leq x \leq 4 \end{cases}$

a) $f(-1) = 1$; $f(1) = -1 + 2 = 1$; $f(3) = -3 + 2 = -1$

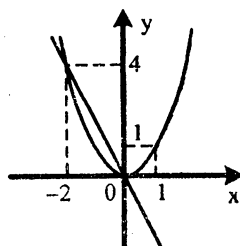


Вариант 4

1. a) $\frac{m-2}{m^2-4m+4} = \frac{m-2}{(m-2)^2} = \frac{1}{m-2}$

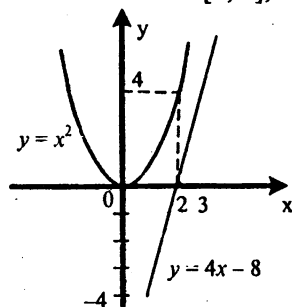
6) $\frac{2b-10a}{25a^2-b^2} = \frac{2(b-5a)}{(5a-b)(5a+b)} = -\frac{2}{5a+b}$

2. $x^2 = -2x$; $y = x^2$; $y = -2x$



$x = -2$; $x = 0$

3. $y = x^2$; A — наименьшее значение на $[-4; 2]$; $A = 0$
 $y = 4x - 8$; B — наименьшее значение на $[2; 5]$; $B = 0$



4. $f(x) = x^2$; $(x - 2)^2 = (x + 3)^2$

$$x^2 - 4x + 4 = x^2 + 6x + 9; 10x = -5; x = -\frac{1}{2}$$

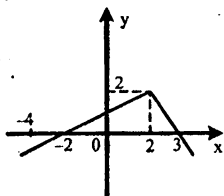
5. $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x + 1, & -4 \leq x < 2 \\ -2x + 6, & 2 \leq x \leq 4 \end{cases}$

a) $f(-2) = -\frac{1}{2} \cdot 2 + 1 = 0$

$$f(2) = -2 \cdot 2 + 6 = 2$$

$$f(3) = -2 \cdot 3 + 6 = 0$$

б)



КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 9

Вариант 1

1. $\begin{cases} 3x + y = 2 \\ x + 2y = -6 \end{cases}$; $y = 2 - 3x$, $x + 2(2 - 3x) = -6$; $x + 4 - 6x = -6$

$$5x = 10, x = 2$$

$$y = 2 - 3 \cdot 2 = -4$$

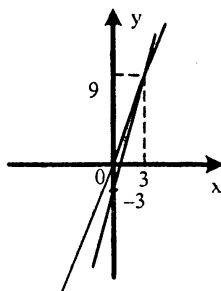
Ответ: (2; -4).

2. $\begin{cases} 4x - 5y = 1 \\ 2x - 3y = 2 \end{cases} \cdot (-2) \quad \begin{cases} 4x - 5y = 1 \\ -4x + 6y = -4 \end{cases}$

$$y = -3, 2x = 2 + 3y = 2 - 9 = -7.$$

$$x = -\frac{7}{2}; y = -3; \left(-\frac{7}{2}; -3\right)$$

$$3. \begin{cases} y=3x \\ 4x-y=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=3x \\ y=4x-3 \end{cases}$$



$$x=3; y=9$$

4. x — баскетбольные мячи

y — волейбольные мячи

$$\begin{cases} 5x+2y=23 \\ 3x=y+5 \end{cases}, y=3x-5$$

$$5x+2(3x-5)=23; 5x+6x-10=23$$

$$11x=33$$

$x=3$ — баскетбольных мячей

$y=4$ — волейбольных мячей

5. $(-2; 3)$

$$\begin{cases} 3x-by+4b=-1 \\ ax+2y+a+b=19 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -6-3b+4b=-1 \\ -2a+6+a+b=19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=5 \\ -a+5=13 \end{cases}$$

$$a=-8; b=5$$

Вариант 2

$$1. \begin{cases} x+3y=9 \\ 3x-y=7 \end{cases} \quad x=9-3y$$

$$3(9-3y)-y=7$$

$$27-9y-y=7$$

$$10y=20, y=2$$

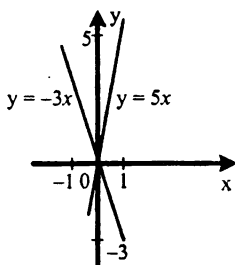
$$x=9-6=3$$

$(3; 2)$

$$2. \begin{cases} 6x+5y=3 \\ 3x+3y=4 \end{cases} \Big| -2 \quad \begin{cases} 6x+5y=3 \\ -6x-6y=-8 \end{cases} \quad \begin{cases} -y=-5 \\ 6x+5 \cdot 5=3 \end{cases} \quad \begin{cases} y=5 \\ 6x=3-25 \end{cases}$$

$$\left(-\frac{11}{3}; 5 \right)$$

$$3. \begin{cases} y = 5x \\ y = -3x \end{cases}$$



(0; 0)

4. x — мальчиков

y — девочек

$$\begin{cases} 4x - 3y = 30 \\ 3x + 5y = 95 \end{cases} \begin{cases} 20x - 15y = 150 \\ 9x + 15y = 285 \end{cases} \begin{cases} 29x = 435 \\ 3x + 5y = 95 \end{cases} \begin{cases} x = 15 \\ 5y = 50. \end{cases}$$

$y = 10$ — девочек

$x = 15$ — мальчиков.

5. (-1; 2)

$$\begin{cases} 3x - 5b + 5b - a = 18 \\ ax + 7y + 3a = 12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3 - 10b + 5b - a = 18 \\ -a + 14 + 3a = 12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3 - 10b + 5b - a = 18 \\ -a + 14 + 3a = 12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3 - 10b + 5b - a = 18 \\ -a + 14 + 3a = 12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -5b - a = 21 \\ 2a = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -4 \\ a = -1 \end{cases}$$

Вариант

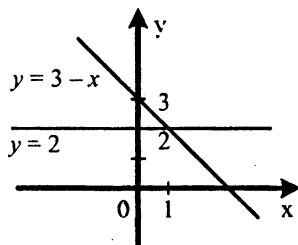
$$1. \begin{cases} 2x + y = 7 \\ x - 2y = 11 \end{cases} \begin{cases} x = 11 + 2y \\ 22 + 4y + y = 7 \end{cases} \begin{cases} x = 11 + 2y \\ 5y = -15 \end{cases} \begin{cases} y = -3 \\ x = 5 \end{cases}$$

(5; -3)

$$2. \begin{cases} 2x - 4y = 3 \\ 4x - 7y = 5 \end{cases} \begin{cases} -4x + 8y = -6 \\ 4x - 7y = 5 \end{cases} \begin{cases} y = -1 \\ 4x - 7(-1) = 5 \end{cases} \begin{cases} y = -1 \\ 4x = -2; x = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$\left(-\frac{1}{2}; -1\right)$

$$3. \begin{cases} x + y = 3 \\ y - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 - x \\ y = 2 \end{cases}$$



Ответ: (1; 2).

4. x — количество учебников по геометрии в 1 пачке

y — количество учебников по алгебре в 1 пачке

$$\begin{cases} 4x + 3y = 96 \\ 5x = 6y + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 3y = 96 \\ -5x + 6y = -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -x + 9y = 93 \\ 5x = 6y + 3 \end{cases} \begin{cases} x = 9y - 93 \\ 45y - 5 \cdot 93 - 6y - 3 = 0 \end{cases} \begin{cases} x = 9y - 93 \\ 39y = 468 \end{cases} \begin{cases} y = 12 \\ x = 15 \end{cases}$$

$y = 12$ — учебников по геометрии в 1 пачке

$x = 15$ — учебников по алгебре в 1 пачке.

$$5. \begin{cases} 12 + 3b - 4b = 9 \\ 9a - 8 + a + b = 15 \end{cases} \begin{cases} b = 3 \\ 10a + 3 = 23 \end{cases} \begin{cases} b = 3 \\ a = 2 \end{cases}$$

Вариант 4

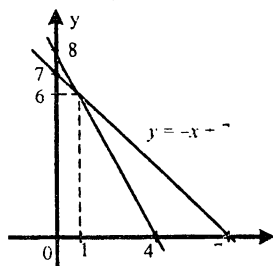
$$1. \begin{cases} 4x - y = -7 \\ x + 3y = -5 \end{cases} \begin{cases} y = 4x + 7 \\ x + 12x + 21 = -5 \end{cases} \begin{cases} 13x = -26 \\ y = 4x + 7 \end{cases} \begin{cases} x = -2 \\ y = -1 \end{cases}$$

(-2; -1)

$$2. \begin{cases} 6y + 3x = 5 \\ 5x + 3y = -1 \end{cases} \begin{cases} 6y + 3x = 5 \\ -10x - 6y = 2 \end{cases} \begin{cases} -7x = 7 \\ 6y + 3x = 5 \end{cases} \begin{cases} x = -1 \\ y = \frac{4}{3} \end{cases}$$

$\left(-1; \frac{4}{3}\right)$

$$3. \begin{cases} y = 7 - x \\ y = 8 - 2x \end{cases}$$



(1; 6)

4. x — количество пачек чая в упаковке

y — количество пачек кофе в упаковке

$$\begin{cases} 3x + 4y = 90 \\ 5x + 3y = 106 \end{cases}$$

$$y - 2x = -16; y = 2x - 16$$

$$6x - 48 + 5x = 106, 11x = 154, x = 14 \text{ — пачек чая}$$

$$y = 12 \text{ — пачек кофе}$$

5. (5; -3)

$$\begin{cases} 5 + 12b + 3 - 2b + a = 16 \\ 5a + 18 + 5a = -2 \end{cases} \begin{cases} 10b + a = 8 \\ 10a = -20 \end{cases}$$

$$a = -\frac{20}{10} = -2$$

$$10b - 2 = 8, 10b = 10, b = 1$$

$$a = -2, b = 1.$$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 10

Вариант 1

$$1. (7-x)(7+x) + (x+3)^2 = 49 - x^2 + x^2 + 6x + 9 = 6x + 58$$

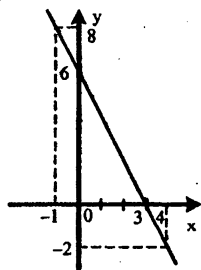
$$x = -3,5; 6 \cdot (-3,5) + 58 = 37$$

$$2. a) \frac{28a^4b^6c}{12a^2b^5c^3} = \frac{7a^2b}{3c^2}$$

$$6) \frac{10x^2 + 5xy}{4x^2 - y^2} = \frac{5x(2x+y)}{(2x-y)(2x+y)} = \frac{5x}{2x-y}$$

$$3. y = 6 - 2x$$

а)



x	0	3
y	6	0

$$6) M(-10; 25); y = 6 - 2x; 6 - 2(-10) = 6 + 20 = 26 \neq 25$$

Ответ: нет, не проходит.

$$в) y = 6 - 2(-1) = 8 \text{ — наибольшее значение функции на } [-1; 4]$$

$$y = 6 - 2 \cdot 4 = -2 \text{ — наименьшее значение функции на } [-1; 4]$$

$$4. \begin{cases} 4x + 2y = 54 \\ x + y = 17 \end{cases}$$

x — скорость работы мастера

y — скорость работы ученика

$$x = 17 - y; 68 - 4y + 2y = 54$$

$2y = 14, y = 7$ деталей за час изготавливает ученик

$x = 10$ деталей за час изготавливает мастер

$$5. a) 3x^3y^3 - 3x^4y^2 + 9x^2y = 3x^2y(xy^2 - x^2y + 3)$$

$$6) 2x - x^2 + y^2 + 2y = (2x + 2y) + (y^2 - x^2) = 2(x + y) + (y - x)(x + y) = (x + y)(2 - x + y).$$

$$6. y = 4x - 2, y = \frac{3x - 7}{k} \quad (k \neq 0)$$

$(0, a)$ — точка пересечения

$$4x - 2 = \frac{3x - 7}{k}, 4 \cdot 0 - 2 = \frac{3 \cdot 0 - 7}{k}, -2 = -\frac{7}{k}, k = 3, 5.$$

Вариант 2

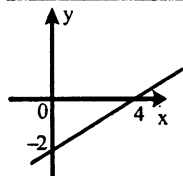
$$1. (k - 3)(k + 3) - (k + 2)^2 = k^2 - 9 - k^2 - 4k - 4 = -4k - 13 = -4(-2, 5) - 13 = 10 - 13 = -3$$

$$2. a) \frac{10m^3k^2n^5}{25m^4k^3n^3} = \frac{2n^2}{5mk}$$

$$6) \frac{2ab + 8b^2}{a^2 - 16b^2} = \frac{2b(a + 4b)}{(a - 4b)(a + 4b)} = \frac{2b}{a - 4b}.$$

$$3. a) y = \frac{x}{2} - 2$$

x	0	4
y	-2	0



$$6) 9 = \frac{22}{2} - 2, 9 = 11 - 2, 9 = 9 \text{ — верно, значит, проходит.}$$

$$в) y(-6) = -\frac{6}{2} - 2 = -5 \text{ — наименьшее значение}$$

$$y(8) = \frac{8}{2} - 2 = 2 \text{ — наибольшее значение}$$

4. x человек — вмещает тяжелый вертолет

y человек — вмещает легкий вертолет

$$\begin{cases} x + y = 36 \\ 4x + 3y = 130 \end{cases} \quad \left| \begin{array}{l} y = 36 - x \\ \end{array} \right.$$

$$4x + 3(36 - x) = 130; 4x + 108 - 3x = 130; x = 22; y = 36 - 22 = 14$$

Ответ: 22; 14.

5. а) $5x^6y - 5x^4y^2 - 10x^3y = 5x^3y(x^3 - xy - 2)$

б) $4x - x^2 + y^2 - 4y = 4(x - y) + (y^2 - x^2) = 4(x - y) + (y - x)(y + x) =$
 $= (x - y)(4 - x - y)$

6. $y = \frac{3x - 10}{5}, y = \frac{9 - 2x}{k} \quad (k \neq 0)$

$$\frac{3x - 10}{5} = \frac{9 - 2x}{k}, (0, a) \text{ — точка пересечения}$$

$$-\frac{10}{5} = \frac{9}{k}; \frac{9}{k} = -2; k = -4,5.$$

Вариант 3

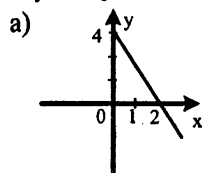
1. $(2 + a)(2 - a) + (3 + a)^2$ при $a = -3,5$

$$4 - a^2 + 9 + 6a + a^2 = 6a + 13 = -21 + 13 = -8.$$

2. а) $\frac{12x^6y^4t}{15x^2yt^3} = \frac{4x^4y^3}{5t^2}$

б) $\frac{9m^2 - k^2}{21m^2 - 7mk} = \frac{(3m - k)(3m + k)}{7m(3m - k)} = \frac{3m + k}{7m}$

3. $y = 4 - 2x$



x	0	2
y	4	0

б) $4 - 2(-8) = 4 + 16 = 20 \neq 19$

Нет, не проходит.

в) $y = 4 - 2(-2) = 8$ — наибольшее значение

$y = 4 - 2 \cdot 5 = -2$ — наименьшее значение.

4. $\begin{cases} x + y = 35 \\ 4x + y + 30 = 125 \end{cases}$, где x, y — задуманные числа

$$x = 35 - y, 4(35 - y) + y = 95; 140 - 4y + 4 = 95; 3y = 45, y = 15; x = 20.$$

$$5. a) 4x^5y^2 - 4x^6y^4 + 8x^3y = 4x^3y(x^2y - x^3y^3 + 2)$$

$$6) x - 3x^2 + 3y^2 + y = (x + y) - 3(x^2 - y^2) = (x + y) - 3(x + y)(x - y) = (x + y)(1 - 3x + 3y)$$

$$6. y = \frac{3-x}{2}, y = \frac{kx-6}{4} \quad (k; 0) \text{ — точка пересечения}$$

$$\begin{cases} 0 = \frac{3-x}{2}, x = 3 \\ 0 = \frac{kx-6}{4}, 3k-6=0, k=2. \end{cases}$$

Вариант 4

$$1. (k+4)^2 + (3+k)(3-k),$$

$$k = -3,5$$

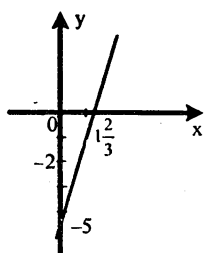
$$k^2 + 8k + 16 + 9 - k^2 = 8k + 25 = 8(-3,5) + 25 = -3$$

$$2. a) \frac{12xy^7t^2}{30x^3y^2t^3} = \frac{2y^5}{5x^2t}$$

$$6)^2) \frac{a^2 - 25b^2}{4ab + 20b^2} = \frac{(a-5b)(a+5b)}{4b(a+5b)} = \frac{a-5b}{4b}.$$

$$3. y = 3x - 5$$

a)



x	0	$1\frac{2}{3}$
y	-5	0

$$6) 3 \cdot 7 - 5 = 16$$

$$16 = 16. \text{ Да, проходит.}$$

$$в) y = 3(-1) - 5 = -8 \text{ — наименьшее значение}$$

$$y = 3 \cdot 4 - 5 = 7 \text{ — наибольшее значение}$$

4. x, y — ударки двухместные и трехместные соответственно.

$$\begin{cases} 2x + 3y = 21 \\ x + y = 9 \end{cases}$$

²⁾ В числителе вместо $-25ab$ должно быть $-25b^2$

$$x = 9 - y$$

$$21 = 18 - 2y + 3y, y = 3, x = 6.$$

$$5. a) 7x^5y^3 - 7x^2y^2 - 21xy^2 = 7xy^2(x^4y - x - 3)$$

$$6) 2x - y^2 + x^2 - 2y = 2(x - y) + (x^2 - y^2) = (x - y)(2 + x + y)$$

$$6) y = \frac{5x - 15}{3}$$

$$y = \frac{1 - kx}{4}; (k; 0) \text{ — точка пересечения}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 0 = \frac{5x - 15}{3}, x = 3 \\ 0 = \frac{1 - kx}{4}, 1 - 3k = 0, k = \frac{1}{3} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 0 = \frac{1 - kx}{4}, 1 - 3k = 0, k = \frac{1}{3} \end{array} \right.$$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1

Вариант № 1

1. $1,75 - \left(\frac{7}{15} : 1\frac{13}{15} + \frac{3}{8} \right) = 1\frac{1}{8};$

I) $\frac{7}{15} : 1\frac{13}{15} = \frac{7}{15} : \frac{28}{15} = \frac{7}{15} \cdot \frac{15}{28} = \frac{1}{4};$

II) $\frac{1}{4} + \frac{3}{8} = \frac{2}{8} + \frac{3}{8} = \frac{5}{8};$

III) $1,75 - \frac{5}{8} = 1\frac{75}{100} - \frac{5}{8} = 1\frac{3}{4} - \frac{5}{8} = \frac{7}{4} - \frac{5}{8} = \frac{9}{8} = 1\frac{1}{8}.$

Ответ: $1\frac{1}{8}.$

2. а) $(a + 2b)(2a - b) = (3 + 2 \cdot 8)(2 \cdot 3 - 8) = (3 + 16)(6 - 8) = 19 \cdot (-2) = -38;$

б) $\frac{m-k}{m+k} = \frac{15-3}{15+3} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}.$

3. $x + ab.$

4. $\frac{m+k}{m-k}.$

Дробь не определена, когда знаменатель дроби равен нулю. Чтобы найти пару недопустимых значений для данного алгебраического выражения, найдем такие m и k , что $m - k = 0$; $m = 5$, $k = 5$; $5 - 5 = 0$.

Ответ: $m = 5$, $k = 5$.

5. $3,3 + 1,2x = 8,1$; $1,2x = 8,1 - 3,3$; $1,2x = 4,8$; $x = 4$.

Ответ: $x = 4$.

6. $(V + 2,4)$ км/ч — скорость катера по течению реки. По условию задачи

катер проплыл 46 км за t часов, значит, $t = \frac{46}{V + 2,4} = \frac{46}{20,6 + 2,4} = \frac{46}{23} = 2$ (ч).

Ответ: 2 ч.

Вариант № 2

1. $\left(4\frac{5}{6} - 1\frac{7}{18} \cdot 2,4 \right) : 1,5 = 1;$

I) $1\frac{7}{18} \cdot 2,4 = \frac{25}{18} \cdot 2\frac{4}{10} = \frac{25}{18} \cdot \frac{24}{10} = \frac{5}{3} \cdot \frac{4}{2} = \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3};$

II) $4\frac{5}{6} - 3\frac{1}{3} = \frac{29}{6} - \frac{10}{3} = \frac{29}{6} - \frac{20}{6} = \frac{9}{6} = 1\frac{3}{6} = 1\frac{1}{2};$

III) $1\frac{1}{2} : 1,5 = \frac{3}{2} : 1\frac{5}{10} = \frac{3}{2} : \frac{15}{10} = \frac{3}{2} \cdot \frac{10}{15} = \frac{3}{2} \cdot \frac{2}{3} = 1.$

Ответ: 1.

$$2. a) (3x - y)(x + 2y) = (3 \cdot 2 - 9)(2 + 2 \cdot 9) = (6 - 9)(2 + 18) = -3 \cdot 20 = -60;$$

$$6) \frac{5b - a}{3b} = \frac{5 \cdot 4 - 14}{3 \cdot 4} = \frac{7}{12}.$$

$$3. k(a + b).$$

$$4. \frac{a}{a - 3b}.$$

Пусть $a = 3$, $b = 1$, тогда знаменатель дроби обращается в ноль. Следовательно, эта пара значений является недопустимой парой.

Ответ: $a = 3$, $b = 1$.

$$5. 2,4x - 1,5 = 5,7;$$

$$2,4x = 5,7 + 1,5; 2,4x = 7,2; x = 3.$$

Ответ: 3.

6. $4,5 \cdot x$ т. груза вывез со склада один автомобиль, $y \cdot x$ т. груза вывез со склада другой автомобиль. По условию задачи вместе они вывезли 45 т. груза, значит, $4,5 \cdot x + y \cdot x = 45$. Если $y = 3$, то $4,5x + 3x = 45$; $7,5x = 45$; $x = 45 : 7,5$; $x = 6$.

Ответ: 6 рейсов.

Вариант № 3

$$1. 9\frac{1}{2} : \left(1\frac{4}{7} - \frac{5}{21} \cdot 0,9\right) = 7;$$

$$I) \frac{5}{21} \cdot 0,9 = \frac{5}{21} \cdot \frac{9}{10} = \frac{1}{7} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{14};$$

$$II) 1\frac{4}{7} - \frac{3}{14} = \frac{11}{7} - \frac{3}{14} = \frac{22}{14} - \frac{3}{14} = \frac{19}{14} = 1\frac{5}{14};$$

$$III) 9\frac{1}{2} : 1\frac{5}{14} = \frac{19}{2} : \frac{19}{14} = \frac{19}{2} \cdot \frac{14}{19} = \frac{19 \cdot 7}{19} = 7.$$

Ответ: 7.

$$2. a) (p - 4q)(2p + q) = (3 - 4 \cdot 8)(2 \cdot 3 + 8) = (3 - 32)(6 + 8) = -29 \cdot 14 = -406;$$

$$6) \frac{x + y}{5y} = \frac{6 + 2}{5 \cdot 2} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}.$$

$$3. 2m + bc.$$

$$4. \frac{x + y}{2x - y}.$$

Пусть $x = 1$, $y = 2$, тогда знаменатель дроби равен нулю, но тогда дробь не определена, значит, эта пара значений является недопустимой.

Ответ: $x = 1$, $y = 2$.

$$5. 17,2 - 3,1x = 4,8;$$

$$3,1x = 17,2 - 4,8; 3,1x = 12,4; x = 4.$$

Ответ: 4.

6. $7t$ деталей изготовил ученик за t часов, kt — деталей изготовил токарь за t часов. По условию задачи вместе они изготовили 50 деталей за

t часов, значит, $7t + kt = 50$. Если $k = 13$, то $7t + 13t = 50$; $20t = 50$;
 $= \frac{50}{20} = \frac{5}{2}$ часа; $t = 2,5$ (часа).

Ответ: 2,5 часа.

Вариант № 4

$$1. \left(2,25 + 1\frac{7}{8}\right) : 1\frac{2}{9} - 3,5 = -\frac{1}{8};$$

$$I) 2,25 + 1\frac{7}{8} = 2\frac{25}{100} + \frac{15}{8} = \frac{225}{100} + \frac{15}{8} = \frac{9}{4} + \frac{15}{8} = \frac{33}{8} = 4\frac{1}{8};$$

$$II) 4\frac{1}{8} : 1\frac{2}{9} = \frac{33}{8} : \frac{11}{9} = \frac{33}{8} \cdot \frac{9}{11} = \frac{3 \cdot 9}{8} = \frac{27}{8} = 3\frac{3}{8};$$

$$III) 3\frac{3}{8} - 3,5 = \frac{27}{8} - 3\frac{1}{2} = \frac{27}{8} - \frac{7}{2} = \frac{27}{8} - \frac{28}{8} = -\frac{1}{8}.$$

Ответ: $-\frac{1}{8}$.

$$2. a) (m - 5k)(3m - k) = (4 - 5 \cdot 1)(3 \cdot 4 - 1) = (4 - 5)(12 - 1) = -1 \cdot 11 = -11;$$

$$б) \frac{p+q}{2p-q} = \frac{7+2}{2 \cdot 7-2} = \frac{9}{14-2} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}.$$

$$3. x - 3(a + b).$$

$$4. \frac{k-p}{p-4k}.$$

Пусть $p = 4$, $k = 1$, тогда знаменатель дроби обращается в ноль, а это значит, что дробь не определена, т.е. эта пара значений является недопустимой.

Ответ: $p = 4$, $k = 1$.

$$5. 4,3x + 3,7 = 12,3;$$

$$4,3x = 12,3 - 3,7; 4,3x = 8,6; x = 2.$$

Ответ: $x = 2$

6. $(18 - V)$ км/ч – скорость теплохода против течения. По условию задачи теплоход проплыл 31 км за p часов, значит, $(18 - V)p = 31$; $p = \frac{31}{18 - V}$.

Если $V = 2,5$ км/ч, то $p = \frac{31}{18 - 2,5} = \frac{31}{15,5} = 2$ (ч).

Ответ: $p = 2$ ч.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2

Вариант № 1

$$1. a) 4^2 - 3^3 = 4 \cdot 4 - 3 \cdot 3 \cdot 3 = 16 - 27 = -11;$$

$$б) (-2)^3 + (-5)^2 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) + (-5) \cdot (-5) = -8 + 25 = 17$$

$$2. a) a^4 \cdot a^6 = a^{4+6} = a^{10};$$

$$б) x^8 : x^2 = x^{8-2} = x^6;$$

$$в) (k^3)^5 = k^{3 \cdot 5} = k^{15};$$

$$г) (-3mt^3)^3 = (-3)^3 \cdot m^3 \cdot (t^3)^3 = -27m^3 \cdot t^{3 \cdot 3} = -27m^3 t^9;$$

$$д) \left(\frac{p^2 q^3}{2y} \right)^4 = \frac{p^{2 \cdot 4} \cdot q^{3 \cdot 4}}{(2y)^4} = \frac{p^8 q^{12}}{16y^4}.$$

$$3. а) \frac{32^2 \cdot 2^5}{16^3} = \frac{(16 \cdot 2)^2 \cdot 2^4 \cdot 2}{16^3} = \frac{16^2 \cdot 2^2 \cdot 16 \cdot 2}{16^3} = 2^3 = 8;$$

$$б) \frac{45^3}{3^5 \cdot 5^4} + 5^0 = \frac{(5 \cdot 3 \cdot 3)^3}{3^5 \cdot 5^4} + 1 = \frac{5^3 \cdot 3^6}{3^5 \cdot 5^4} + 1 = \frac{3}{5} + 1 = 1\frac{3}{5}.$$

$$4. 10^{6x} = 1000.$$

Известно, что $10^3 = 1000$, значит, $6x = 3$; $x = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

Ответ: $1/2$.

5. Первый ученик получил число 2^k . Так как k – четное число, то его можно представить как $k = 2n$. Второй ученик получил число $(2^{2n})^p$. Так как p – четное число, то его можно представить как $p = 2t$. По условию задачи число, которое получил второй ученик, равно 256, значит, $(2^{2n})^{2t} = 256$; $2^{4nt} = 256$. Известно, что $2^8 = 256$, значит, $4nt = 8$; $nt = 2$. Пусть $n = 1$, $t = 2$, тогда $k = 2n = 2$; $p = 2t = 4$.

Ответ: $k = 2$, $p = 4$. Таким же образом можно получить, что $k = 4$, $p = 2$.

Вариант № 2

$$1. а) 2^4 + 5^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 + 5 \cdot 5 \cdot 5 = 16 + 125 = 141;$$

$$б) (-8)^2 + (-3)^3 = (-8) \cdot (-8) + (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = 64 - 27 = 37.$$

$$2. а) m^5 \cdot m^2 = m^{5+2} = m^7;$$

$$б) t^9 : t^3 = t^{9-3} = t^6;$$

$$в) (a^4)^3 = a^{4 \cdot 3} = a^{12};$$

$$г) (-2x^2y)^4 = (-2)^4 \cdot (x^2)^4 \cdot y^4 = 16x^{2 \cdot 4} \cdot y^4 = 16x^8 y^4;$$

$$д) \left(\frac{k^4 p^5}{5z} \right)^2 = \frac{k^{4 \cdot 2} \cdot p^{5 \cdot 2}}{5^2 \cdot z^2} = \frac{k^8 p^{10}}{25z^2}.$$

3.

$$а) \frac{125^4 \cdot 5^2}{25^6} = \frac{(25 \cdot 5)^4 \cdot 5^2}{25^6} = \frac{25^4 \cdot 5^4 \cdot 5^2}{25^6} = \frac{25^4 \cdot 5^2 \cdot 25^2}{25^6} = \frac{25^4 \cdot 25 \cdot 25^2}{25^6} = \frac{25^{4+2+1}}{25^6} = 25;$$

$$б) 9^0 + \frac{35^6}{49^4 \cdot 5^4} = 1 + \frac{(5 \cdot 7)^6}{(7 \cdot 7)^4 \cdot 5^4} = 1 + \frac{5^6 \cdot 7^6}{7^4 \cdot 7^4 \cdot 5^4} = 1 + \frac{5^6 \cdot 7^6}{7^6 \cdot 5^4 \cdot 7^2} = \frac{25}{49} + 1 = 1\frac{25}{49}$$

$$4. 6^{9x} = 216.$$

Известно, что $6^3 = 216$, значит, $9x = 3$; $x = \frac{1}{3}$.

Ответ: $\frac{1}{3}$.

5. Так как x – нечетное число, а y – четное, то их можно представить как: $x = 2k + 1$, где $k \geq 0$, $y = 2n$; $(3^x)^y = 729$; $3^{(2k+1)2n} = 729$; $3^{4kn+2n} = 729$.

Известно, что $729 = 3^6$, значит, $4kn + 2n = 6$.

Пусть $k = 0$, а $n = 3$, тогда вышезаписанное уравнение обращается в равенство, значит, эти значения подходят

$$x = 2k + 1 = 1; y = 2n = 6.$$

Ответ: $x = 1, y = 6$. Таким же образом можно получить $x = 3, y = 2$.

Вариант № 3

1. а) $6^2 - 2^4 = 6 \cdot 6 - 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 36 - 16 = 20$;

б) $(-4)^3 + (-3)^2 = (-4) \cdot (-4) \cdot (-4) + (-3) \cdot (-3) = -64 + 9 = -55$.

2. а) $x^6 \cdot x^3 = x^{6+3} = x^9$;

б) $k^{12} : k^4 = k^{12-4} = k^8$;

в) $(p5)3 = p5 \cdot 3 = p15$;

г) $(-5a^4b^2)^3 = (-5)^3 \cdot a^{4 \cdot 3} \cdot b^{2 \cdot 3} = -125a^{12}b^6$;

д) $\left(\frac{x^4y^3}{7m}\right)^2 = \frac{x^{4 \cdot 2} \cdot y^{3 \cdot 2}}{7^2 \cdot m^2} = \frac{x^8y^6}{49m^2}$.

3. а) $\frac{27^3 \cdot 3^4}{9^5} = \frac{(3^3)^3 \cdot 3^4}{(3^2)^5} = \frac{3^{3 \cdot 3} \cdot 3^4}{3^{2 \cdot 5}} = \frac{3^{9+4}}{3^{10}} = 3^{13-10} = 27$;

б) $6^0 + \frac{28^4}{7^3 \cdot 2^7} = 6^0 + \frac{(2^2 \cdot 7)^4}{7^3 \cdot 2^7} = 1 + \frac{2^{2 \cdot 4} \cdot 7^4}{7^3 \cdot 2^7} = 1 + \frac{2^8 \cdot 7^4}{7^3 \cdot 2^7} = 1 + 2 \cdot 7 = 1 + 14 = 15$.

4. $5^{12x} = 625$.

Известно, что $625 = 5^4$, значит, $12x = 4$; $x = \frac{1}{3}$.

Ответ: $1/3$.

5. (10^a) – число, полученное Мишей, $(10^a)^b$ – число, полученное Мишиной сестрой. По условию задачи Мишина сестра получила число 1000000, значит, $(10^a)^b = 1000000$; $10^{ab} = 1000000$. Известно, что $1000000 = 10^6$, значит, $ab = 6$. Может быть несколько случаев, например, $a = 2, b = 3$ и $a = 6, b = 1$.

Ответ: $a = 2, b = 3$ и $a = 6, b = 1$.

Вариант № 4

1. а) $3^4 - 4^2 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 - 4 \cdot 4 = 81 - 16 = 65$;

б) $(-7)^2 + (-2)^5 = (-7) \cdot (-7) + (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = 49 - 32 = 17$.

2. а) $p^8 \cdot p^5 = p^{8+5} = p^{13}$;

б) $a^{14} : a^7 = a^{14-7} = a^7$;

в) $(m^6)^3 = m^{6 \cdot 3} = m^{18}$;

г) $(-6x^5y^2)^2 = (-6)^2 \cdot x^{5 \cdot 2} \cdot y^{2 \cdot 2} = 36x^{10}y^4$;

д) $\left(\frac{a^3b}{4c^2}\right)^3 = \frac{a^{3 \cdot 3} \cdot b^3}{4^3 \cdot c^{2 \cdot 3}} = \frac{a^9b^3}{64c^6}$.

$$3. \text{ а) } \frac{64^6}{4 \cdot 16^8} = \frac{(4 \cdot 16)^6}{4 \cdot 16^8} = \frac{4^6 \cdot 16^6}{4 \cdot 16^8} = \frac{4^2 \cdot (4^2)^2 \cdot 16^6}{4 \cdot 16^8} = \frac{4^2 \cdot 16^8}{4 \cdot 16^8} = 4;$$

$$\text{б) } \frac{21^5}{7^4 \cdot 9^3} - 4^0 = \frac{(3 \cdot 7)^5}{7^4 \cdot (3^2)^3} - 1 = \frac{3^5 \cdot 7^5}{7^4 \cdot 3^6} - 1 = \frac{7}{3} - 1 = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}.$$

$$4. 3^{8x} = 81.$$

Из того, что $81 = 3^4$, следует, что $8x = 4$; $x = \frac{1}{2}$.

Ответ: $1/2$.

5. (2^m) – число, полученное Сережей, $(2^m)^k$ – число, полученное его братом. По условию задачи, число, полученное Сережиным братом, равно 1024, значит, $(2^m)^k = 1024$; $2^{mk} = 1024$. Известно, что $1024 = 2^{10}$, значит $mk = 10$. Если $m = 1$, то $k = 10$. Если $m = 5$, то $k = 2$.

Ответ: $m = 1$, $k = 10$ или $m = 5$, $k = 2$.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 3

Вариант № 1

$$1. \text{ а) } 3m^2k^3 \cdot \frac{2}{3} \cdot m^4k^2 = 2m^{2+4} \cdot k^{3+2} = 2m^6k^5;$$

$$\text{б) } (-0,5xy^4t^3) \cdot 6x^2y^3 = -3x^{1+2} \cdot y^{4+3} \cdot t^3 = -3x^3y^7t^3;$$

$$\text{в) } (-3a^2b^3)^4 = (-3)^4 \cdot a^{2 \cdot 4} \cdot b^{3 \cdot 4} = 81a^8b^{12};$$

$$\text{г) } 2xy^2 = 5y^2x + 8xy^2 = 2xy^2 + 8xy^2 - 5y^2x = 10xy^2 - 5y^2x = 5xy^2;$$

$$\text{д) } c^3 + 4c^3 - 2c^3 = 5c^3 - 2c^3 = 3c^3.$$

$$2. 3x - 4 + 5x = 12;$$

$$8x - 4 = 12; 8x = 16; x = 2.$$

Ответ: 2.

$$3. \text{ а) } 10m^5k^3t^4 : 4m^3kt^2 = \frac{10}{4} \cdot m^{5-3} \cdot k^{3-1} \cdot t^{4-2} = \frac{5}{2} \cdot m^2k^2t^2 = 2,5m^2k^2t^2.$$

б) Деление невозможно, потому что в делимом нет сомножителя c^n где n – натуральное число.

$$\text{в) } x^6y^5z^2 : x^3y^2 = x^{6-3} \cdot y^{5-2} \cdot z^2 = x^3y^3z^2.$$

4. Пусть x ракет уничтожил первый семиклассник. Тогда $(x + 3)$ ракеты уничтожил второй семиклассник, $2x$ ракет уничтожил третий семиклассник. По условию задачи втроем они уничтожили 23 ракеты, значит,

$$x + x + 3 + 2x = 23;$$

$$4x + 3 = 23; 4x = 20;$$

$x = 5$ – ракет первый семиклассник, $5 + 3 = 8$ – ракет второй семиклассник, $2 \cdot 5 = 10$ – ракет третий семиклассник.

Ответ: 5, 8, 10 ракет.

Вариант № 2

$$1. \text{ а) } \frac{3}{4}a^3b \cdot 4a^2b^5 = 3a^{3+2} \cdot b^{1+5} = 3a^5b^6;$$

$$б) 2k^2m^4 \cdot (-1,5k^4m^2p) = -3k^{2+4} \cdot m^{4+2} \cdot p = -3k^6m^6p;$$

$$в) (5x^3y^4)^2 = 5^2 \cdot x^{3 \cdot 2} \cdot y^{4 \cdot 2} = 25x^6y^8;$$

$$г) 9p^4q - 3qp^4 + 4p^4q = 9p^4q + 4p^4q + 4p^4q - 3qp^4 = 13p^4q - 3qp^4 = 10p^4q;$$

$$д) 6b^5 + b^5 - 9b^5 = 7b^5 - 9b^5 = -2b^5.$$

$$2. 7x + 2 - 4x = 17;$$

$$3x = 17 - 2; 3x = 15; x = 5.$$

Ответ: 5.

3. а) $15a^4c^2 : 3a^2c^4$ - деление невозможно, так как степень c в делимом меньше, чем в делителе.

$$б) 18x^5y^3z^2 \cdot 10x^2y = \frac{18}{10} \cdot x^{5+2} \cdot y^{3+1} \cdot z^2 = \frac{9}{5} \cdot x^7 \cdot y^4 \cdot z^2 = 1,8x^7y^4z^2;$$

$$в) 6m^6k^4t^2 : 1,2m^2k^2t = 5m^{6-2} \cdot k^{4-2} \cdot t^{2-1} = 5m^4k^2t.$$

4. Пусть x деталей изготовила первая бригада за смену. Тогда $3x$ деталей изготовила вторая бригада за смену, $(x + 45)$ деталей изготовила третья бригада за смену. По условию задачи все бригады изготовили за смену 590 деталей, значит,

$$x + 3x + x + 45 = 590; 5x = 545;$$

$x = 109$ - деталей первая бригада, $109 \cdot 3 = 327$ - деталей вторая бригада, $109 + 45 = 154$ - деталей третья бригада.

Ответ: 109, 327, 154 деталей.

Вариант № 3

$$1. а) 5x^4y \cdot \frac{3}{5}x^2y^4 = 3x^{4+2} \cdot y^{1+4} = 3x^6y^5;$$

$$б) (-8a^2bc^2) \cdot 4ab^3 = -32a^{2+1} \cdot b^{1+3} \cdot c^2 = -32a^3b^4c^2;$$

$$в) (-2m^3k^2)^4 = (-2)^4 \cdot m^{3 \cdot 4} \cdot k^{2 \cdot 4} = 16m^{12}k^8;$$

$$г) 7p^4t^3 + 3t^3p^4 - 6p^4t^3 = p^4t^3 + 3t^3p^4 = 4t^3p^4;$$

$$д) 8m^4 - 11m^4 + 3m^4 = -3m^4 + 3m^4 = 0.$$

$$2. 9x - 3 - 7x = 4; 9x - 7x = 4 + 3; 2x = 7; x = \frac{7}{2} = 3,5.$$

Ответ: 3,5.

$$3. а) 9x^3y^4z^5 : 6xy^3z^3 = \frac{9}{6}x^{3-1} \cdot y^{4-3} \cdot z^{5-3} = 1,5x^2yz^2;$$

$$б) 12a^4bc^2 : 4a^2c = 3a^{4-2} \cdot b \cdot c^{2-1} = 3a^2bc;$$

в) $5m^6k^4 : 10m^5k^2t^2$ - деление невозможно, потому что в делимом степень $t = 0$, а в делителе равно 2, что больше 0.

4. Пусть x м - длина второй части проволоки, тогда $(x + 23)$ м - длина первой части проволоки, $3x$ м - длина третьей части проволоки. По условию задачи, длина всей проволоки 578 м, значит,

$$x + x + 23 + 3x = 578; 5x + 23 = 578; 5x = 555;$$

$x = 111$ м - длина второй части, $111 + 23 = 134$ м - длина первой части, $3 \cdot 111 = 333$ м - длина третьей части.

Ответ: 134 м, 111 м, 333 м.

Вариант № 4

1. а) $\frac{2}{7} p^2 q^3 \cdot 7 p^3 q = 2 p^{2+3} \cdot q^{3+1} = 2 p^5 q^4$;
б) $(-1,2 m k^4 p^2) \cdot (5 m^3 k^2) = -6 m^{1+3} \cdot k^{4+2} \cdot p^2 = -6 m^4 k^6 p^2$;
в) $(4 x^2 y^4)^3 = 4^3 \cdot x^{2 \cdot 3} \cdot y^{4 \cdot 3} = 6^4 x^6 y^{12}$;
г) $8 a^2 b^5 - 5 b^5 a^2 + 2 a^2 b^5 = 10 a^2 b^5 - 5 b^5 a^2 = 5 a^2 b^5$;
д) $3 y^3 + y^3 - 2 y^3 = 4 y^3 - 2 y^3 = 2 y^3$.

2. $5 - 12x + 8x = 3$;

$12x - 8x = 5 - 3$; $4x = -2$; $x = \frac{1}{2}$.

Ответ: $1/2$.

3. а) $2a^3 b^4 : 4ab^2 c = 2a^3 b^4 \cdot c^0 : 4ab^2 c^1$ – деление невозможно, потому что в делимом степень с меньше, чем в делителе.

б) $6x^6 y^4 : 5x^3 y = \frac{6}{5} \cdot x^{6-3} \cdot y^{4-1} = 1,2 x^3 y^3$;

в) $1,5 m^4 n^5 k : 3 m^2 n^2 = \frac{1}{2} m^{4-2} \cdot n^{5-2} \cdot k = 0,5 m^2 n^3 k$.

4. Пусть x кг лимонов привезли в магазин, тогда $(2x)$ кг мандаринов привезли в магазин, $(x + 500)$ кг апельсинов привезли в магазин. По условию задачи всего в магазин привезли 700 кг фруктов, значит,

$x + 2x + x + 500 = 700$; $4x + 500 = 700$; $4x = 200$;

$x = 50$ кг – лимонов, $2 \cdot 50 = 100$ кг – мандаринов, $500 + 50 = 550$ кг – апельсинов.

Ответ: 50, 100, 550 кг.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 4

Вариант № 1

1. $2xy^3 + 5x^2y^4 - 4xy^3 - x^2y^4 = -2xy^3 + 4x^2y^4$.
2. а) $(6a - 5ab) - (4a + ab) = 6a - 5ab - 4a - ab = 2a - 6ab$;
б) $3(k - 7m) = 3k - 3 \cdot 7m = 3k - 21m$;
в) $5x^3(x^2 - 1) = 5x^3 \cdot x^2 - 5x^3 = 5x^5 - 5x^3$;
г) $(4 - p)(p + 5) = 4(p + 5) - p(p + 5) = 4p + 20 - p^2 - 5p = -p^2 - p + 20$.

3. $5x - 3(x + 2) = 4$;

$5x - 3x - 6 = 4$; $2x = 10$; $x = 5$.

Ответ: 5.

4. $(x + 4)(3 - x) + x(x + 6) = 7$;

$x(3 - x) + 4(3 - x) + x^2 + 6x - 7 = 0$; $3x - x^2 + 12 - 4x + x^2 + 6x - 7 = 0$;

$5x + 5 = 0$; $5x = -5$; $x = -1$.

Ответ: $x = -1$.

5. Пусть x см – ширина прямоугольника, тогда $(x + 3)$ см – длина прямоугольника, тогда, $(x + 1)(x + 3 + 2) - x(x + 3) = 20$; $(x + 1)(x + 5) - x^2 - 3x = 20$;

$x(x + 5) + x + 5 - x^2 - 3x - 20 = 0$; $x^2 + 5x + x + 5 - x^2 - 3x - 20 = 0$;

$3x - 15 = 0$; $3x = 15$;

$x = 5$ см — ширина прямоугольника, $5 + 3 = 8$ см — длина прямоугольника.
Ответ: 5, 8 см.

Вариант № 2

1. $7p^4q + pq^3 - 4pq^3 - 6p^4q = p^4q - 3pq^3$.

2. а) $(9km + 2k) - (6km + k) = 9km + 2k - 6km - k = 3mk - k$;

б) $5(x + 2y) = 5x + 5 \cdot 2y = 5x + 10y$;

в) $3k^5(1 - k^2) = 3k^5 - 3k^5 \cdot k^2 = 3k^5 - 3k^7$;

г) $(c - 4)(5 + c) = c(5 + c) - 4(5 + c) = 5c + c^2 - 20 - 4c = c^2 + c - 20$

3. $2x - 5(1 - x) = 9$;

$2x - 5 + 5x - 9 = 0$; $7x - 14 = 0$; $7x = 14$; $x = 2$.

Ответ: 2.

4. $(x + 3)(x - 2) - x(x - 4) = 4$;

$x(x - 2) + 3(x - 2) - x^2 + 4x - 4 = 0$; $x^2 - 2x + 3x - 6 - x^2 + 4x - 4 = 0$;

$5x - 10 = 0$; $5x = 10$; $x = 2$.

Ответ: 2.

5. Пусть x — первое из трех чисел. Тогда $(x + 1)$ — второе число, $(x + 2)$ — третье число, тогда,

$(x + 1)(x + 2) - x^2 = 17$; $x(x + 2) + x + 2 - x^2 - 17 = 0$;

$x^2 + 2x + x + 2 - x^2 - 17 = 0$; $3x - 15 = 0$; $3x = 15$;

$x = 5$ — первое число, $5 + 1 = 6$ — второе число, $5 + 2 = 7$ — третье число

Ответ: 5, 6, 7.

Вариант № 3

1. $6km^4 + 3k^4m - 5km^4 - 7k^4m = km^4 - 4k^4m$.

2. а) $(7x - 3xy) - (4x + 2xy) = 7x - 3xy - 4x - 2xy = 3x - 5xy$;

б) $4(2p - q) = 4 \cdot 2p - 4 \cdot q = 8p - 4q$;

в) $6a^4(1 - a^2) = 6a^4 - 6a^4 \cdot a^2 = 6a^4 - 6a^6$;

г) $(5 - k)(k + 2) = 5(k + 2) - k(k + 2) = 5k + 10 - k^2 - 2k = -k^2 + 3k + 10$

3. $4x - 2(x - 3) = 10$;

$4x - 2x + 6 = 10$; $2x = 10 - 6$; $2x = 4$; $x = 2$.

Ответ: 2.

4. $(7 - x)(x + 5) + x(4 + x) = 5$;

$7(x + 5) - x(x + 5) + 4x + x^2 - 5 = 0$; $7x + 35 - x^2 - 5x + 4x + x^2 - 5 = 0$;

$6x + 30 = 0$; $6x = -30$; $x = -5$.

Ответ: -5.

5. Пусть x дм — ширина прямоугольника. Тогда $(x + 4)$ дм — длина прямоугольника,

$(x + 2)(x + 4 - 3) + 6 = x(x + 4)$; $(x + 2)(x + 1) - x(x + 4) + 6 = 0$;

$x(x + 1) + 2(x + 1) - x(x + 4) + 6 = 0$; $x^2 + x + 2x + 2 - x^2 - 4x + 6 = 0$; $-x + 8 = 0$;

$x = 8$ дм — ширина прямоугольника, $8 + 4 = 12$ дм — длина прямоугольника.

Ответ: 8 дм, 12 дм.

Вариант № 4

1. $3x^2y - 6xy^3 - x^2y + xy^3 = 2x^2y - xy^3$.

2. а) $(8a - 5ab) - (3a + ab) = 8a - 5ab - 3a - ab = 5a - 6ab$;
 б) $2(p + 6q) = 2p + 2 \cdot 6q = 2p + 12q$;
 в) $4m^2(m^3 - 1) = 4m^2 \cdot m^3 - 4m^2 = 4m^5 - 4m^2$;
 г) $(k + 3)(2 - k) = k(2 - k) + 3(2 - k) = 2k - k^2 + 6 - 3k = -k^2 - k + 6$.
3. $7x - 3(3 + x) = 7$;
 $7x - 9 - 3x - 7 = 0$; $4x - 16 = 0$; $4x = 16$; $x = 4$.
 Ответ: 4.
4. $(6 - x)(x - 3) - x(2 - x) = 3$;
 $6(x - 3) - x(x - 3) - 2x + x^2 - 3 = 0$; $6x - 18 - x^2 + 3x - 2x + x^2 = 0$; $7x - 21 = 0$;
 $7x = 21$; $x = 3$.
 Ответ: 3.
5. Пусть x — меньшее натуральное число, $(x + 1)$ — второе число, $(x + 2)$ — третье число, тогда,
 $(x + 1)(x + 2) - x(x + 1) = 18$; $x(x + 2) + x + 2 - x^2 - x = 18$;
 $x^2 + 2x + x + 2 - x^2 - x = 18$; $2x = 18 - 2$;
 $x = 8$ — первое число, $8 + 1 = 9$ — второе число, $8 + 2 = 10$ — третье число.
 Ответ: 8, 9, 10.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 5

Вариант № 1

1. а) $(m + 4k)^2 = m^2 + 2m \cdot 4k + (4k)^2 = m^2 + 8mk + 16k^2$;
 б) $\left(\frac{1}{3}a - b\right)\left(\frac{1}{3}a + b\right) = \left(\frac{1}{3}a\right)^2 - b^2 = \frac{1}{9}a^2 - b^2$.
2. а) $x(4y - x) + (y - x)^2 = 4xy - x^2 + y^2 - 2xy + x^2 = y^2 + 2xy = (-1)^2 + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot (-1) = 1 - 1 = 0$;
- б) $\frac{(12a^3 - 3a^2b)}{3a} = \frac{12a^3}{3a} - \frac{3a^2b}{3a} = 4a^2 - ab = 4 \cdot (-2)^2 - (-2) \cdot 10 = 4 \cdot 4 + 20 = 16 + 20 = 36$.
3. $x(5 - x) + (x - 2)(x + 2) = 1$;
 $5x - x^2 + x^2 - (2)^2 = 1$; $5x - 4 = 1$; $5x = 5$; $x = 1$.
 Ответ: 1.
4. $(p - 3)(p^2 + 3p + 9) - p^3 = p^3 - 3^3 - p^3 = -3^3 = -27$.
 Отсюда видно, что при любых p выражение принимает одно и то же значение -27 .
5. Пусть x — первое число. Тогда $(x + 1)$ — второе число, $(x + 2)$ — третье число, тогда,
 $(x + 2)^2 - x(x + 1) = 37$; $x^2 + 4x + 4 - x^2 - x = 37$; $3x = 37 - 4$; $3x = 33$;
 $x = 11$ — первое число, $11 + 1 = 12$ — второе число, $11 + 2 = 13$ — третье.
 Ответ: 11, 12, 13.

Вариант № 2

1. а) $(3a - b)^2 = (3a)^2 - 2 \cdot 3a \cdot b + b^2 = 9a^2 - 6ab + b^2$;

$$6) \left(x + \frac{1}{4}y\right)\left(x - \frac{1}{4}y\right) = x^2 - \left(\frac{1}{4}y\right)^2 = x^2 - \frac{1}{16}y^2.$$

$$2. a) (m - n)^2 + m(6n - m) = m^2 - 2mn + n^2 + 6mn - m^2 = n^2 + 4mn = (-1)^2 + 4 \cdot \frac{1}{4} \cdot (-1) = 1 + 1 \cdot (-1) = 0;$$

$$6) (15p^2 - 5p^3q) : 5p = \frac{15p^2}{5p} - \frac{5p^3q}{5p} = 3p - p^2q = 3 \cdot 2 - 2^2 \cdot (-1) = 6 + 4 = 10.$$

$$3. x(x - 6) - (x + 5)^2 = 23;$$

$$x^2 - 6x - x^2 - 10x - 25 = 23; -16x - 25 = 23; -16x = 48; x = -3.$$

Ответ: -3.

$$4. x^3 - (2 + x)(4 - 2x + x^2) = x^3 - (x^3 + 2^3) = x^3 - x^3 - 8 = -8.$$

Отсюда видно, что при любых x выражение принимает значение -8.

5. Пусть x см — сторона второго квадрата. Тогда $(x + 2)$ см — сторона первого квадрата, значит,

$$(x + 2)^2 - x^2 = 48; (x + 2 - x)(x + 2 + x) = 48; 2(2x + 2) = 48; 4x + 4 = 48;$$

$$4x = 48 - 4; 4x = 44;$$

$$x = 11 \text{ см — сторона второго квадрата, } 11 + 2 = 13 \text{ см — первого квадрата.}$$

Ответ: 13, 11 см.

Вариант № 3

$$1. a) (x + 5y)^2 = x^2 + 2x \cdot 5y + (5y)^2 = x^2 + 10xy + 25y^2;$$

$$6) \left(\frac{1}{5}p - q\right)\left(\frac{1}{5}p + q\right) = \left(\frac{1}{5}p\right)^2 - q^2 = \frac{1}{25}p^2 - q^2.$$

$$2. a) (a - b)^2 + b(5a - b) = a^2 - 2ab + b^2 + 5ab - b^2 = a^2 + 3ab = (-2)^2 + 3 \cdot (-2) \cdot \frac{1}{3} = 4 - 2 = 2;$$

$$6) \frac{(6m^4n + 9m^3)}{3m^2} = \frac{6m^4n}{3m^2} + \frac{9m^3}{3m^2} = 2m^2n + 3m = 2 \cdot 2^2 \cdot \frac{1}{4} + 3 \cdot 2 = 2 + 6 = 8$$

$$3. x(x - 3) + (4 - x)(4 + x) = 1;$$

$$x^2 - 3x + 16 - x^2 = 1; -3x = 1 - 16; -3x = -15; x = 5.$$

Ответ: 5.

$$4. (m - 1)(m^2 + m + 1) - m^3 = m^3 - 1 - m^3 = -1.$$

Отсюда видно, что при любом m значение выражения принимает постоянное значение -1.

5. Пусть x — первое из чисел, тогда $(x + 1)$ — второе число, а $(x + 2)$ — третье число, значит,

$$(x + 1)(x + 2) - x^2 = 41; x(x + 2) + x + 2 - x^2 = 41; x^2 + 2x + x + 2 - x^2 = 41;$$

$$3x = 41 - 2; 3x = 39;$$

$$x = 13 \text{ — первое из чисел, } 13 + 1 = 14 \text{ — второе число, } 13 + 2 = 15 \text{ — третье.}$$

Ответ: 13, 14, 15.

Вариант № 4

$$1. a) (4p - q)^2 = (4p)^2 - 2 \cdot 4p \cdot q + q^2 = 16p^2 - 8pq + q^2;$$

$$6) \left(m + \frac{1}{6}n\right) \left(m - \frac{1}{6}n\right) = m^2 - \left(\frac{1}{6}n\right)^2 = m^2 - \frac{1}{36}n^2.$$

$$2. a) y(7x - y) + (x - y)^2 = 7xy - y^2 + x^2 - 2xy + y^2 = x^2 + 5xy = (-1)^2 + 5 \cdot (-1) \cdot \frac{1}{5} = 1 - 1 = 0;$$

$$6) (14a^4b - 7a^3) : 7a^2 = \frac{14a^4b}{7a^2} - \frac{7a^3}{7a^2} = 2a^2b - a = 2 \cdot 3^2 \cdot \frac{1}{2} - 3 = 9 - 3 = 6.$$

$$3. x(8 - x) - (3 - x)(3 + x) = 7;$$

$$8x - x^2 - (9 - x^2) = 7; 8x - x^2 - 9 + x^2 = 7; 8x = 7 + 9; 8x = 16; x = 2.$$

Ответ: 2.

$$4. y^3 + (5 - y)(25 + 5y + y^2) = y^3 + 5^3 - y^3 = 5^3 = 125.$$

Отсюда видно, что при любых значениях y значение выражения постоянно и равно 125.

5. Пусть x см — сторона квадрата, тогда $(x - 2)$ см — одна из сторон получившегося прямоугольника, $(x + 3)$ см — другая сторона получившегося прямоугольника, значит,

$$(x - 2)(x + 3) - x^2 = 2; x(x + 3) - 2(x + 3) - x^2 = 2; x^2 + 3x - 2x - 6 - x^2 = 2; x - 6 = 2; x = 8 \text{ см — сторона квадрата.}$$

Ответ: 8 см.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 6

Вариант № 1

$$1. a) x^3 - 2x = x(x^2 - 2);$$

$$6) 6b^7 - 24b^4 = 6b^7(b^3 - 4);$$

$$в) 3a^2 - 6ab + 3b^2 = 3(a^2 - 2ab + b^2) = 3(a - b)^2;$$

$$г) cm - cn + 5m - 5n = c(m - n) + 5(m - n) = (m - n)(c + 5).$$

$$2. 2(p + q)^2 - p(7q - p) - 2q^2 = 2(p^2 + 2pq + q^2) - 7pq + p^2 - 2q^2 = 2p^2 + 4pq + 2q^2 - 7pq + p^2 - 2q^2 = 3p^2 - 3pq = 3p(p - q).$$

$$3. \frac{17,6^2 - 2,4^2}{7,6} = \frac{(17,6 - 2,4)(17,6 + 2,4)}{7,6} = \frac{15,2 \cdot 20}{7,6} = 2 \cdot 20 = 40.$$

$$4. a) 64a^3 - b^3 = (4a - b)(16a^2 + 4ab + b^2);$$

$$6) 20m^2 - 5n^4 = 5(4m^2 - n^4) = 5(2m - n^2)(2m + n^2).$$

$$5. x^3 - 27 - 3x(x - 3) = 0;$$

$$(x - 3)(x^2 + 3x + 9) - 3x(x - 3) = 0; (x - 3)(x^2 + 3x + 9 - 3x) = 0;$$

$$(x - 3)(x^2 + 9) = 0; x - 3 = 0 \text{ и } x^2 + 9 = 0;$$

$x = 3$ и $x^2 = -9$ — не имеет решения, т.к. квадрат числа не может равняться отрицательному числу.

Ответ: 3.

Вариант № 2

$$1. a) 3p - p^5 = p(3 - p^4);$$

$$6) 8x^6 - 4x^3 = 4x^3(2x^3 - 1);$$

$$в) 20 - 20c + 5c^2 = 5(4 - 4c + c^2) = 5(2 - c)^2;$$

$$г) ax - ay + 7x - 7y = a(x - y) + 7(x - y) = (x - y)(a + 7).$$

$$2. (m+4)^2 - 2(m-8)(m-1) + 3m^2 = m^2 + 8m + 16 - 2(m^2 - 8m - m + 8) + 3m^2 = 4m^2 + 8m + 16 - 2(m^2 - 9m + 8) = 4m^2 + 8m + 16 - 2m^2 + 18m - 16 = 2m^2 + 26m = 2m(m+13).$$

$$3. \frac{10,8}{12,7^2 - 7,3^2} = \frac{10,8}{(12,7 - 7,3)(12,7 + 7,3)} = \frac{10,8}{5,4 \cdot 20} = \frac{2}{20} = \frac{1}{10} = 0,1.$$

$$4. a) m^3 - 8k^3 = (m - 2k)(m^2 + 2mk + 4k^2);$$

$$б) 3a^4 - 12b^2 = 3(a^4 - 4b^2) = 3(a^2 - 2b)(a^2 + 2b).$$

$$5. 4x(x+4) + x^3 + 64 = 0;$$

$$4x(x+4) + (x+4)(x^2 - 4x + 16) = 0; (x+4)(4x + x^2 - 4x + 16) = 0; (x+4)(x^2 + 16) = 0;$$

$$x + 4 = 0 \text{ и } x^2 + 16 = 0,$$

$x = -4$ и $x^2 = -16$ — не имеет решения, т.к. квадрат числа не может равняться отрицательному числу.

Ответ: -4 .

Вариант № 3

$$1. a) k^4 - 5k = k(k^3 - 5);$$

$$б) 12a^7 - 3a^4 = 3a^4(4a^3 - 1);$$

$$в) 3m^2 - 18m + 27 = 3(m^2 - 6m + 9) = 3(m - 3)^2;$$

$$г) pb - pc + 6b - 6c = p(b - c) + 6(b - c) = (p - c)(p + 6).$$

$$2. 3(a + b)^2 - a(b + 3a) + 3b^2 = 3(a^2 + 2ab + b^2) - ab - 3a^2 + 2b^2 = 3a^2 + 6ab + 3b^2 - ab - 3a^2 + 2b^2 = 5b^2 + 5ab = 5b(b + a).$$

$$3. \frac{18,6^2 - 1,4^2}{34,4} = \frac{(18,6 - 1,4)(18,6 + 1,4)}{34,4} = \frac{17,2 \cdot 20}{34,4} = \frac{20}{2} = 10.$$

$$4. a) \frac{1}{27}m^3 + k^3 = \left(\frac{1}{3}m + k\right)\left(\frac{1}{9}m^2 - \frac{1}{3}mk + k^2\right);$$

$$б) 4c^2 - 64d^4 = 4(c^2 - 16d^4) = 4(c - 4d^2)(c + 4d^2).$$

$$5. x^3 - 125 - 5x(x - 5) = 0;$$

$$(x - 5)(x^2 + 5x + 25) - 5x(x - 5) = 0; (x - 5)(x^2 + 5x + 25 - 5x) = 0;$$

$$(x - 5)(x^2 + 25) = 0; x - 5 = 0 \text{ и } x^2 + 25 = 0;$$

$x = 5$ и $x^2 = -25$ — не имеет решения, т.к. квадрат числа не может равняться отрицательному числу.

Ответ: 5.

Вариант № 4

$$1. a) 7m - m^4 = m(7 - m^3);$$

$$б) 5a^6 - 15a^4 = 5a^4(a^2 - 3);$$

$$в) 7x^2 - 28x + 28 = 7(x^2 - 4x + 4) = 7(x - 2)^2;$$

$$г) km + kn + 9m + 9n = k(m + n) + 9(m + n) = (m + n)(k + 9).$$

$$2. (c - 5)^2 - 5(c - 5)(c - 1) + 2c^2 = c^2 - 10c + 25 - 5(c^2 - 5c - c + 5) + 2c^2 = 3c^2 - 10c + 25 - 5(c^2 - 6c + 5) = 3c^2 - 10c + 25 - 5c^2 + 30c - 25 = 20c - 2c^2 = 2c(10 - c).$$

$$3. \frac{27,2}{16,8^2 - 3,2^2} = \frac{27,2}{(16,8 - 3,2)(16,8 + 3,2)} = \frac{27,2}{13,6 \cdot 20} = \frac{2}{20} = \frac{1}{10} = 0,1.$$

$$4. a) a^3 - \frac{1}{8}b^3 = \left(a - \frac{1}{2}b\right)\left(a^2 + \frac{1}{2}ab + \frac{1}{4}b^2\right);$$

$$б) 36p^2 - 4q^4 = 4(9p^2 - q^4) = 4(3p - q^2)(3p + q^2).$$

$$5. 2x(x+2) + x^3 + 8 = 0;$$

$$2x(x+2) + (x+2)(x^2 - 2x + 4) = 0; (x+2)(2x + x^2 - 2x + 4) = 0; (x+2)(x^2 + 4) = 0;$$

$$x+2=0 \text{ и } x^2+4=0;$$

$x = -2$ б $x^2 = -4$ — не имеет решения, т.к. квадрат числа не может равняться отрицательному числу.

Ответ: -2.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 7

Вариант № 1

$$1. а) \frac{15a^4b^2}{3a^2b^5} = \frac{5a^2}{b^3};$$

$$б) \frac{x+2y}{x^2+2xy} = \frac{x+2y}{x(x+2y)} = \frac{1}{x};$$

$$в) \frac{m^2 - k^2}{3m + 3k} = \frac{(m-k)(m+k)}{3(m+k)} = \frac{m-k}{3}.$$

$$2. 1) 3x - y - 3 = 0;$$

а) (2; 1), $3 \cdot 2 - 1 - 3 = 6 - 1 - 3 = 2 \neq 0$ - данная пара чисел не является решением уравнения, т.к. $2 \neq 0$.

б) (0; -3), $3 \cdot 0 - (-3) - 3 = 3 - 3 = 0$ - данная пара чисел является решением уравнения, т.к. $0 = 0$.

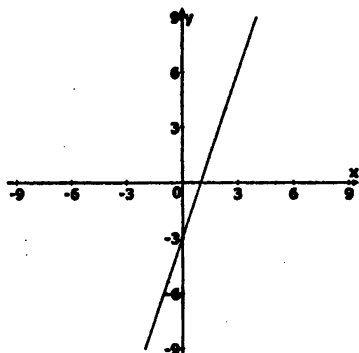
$$3. 3x - y - 3 = 0;$$

$$y = 3x - 3.$$

$$A(5,5; 12,5);$$

$$3 \cdot 5,5 - 12,5 - 3 = 16,5 - 15,5 = 1;$$

$1 \neq 0$ - значит, точка A не принадлежит графику уравнения $3x - y - 3 = 0$.



$$4. 3x - y - 3 = 0; y = 3x - 3;$$

$$k = 3, m = -3.$$

5. Функция возрастает, следовательно, наименьшее значение будет при $x = -1$, а наибольшее при

$$x = 5; y = -1 \cdot 3 - 3 = -6;$$

$$y = 3 \cdot 3 - 3 = 6.$$

Ответ: -6; 6.

$$6. y = -5x + 1.$$

Пусть уравнение прямой пропорциональности $y = ax$. Тогда из того, что график ее параллелен графику функции $y = -5x + 1$ следует, что $a = -5$.

График этой прямой пропорциональности расположен во второй и четвертой координатных четвертях.

7. Чтобы найти точку пересечения графиков линейных функций аналитически, нужно приравнять координаты:

$$x + 3 = 4x - 3; 3x = 3 + 3; x = 2;$$

$$y = 2 + 3 = 5.$$

Ответ: (2; 5).

Вариант № 2

1. а) $\frac{4m^5k}{18m^3k^4} = \frac{2m^2}{9k^3};$

б) $\frac{a-3b}{a^2-3ab} = \frac{a-3b}{a(a-3b)} = \frac{1}{a};$

в) $\frac{4p+4q}{p^2-q^2} = \frac{4(p+q)}{(p-q)(p+q)}.$

2. $2x + y - 5 = 0;$

а) $2 \cdot 3 - 1 - 5 = 0; 6 - 6 = 0$ — верно, значит, является;

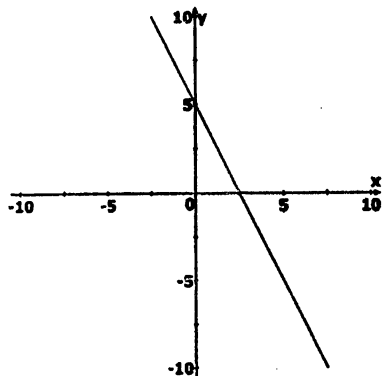
б) $2 \cdot (-1) + 6 - 5 = 0; -2 + 6 - 5 = 0$ — неверно, значит, не является.

3. $2x + y - 5 = 0; y = -2x + 5.$

М(3,4; -1,8);

$$2 \cdot 3,4 - 1,8 - 5 = 0;$$

$6,8 - 1,8 - 5 = 0$ — верно, значит М принадлежит графику уравнения $2x + y - 5 = 0$.



4. $2x + y - 5 = 0; y = -2x + 5;$

$$k = -2, m = 5.$$

5. Функция убывает, значит, наибольшее значение при $x = -1$, наименьшее — при $x = 3; y = -2 \cdot (-1) + 5 = 7, y = -2 \cdot 3 + 5 = -1.$

Ответ: 7, -1.

6. $y = ax.$

График прямой пропорциональности параллелен графику линейной функции $y = 3x - 2$, значит, $a = 3$. График этой прямой пропорциональности расположен в первой и третьей координатных четвертях.

Ответ: $y = 3x.$

7. $y = -2x + 5$ и $y = 4x - 1; 2x + 5 = 4x - 1; 6x = 6; x = 1, y = -2 \cdot 1 + 5 = 3.$

Ответ: (1; 3).

1. а) $\frac{35x^3y^6}{14xy^3} = \frac{5x^2y^3}{2}$;

б) $\frac{m^2 + 5mk}{m + 5k} = \frac{m(m + 5k)}{m + 5k} = m$;

в) $\frac{a^2 - b^2}{3a - 3b} = \frac{(a - b)(a + b)}{3(a - b)} = \frac{a + b}{3}$.

2. $4x - y - 2 = 0$.

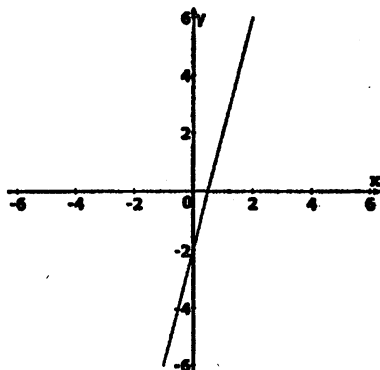
Для того, чтобы проверить, является ли данная пара чисел решением уравнения, подставим эти числа в него:

а) $-2 \cdot 4 - (-9) - 2 = 0$; $-8 + 9 - 2 = 0$ — не верно, значит, пара чисел $(-2; -9)$ не является решением данного уравнения;

б) $2 \cdot 4 - 6 - 2 = 0$; $8 - 8 = 0$ — верно, значит, пара чисел $(-2; -9)$ является решением данного уравнения.

3. $4x - y - 2 = 0$; $y = 4x - 2$.

$4 \cdot 1,2 - 3,1 - 2 = 0$; $4,8 - 5,1 = 0$ — не верно, значит, точка P не принадлежит графику уравнения.



4. $4x - y - 2 = 0$; $y = 4x - 2$;

$k = 4$, $m = -2$.

5. Функция возрастает, значит, наибольшее значение функция будет принимать при $x = 2$, а наименьшее при

$x = -2$, $y = 4 \cdot 2 - 2 = 6$,

$y = 4 \cdot (-2) - 2 = -10$.

Ответ: 6, -10.

6. $y = ax$.

График этой прямой пропорциональности параллелен графику функции $y = -3x + 4$, значит, $a = -3$. График этой прямой пропорциональности расположен во второй и четвертой координатных четвертях.

Ответ: $y = -3x$.

7. $y = 2x - 3$ и $y = 6x + 5$;

$2x - 3 = 6x + 5$; $4x = -8$; $x = -2$,

$y = 2 \cdot (-2) - 3 = -7$.

Ответ: $(-2; -7)$.

Вариант № 4

1. а) $\frac{12p^6q^2}{8p^4q^5} = \frac{3p^2}{2q^3};$

б) $\frac{a-4b}{a^2-4ab} = \frac{a-4b}{a(a-4b)} = \frac{1}{a};$

в) $\frac{5x+5y}{x^2-y^2} = \frac{5(x+y)}{(x-y)(x+y)} = \frac{5}{x-y}.$

2. $5x + y - 4 = 0;$

а) $5 \cdot (-1) + 9 - 4 = 0; -5 + 9 - 4 = 0$ – верно, значит, является;

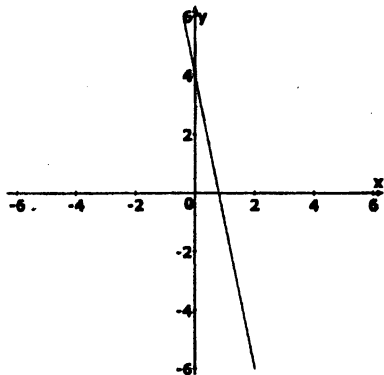
б) $5 \cdot 2 - 7 - 4 = 0; 10 - 11 = 0$ – неверно, значит, не является.

3. $5x + y - 4 = 0; y = -5x + 4.$

$C(-1, 2; -10);$

$5 \cdot (-1, 2) - 10 - 4 = 0;$

$-6 - 10 - 4 = 0$ – неверно, значит, точка С не принадлежит графику этой функции.



4. $5x + y - 4 = 0; y = -5x + 4;$

$k = -5, m = 4.$

5. Функция убывает, значит, наибольшее значение будет при $x = -1$, наименьшее – при

$x = 2, y = -1 \cdot (-5) + 4 = 9;$

$y = -5 \cdot 2 + 4 = -6,$

Ответ: 9; -6.

6. $y = ax.$

Известно, что график этой прямой пропорциональности параллелен графику линейной функции $y = 2x + 3$, значит, $a = 2.$

График этой прямой пропорциональности расположен в первой и третьей координатных четвертях.

Ответ: $y = 2x$

7. $y = 3x - 2$ и $y = -2x + 3;$

$3x - 2 = -2x + 3; 5x = 5; x = 1; y = 3 \cdot 1 - 2 = 1.$

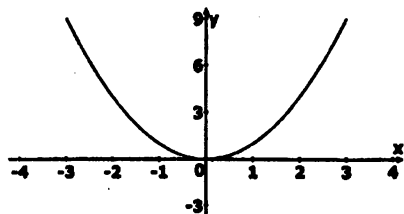
Ответ: (1; 1).

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 8

Вариант № 1

1. $y = x^2;$

а)



б) при $x = -2$, $y = (-2)^2 = 4$;

при $x = 3$, $y = 3^2 = 9$;

в) $x^2 = 1$;

$$x^2 - 1 = 0;$$

$$(x-1)(x+1) = 0;$$

$$x = 1 \text{ или } x = -1;$$

г) $x^2 = x + 2$;

$$x^2 - x - 2 = 0;$$

$$x^2 + x - 2x - 2 = 0;$$

$$x(x+1) - 2(x+1) = 0;$$

$$(x-2)(x+1) = 0;$$

$$x = 2, y = 2^2 = 4 \text{ и}$$

$$x = -1, y = (-1)^2 = 1, \text{ т.е. искомые точки } (2; 4) \text{ и } (-1; 1).$$

$$2. \text{ а) } \frac{m^2 - 6m + 9}{m - 3} = \frac{(m - 3)^2}{m - 3} = m - 3;$$

$$\text{б) } \frac{2x - 4y}{4y^2 - x^2} = \frac{2(x - 2y)}{(2y - x)(2y + x)} = -\frac{2}{x + 2y}.$$

$$3. y = x^2.$$

а) Функция $y = x^2$ принимает наименьшее значение в точке 0, $y = 0^2 = 0$.

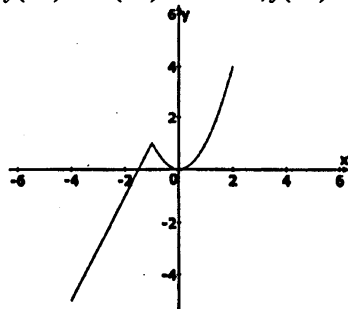
Наибольшее: $y = (-3)^2 = 9$.

б) Наименьшее: $y = 0^2 = 0$, наибольшее: $y = 3^2 = 9$.

$$4. y = f(x)$$

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 3 & \text{если } -4 \leq x < -1; \\ x^2 & -1 \leq x \leq 2; \end{cases}$$

$$\text{а) } f(-3) = 2 \cdot (-3) + 3 = -3; f(-1) = (-1)^2 = 1; f(1) = 1^2 = 1;$$

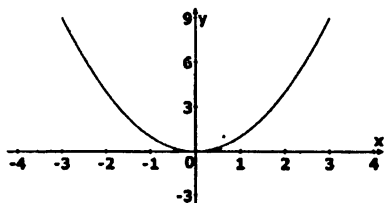


б)

$$5. f(x+2) - f(x-2) = (x+2)^2 - (x-2)^2 = (x+2-x+2)(x+2+x-2) = 2x \cdot 4 = 8x.$$

1. $y = x^2$

а)



б) при $x = -1, y = (-1)^2 = 1$;

при $x = 4, y = 4^2 = 16$;

в) $x^2 = 4$;

$x^2 - 4 = 0$;

$(x - 2)(x + 2) = 0$;

$x = 2$ или $x = -2$.

г) $x^2 = 4x$;

$x^2 - 4x = 0$;

$x(x - 4) = 0$;

$x = 0, y = 0^2 = 0$ и

$x = 4, y = 4^2 = 16$, т.е. искомые точки $(0; 0)$ и $(4; 16)$.

2. а) $\frac{a-4}{a^2-8a+16} = \frac{a-4}{(a-4)^2} = \frac{1}{a-4}$;

б) $\frac{m^2-9k^2}{15k-5m} = \frac{(m-3k)(m+3k)}{5(3k-m)} = -\frac{m+3k}{5}$.

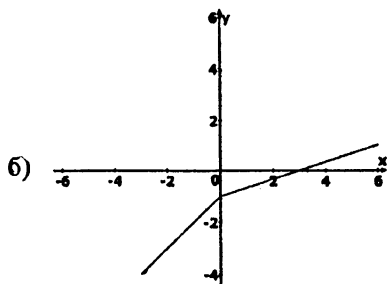
3. $y = x^2$.

а) Наибольшее: $y = 2^2 = 4$; наименьшее: $y = 0^2 = 0$.

б) Наибольшее: $y = (-2)^2 = 4$; наименьшее: $y = 0^2 = 0$.

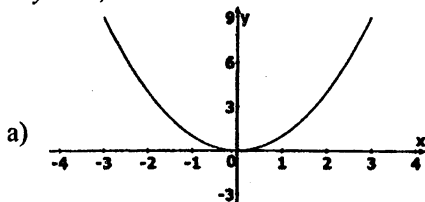
4. $y = f(x); f(x) = \begin{cases} x-1 & -3 \leq x < 0 \\ \frac{1}{3}x-1 & 0 \leq x \leq 6 \end{cases}$;

а) $f(-2) = -2 - 2 = -3$; $f(0) = \frac{1}{3} \cdot 0 - 1 = -1$; $f(3) = \frac{1}{3} \cdot 3 - 1 = 0$;



5. $f(x-5) - f(5-x) = (x-5)^2 - (5-x)^2 = (x-5)^2 - (x-5)^2 = 0$.

1. $y = x^2$;



б) при $x = -3$, $y = (-3)^2 = 9$;

при $x = 2$, $y = 2^2 = 4$;

в) $x^2 = 9$;

$$x^2 - 9 = 0;$$

$$(x - 3)(x + 3) = 0;$$

$$x = 3 \text{ или } x = -3;$$

г) $x^2 = -x + 2$;

$$x^2 + x - 2 = 0;$$

$$x^2 - x + 2x - 2 = 0;$$

$$x(x - 1) + 2(x - 1) = 0;$$

$$(x + 2)(x - 1) = 0;$$

$$x = -2, y = (-2)^2 = 4 \text{ и}$$

$$x = 1, y = 1^2 = 1, \text{ т.е. искомые точки } (-2; 4) \text{ и } (1; 1).$$

2. а) $\frac{p^2 + 10p + 25}{p + 5} = \frac{(p + 5)^2}{p + 5} = p + 5$;

б) $\frac{2y - 8x}{16x^2 - y^2} = \frac{2(y - 4x)}{(4x - y)(4x + y)} = -\frac{2}{4x + y}$.

3. $y = x^2$.

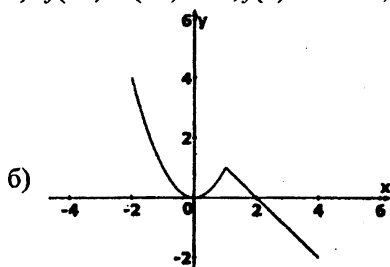
а) Наибольшее: $y = (-4)^2 = 16$; наименьшее: $y = 0^2 = 0$.

б) Наибольшее: $y = 3^2 = 9$; наименьшее: $y = 0^2 = 0$.

4. $y = f(x)$;

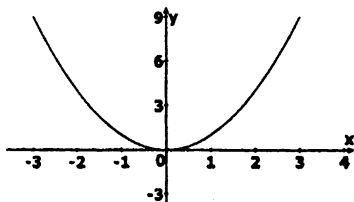
$$f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{если } -2 \leq x \leq 1; \\ -x + 2, & 1 < x \leq 4; \end{cases}$$

а) $f(-1) = (-1)^2 = 1$; $f(1) = 1^2 = 1$; $f(3) = -3 + 2 = -1$;



5. $f(x + 4) - f(4 - x) = (x + 4)^2 - (x - 4)^2 = (x + 4 - x + 4)(x + 4 + x - 4) = 2x \cdot 8 = 16x$.

1. а)



б) $y = (-4)^2 = 16$, при $x = -4$;

при $x = 2$, $y = 2^2 = 4$;

в) $x^2 = 16$;

$x^2 - 16 = 0$;

$(x - 4)(x + 4) = 0$;

$x = 4$ или $x = -4$;

г) $x^2 = -4x$;

$x^2 + 4x = 0$;

$x(x + 4) = 0$;

$x = 0$, $y = 0^2 = 0$ и

$x = -4$, $y = (-4)^2 = 16$, т.е. искомые точки $(0; 0)$ и $(-4; 16)$.

2. а) $\frac{m-2}{m^2-4m+4} = \frac{m-2}{(m-2)^2} = \frac{1}{m-2}$;

б) $\frac{2b-10a}{25a^2-b^2} = \frac{2(b-5a)}{(5a-b)(5a+b)} = -\frac{2}{5a+b}$.

3. $y = x^2$.

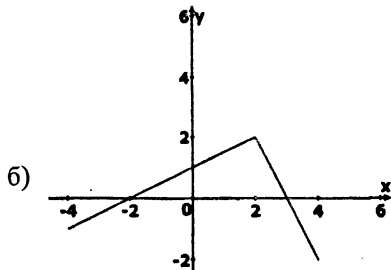
а) Наибольшее: $y = (-3)^2 = 9$; наименьшее: $y = 0^2 = 0$.

б) Наибольшее: $y = 2^2 = 4$; наименьшее: $y = 0^2 = 0$.

4. $y = f(x)$;

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x + 1 & , \text{ если } -4 \leq x < 2 \\ -2x + 6 & 2 \leq x \leq 4 \end{cases}$$

а) $f(-2) = \frac{1}{2} \cdot (-2) + 1 = 0$; $f(2) = -2 \cdot 2 + 6 = 2$; $f(3) = -2 \cdot 3 + 6 = 0$;



5. $f(3-x) - f(x-3) = (3-x)^2 - (x-3)^2 = (x-3)^2 - (x-3)^2 = 0$.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 9

Вариант № 1

1.
$$\begin{cases} 3x - y = 7; \\ x + 3y = 9; \end{cases}$$

а) $x = 1, y = -4;$

$$\begin{cases} 3 - (-4) = 7 \\ 1 + 3 \cdot (-4) = 9; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7 = 7 \\ -11 = 9 \end{cases} \text{ — не является;}$$

б) $x = 3, y = 2;$

$$\begin{cases} 3 \cdot 3 - 2 = 7; \\ 3 + 3 \cdot 2 = 9; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7 = 7 \\ 9 = 9 \end{cases} \text{ — является}$$

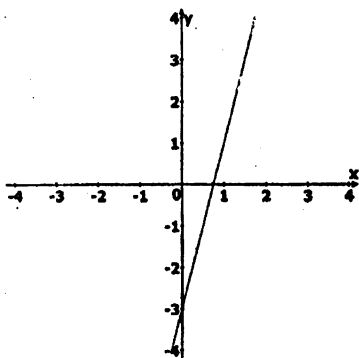
2.
$$\begin{cases} 3x + y = 2; \\ x + 2y = -6; \end{cases} \quad \begin{cases} 6x + 2y = 4 & (1) \\ x + 2y = -6 & (2) \end{cases}$$

Вычтем из (1) (2), получим:

$$5x = 10; x = 2; x + 2y = 6; 2y = 6 - 2; y = 2.$$

Ответ: (2; 2).

3. $4x - y = 3; y = 4x - 3.$



4. Пусть x мячей в баскетбольной сетке. Пусть y мячей в волейбольной сетке. Тогда имеем систему уравнений:

$$\begin{cases} 5x + 2y = 23; \\ 3x - y = 5 \end{cases} \quad \begin{cases} 5x + 2y = 23; \\ 6x - 2y = 10; \end{cases}$$

$$11x = 33; x = 3; 5x + 2y = 23; 2y = 23 - 15; y = 4.$$

Ответ: 3; 4.

5. $y = kx + m.$

Известно: $k \cdot 0 + m = -6$ и $k \cdot (-4) + m = 8;$

$$\begin{cases} m = -6 \\ -4k + m = 8; \end{cases} \quad m = -6, k = -\frac{7}{2};$$

Ответ: $k = -\frac{7}{2}, m = -6.$

Вариант № 2

1. $\begin{cases} 2x - 3y = 5; \\ x + 3y = 7; \end{cases}$

а) $\begin{cases} 2 + 3 = 5; \\ 1 - 3 = 7; \end{cases} \quad \begin{cases} 5 = 5 \\ -2 = 7 \end{cases} \text{ — не является;}$

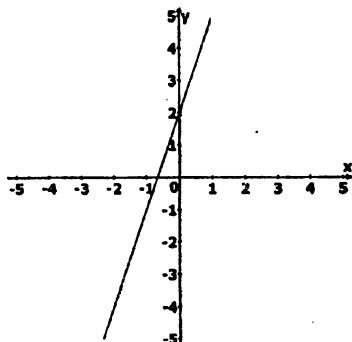
б) $\begin{cases} 8 - 3 = 5; \\ 4 + 3 = 7; \end{cases} \quad \begin{cases} 5 = 5 \\ 7 = 7 \end{cases} \text{ — является.}$

2. $\begin{cases} x + 3y = 9; \\ 3x - y = 7; \end{cases} \quad \begin{cases} x + 3y = 9 \\ 9x - 3y = 21; \end{cases}$

$10x = 30; x = 3; x + 3y = 9; 3y = 9 - 3; y = 2.$

Ответ: (3, 2).

3. $y - 3x = 2; y = 3x + 2.$



4. Пусть x — мальчиков в классе. Пусть y — девочек в классе. Тогда из условия задачи имеем систему линейных уравнений:

$$\begin{cases} 4x - 30 = 3y; \\ 3x + 5y = 95; \end{cases} \quad \begin{cases} 12x - 9y = 90 \\ 12x + 20y = 380; \end{cases}$$

$29y = 290; y = 10;$

$4x - 30 = 3y; 4x = 60; x = 15.$

Ответ: 15 мальчиков и 10 девочек.

5. $k \cdot 0 + m = 4; m = 4; -3k + m = 6; -3k + 4 = 6; k = \frac{2}{3}.$

Ответ: $k = \frac{2}{3}, m = 4.$

Вариант № 3

1. $\begin{cases} x + 2y = 3; \\ 5x - 3y = 2; \end{cases}$

а) $\begin{cases} 1 + 2 = 3; \\ 5 - 3 = 2; \end{cases} \quad \begin{cases} 3 = 3 \\ 2 = 2 \end{cases} \text{ — является;}$

$$6) \begin{cases} -1+6=3 \\ -5-18=2 \end{cases}; \quad \begin{cases} 5=3 \\ -23=2 \end{cases} - \text{ не является}$$

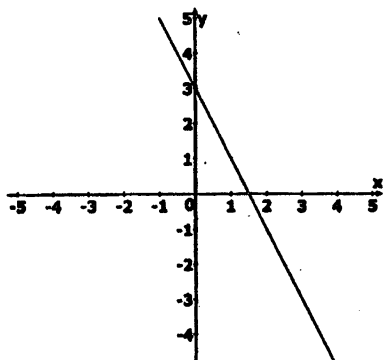
$$2. \begin{cases} 2x+y=7 \\ x-2y=11 \end{cases}; \quad \begin{cases} 4x+2y=14 \\ x-2y=1 \end{cases};$$

$$5x=15; x=3;$$

$$2x+y=7; y=7-6; y=1.$$

Ответ: (3, 1).

$$3. 2x+y=3; y=-2x+3.$$



4. Пусть x учебников по геометрии в пачке. Пусть y учебников по алгебре в пачке. Из условия задачи имеем систему линейных уравнений:

$$\begin{cases} 4x+3y=96 \\ 5x-6y=3 \end{cases}; \quad \begin{cases} 8x+6y=96 \\ 5x-6y=3 \end{cases};$$

$$13x=195; x=15;$$

$$5x-6y=3; 6y=75-3; y=12.$$

Ответ: 15; 12.

$$5. 0 \cdot k + m = -1;$$

$$m = -1;$$

$$2k + m = 4; 2k = 5; k = 2.5.$$

Ответ: $k = 2.5; m = -1.$

Вариант № 4

$$1. \begin{cases} 2x+y=7 \\ x-2y=11 \end{cases};$$

$$a) \begin{cases} 2+5=7 \\ 1-10=11 \end{cases}; \quad \begin{cases} 7=7 \\ -9=11 \end{cases} - \text{ не является};$$

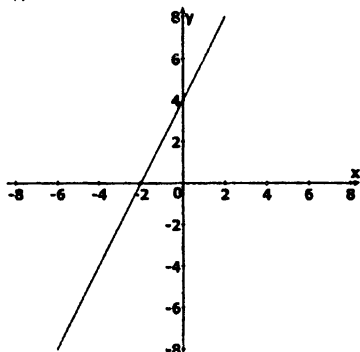
$$6) \begin{cases} 10-3=7 \\ 5+6=11 \end{cases}; \quad \begin{cases} 7=7 \\ 11=11 \end{cases} - \text{ является}.$$

$$2. \begin{cases} 4x-y=-7 \\ x+3y=-5 \end{cases}; \quad \begin{cases} 12x-3y=-21 \\ x+3y=-5 \end{cases};$$

$$13x = -26; x = -2; x + 3y = -5; 3y = -3; y = -1.$$

Ответ: $(-2, -1)$.

$$3. v - 2x = 4; y = 2x + 4.$$



4. Пусть x пачек чая в упаковке. Пусть y пачек кофе в упаковке. Тогда из условия задачи имеем систему линейных уравнений:

$$\begin{cases} 3x + 4y = 90 \\ 5x + 3y = 106 \end{cases}; \quad \begin{cases} 9x + 12y = 270 \\ 20x + 12y = 424 \end{cases};$$

$$11x = 154; x = 14;$$

$$3x + 4y = 90; 4y = 48; y = 12.$$

Ответ: 14 пачек чая и 12 пачек кофе.

$$5. k \cdot 0 + m = -2; m = -2;$$

$$2k + m = -5; 2k = -3; k = -1,5.$$

Ответ: $k = -1,5; m = -2$.

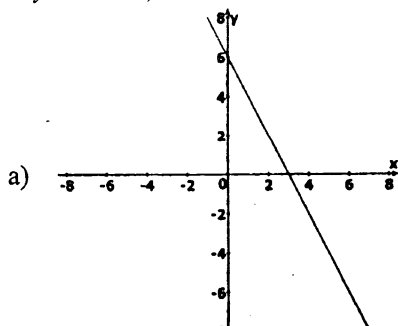
КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 10

Вариант № 1

$$1. (5 + m)^2 + (m - 2)(m + 2) - 2m(m + 5) = (m + 5)(m + 5 - 2m) + m^2 - 4 = 25 - m^2 + m^2 - 4 = 21.$$

$$2. a) \frac{28a^4b^6c}{12a^2b^5c^3} = \frac{7a^2b}{3c^2}; \quad б) \frac{10x^2 + 5xy}{4x^2 - y^2} = \frac{5x(2x + y)}{(2x - y)(2x + y)} = \frac{5x}{2x - y}$$

$$3. y = 6 - 2x;$$



б) $6 - 2 \cdot (-10) = 25$ – неверно, значит, не проходит.

в) Наибольшее: $y = 6 - 2 \cdot (-1) = 8$; наименьшее: $y = 6 - 2 \cdot 4 = -2$.

$$4. \begin{cases} 2x + y = 3; \\ x - 3y = 5; \end{cases} \quad \begin{cases} 6x + 3y = 9; \\ x - 3y = 5; \end{cases}$$

$$7x = 14; x = 2; x - 3y = 5; 3y = 2 - 5; y = -1.$$

Ответ: (2, -1).

5. Пусть x деталей изготавливал ученик за 1 час. Пусть y деталей изготавливал мастер за 1 час. Из условия задачи получаем систему:

$$\begin{cases} x + y = 17; \\ 2x + 4y = 54; \end{cases} \quad \begin{cases} 2x + 2y = 34; \\ 2x + 4y = 54; \end{cases}$$

$$2y = 20; y = 10;$$

$$x + y = 17; x = 7.$$

Ответ: 10 деталей за 1 час изготавливает мастер и 7 деталей – ученик.

6. $x + 2y = 3$ и $kx - 4y = 6$;

$$y = \frac{x-3}{2} \text{ и } y = \frac{kx-6}{4}.$$

Учитывая $y = 0$ и приравняв правые части уравнений, получим систему:

$$\begin{cases} \frac{x-3}{2} = \frac{kx-6}{4}; \\ \frac{x-3}{2} = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} kx-6=0; \\ x=3; \end{cases}$$

$$3k-6=0; k=2.$$

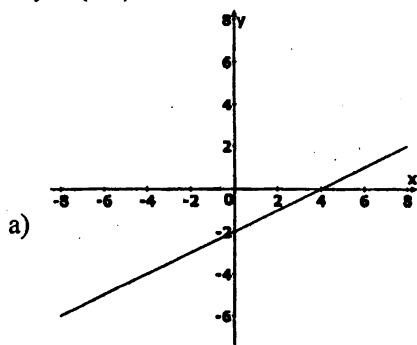
Ответ: при $k=2$.

Вариант № 2

$$1. (k-3)(k+3) + (2-k)^2 - 2k(k-2) = k^2 - 9 + (k-2)(k-2-2k) = k^2 - 9 - (k-2)(k+2) = k^2 - 9 - k^2 + 4 = -5.$$

$$2. \text{ а) } \frac{10m^3k^2n^5}{25m^4k^3n^3} = \frac{2n^2}{5mk}; \quad \text{ б) } \frac{2ab+8b^2}{a^2-16b^2} = \frac{2b(a+4b)}{(a-4b)(a+4b)} = \frac{2b}{a-4b}.$$

$$3. y = (1/2)x - 2.$$



б) $9 = \frac{1}{2} \cdot 22 - 2$; $9 = 9$ — верно, значит, проходит

в) Наибольшее: $y = \frac{1}{2} \cdot 8 - 2 = 2$, наименьшее: $y = \frac{1}{2} \cdot (-6) - 2 = -5$

4.
$$\begin{cases} x - 4y = 5; \\ 3x + y = 2; \end{cases} \quad \begin{cases} 3x - 12y = 15; \\ 3x + y = 2; \end{cases};$$

$13y = -13$; $y = -1$;

$x = 5 + 4y$; $x = 5 + 4 \cdot (-1) = 1$.

Ответ: (1, -1).

5. Пусть x -десантников вмещает тяжелый вертолет, y -десантников вмещает легкий вертолет,

$4x + 3y = 130$ человек доставлены к месту назначения,

$x + y = 36$ человек вмещает один тяжелый и один легкий вертолеты;

$$\begin{cases} 4x + 3y = 130; \\ 2 + y = 36 \end{cases}; \quad \begin{cases} 4x + 3y = 130; \\ 3x + 3y = 108; \end{cases};$$

$x = 22$; $y = 36 - x$; $y = 36 - 22 = 14$.

Ответ: 22 в тяжелом вертолете и 14 - в легком.

6. $3x - 5y = 10$ и $2x + ky = 9$;

$x = \frac{5y+10}{3}$ и $x = \frac{9-ky}{2}$.

Учитывая $x = 0$ и приравняв правые части уравнений, получим систему

$$\begin{cases} \frac{5y+10}{3} = \frac{9-ky}{2}; \\ \frac{5y+10}{3} = 0 \end{cases};$$

$$\begin{cases} 10y + 20 = 27 - 3ky; \\ 5y + 10 = 0 \end{cases}; \quad \begin{cases} 10y + 3ky = 7; \\ y = -2 \end{cases};$$

$10 \cdot (-2) + 3k \cdot (-2) = 7$; $-20 - 6k = 7$;

$-6k = 27$; $k = -4,5$.

Ответ: -4,5.

Вариант № 3

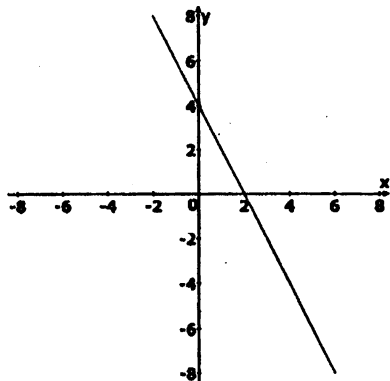
1. $(2+a)(2-a) + (3-a)^2 - 3(4-2a) = (2+a)(2-a) - 6(2-a) + (3-a)^2 = (2-a)(2-a-6)+9-6a+a^2=(2-a)(a-4)+a^2-6a+9=2a-a^2-8+4a+a^2-6a+9=$

2. а) $\frac{12x^6y^4t}{15x^2yt^3} = \frac{4x^4y^3}{5t^2}$;

б) $\frac{9m^2-k^2}{21m^2-7mk} = \frac{(3m-k)(3m+k)}{7m(3m-k)} = \frac{3m+k}{7m}$.

3. $y = 4 - 2x$;

а)



- б) $C(-8, 19)$. Подставим значение x в функцию $4 - 2 \cdot (-8) = 4 + 16 = 20$; $20 \neq 19$. Значит, график функции $y = 4 - 2x$ не проходит через точку C .
- в) Т.к. функция убывает, то наибольшее значение будет в начале отрезка, а наименьшее – в конце: $y = 4 - 2 \cdot (-3) = 4 + 6 = 10$ – наибольшее; $y = 4 - 2 \cdot 5 = 4 - 10 = -6$ – наименьшее.

$$4. \begin{cases} x - 3y = 6 \\ 2x + y = 5 \end{cases}; \quad \begin{cases} x - 3y = 6 \\ 6x + 3y = 15 \end{cases};$$

$$7x = 21; x = 3; y = 5 - 2x; y = 5 - 2 \cdot 3 = 5 - 6 = -1.$$

Ответ: $(3, -1)$.

5. Пусть x и y – задуманные числа, $x + y = 35$ – их сумма.

$4x + (y + 30) = 125$ – сумма после увеличения чисел;

$$\begin{cases} x + y = 35 \\ 4x + (y + 30) = 125 \end{cases}; \quad \begin{cases} x + y = 35 \\ 4x + y = 95 \end{cases};$$

$$3x = 60; x = 20; y = 35 - x; y = 35 - 20 = 15.$$

Ответ: 20 и 15.

$$6. 4x - y = 2 \text{ и } 3x - ky = 7;$$

$$x = \frac{y+2}{4} \text{ и } x = \frac{ky+7}{3}.$$

Учитывая $x = 0$ и приравнявая правые части уравнений получим систему:

$$\begin{cases} \frac{y+2}{4} = 0 \\ \frac{y+2}{4} = \frac{ky+7}{3} \end{cases}; \quad \begin{cases} y+2 = 0 \\ 3y+6 = 4ky+28 \end{cases}; \quad \begin{cases} y = -2 \\ 3y - 4ky = 22 \end{cases};$$

$$3 \cdot (-2) - 4k \cdot (-2) = 22; 8k = -28; k = -3,5.$$

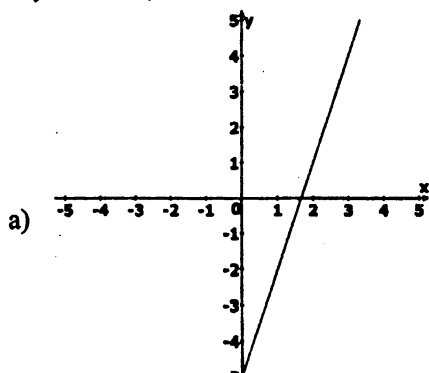
Ответ: $-3,5$.

Вариант № 4

$$1. (k-4)^2 + (2+k)(2-k) - 4(3-2k) = k^2 - 8k + 16 + 4 - k^2 - 12 + 8k = 8.$$

$$2. a) \frac{12xy^7t^2}{30x^3y^2t^3} = \frac{2y^5}{5x^2t}; \quad б) \frac{a^2 - 25b^2}{4ab + 20b^2} = \frac{(a-5b)(a+5b)}{4b(a+5b)} = \frac{a-5b}{4b}.$$

$$3. y = 3x - 5;$$



б) $P(7; 16)$. Подставим значение x в функцию: $3 \cdot 7 - 5 = 16$; $16 = 16$. Значит, график функции проходит через точку P .

в) $y = 3 \cdot (-2) - 5 = -11$ — наименьшее; $y = 3 \cdot 4 - 5 = 7$ — наибольшее.

$$4. \begin{cases} 4x + y = 1 \\ x + 2y = 9 \end{cases}; \quad \begin{cases} 8x + 2y = 2 \\ x + 2y = 9 \end{cases};$$

$$7x = -7; x = -1;$$

$$y = 1 - 4x; y = 1 - 4 \cdot (-1) = 5.$$

Ответ: $(-1; 5)$.

5. Пусть x — двухместных байдарок, y — трехместных байдарок, $x + y = 9$ байдарок всего, $2x + 3y = 21$ туристов.

$$\begin{cases} x + y = 9 \\ 2x + 3y = 21 \end{cases}; \quad \begin{cases} 2x + 2y = 18 \\ 2x + 3y = 21 \end{cases};$$

$$y = 3; x = 9 - y; x = 9 - 3 = 6.$$

Ответ: 6 двухместных и 3 трехместных байдарок.

$$6. 5x - 3y = 15 \text{ и } kx + 4y = 1;$$

$$y = \frac{5x - 15}{3} \text{ и } y = \frac{1 - kx}{4}.$$

Учитывая $y = 0$ и приравняв правые части уравнений, получим систему:

$$\begin{cases} \frac{5x - 15}{3} = 0 \\ \frac{5x - 15}{3} = \frac{1 - kx}{4} \end{cases}; \quad \begin{cases} 5x - 15 = 0 \\ 20x - 50 = 3 - 3kx \end{cases}; \quad \begin{cases} x = 3 \\ 20x + 3kx = 63 \end{cases};$$

$$20 \cdot 3 + 3k \cdot 3 = 63; 9k = 3; k = \frac{1}{3}.$$

Ответ: $\frac{1}{3}$.

Учебно-методическое издание

Сапожников Андрей Александрович

Решение контрольных работ по алгебре за 7 класс

Издательство «ЭКЗАМЕН»

Гигиенический сертификат
№ 77.99.60.953.Д.013269.11.07 от 13.11.2007 г.

Выпускающий редактор *Л.Д. Лаппо*

Редактор *И.М. Бокова*

Дизайн обложки *Л.В. Демьянова*

Компьютерная верстка *А.Л. Бабабекова, О.В. Попова*

105066, Москва, ул. Нижняя Красносельская, д. 35, стр. 1.

www.examen.biz

Е-mail: по общим вопросам: info@examen.biz;

по вопросам реализации: sale@examen.biz

тел./факс 641-00-30 (многоканальный)

Общероссийский классификатор продукции

ОК 005-93, том 2; 953005 — книги, брошюры, литература учебн

Текст отпечатан с диапозитивов

в ОАО «Владимирская книжная типография»

600000, г. Владимир, Октябрьский проспект, д. 7

Качество печати соответствует

качеству предоставленных диапозитивов

По вопросам реализации обращаться по тел.:

641-00-30 (многоканальный).