

Тренировочная работа**в формате ЕГЭ****по МАТЕМАТИКЕ****14 ноября 2013 года****11 класс****Вариант МА10201****Район.****Город (населённый пункт)****Школа.****Класс.****Фамилия****Имя****Отчество.****Инструкция по выполнению работы**

На выполнение работы по математике даётся 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 21 задание.

Часть 1 содержит 10 заданий (задания В1–В10) базового уровня сложности, проверяющих наличие практических математических знаний и умений.

Часть 2 содержит 9 заданий (задания В11–В15 и С1–С4) повышенного и высокого уровней по материалу курса математики средней школы, проверяющих уровень профильной математической подготовки.

Ответом к каждому из заданий В1–В15 является целое число или конечная десятичная дробь. При выполнении заданий С1–С4 требуется записать полное решение и ответ.

Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

ВНИМАНИЕ! Настоящая работа составлена в соответствии с утвержденной демоверсией ЕГЭ 2014 по математике. В работе выделена первая часть из 10 заданий базового уровня. Задание С4 состоит из двух пунктов, изменены критерии оценивания заданий типа С.

Данная работа является тренировочной и поэтому традиционно составлена по усеченной схеме — в ней отсутствуют задания С5 и С6.

Желаем успеха!

Часть 1

Ответом на задания В1–В10 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерений писать не нужно.

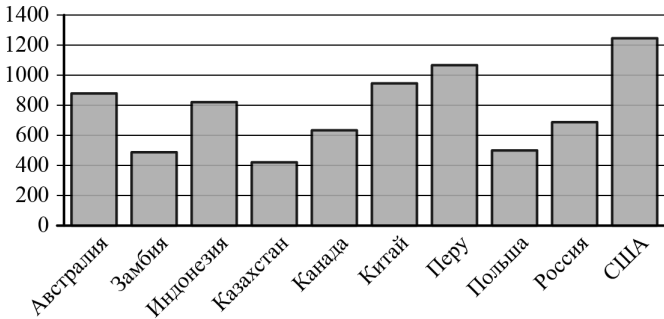
В1 В доме, в котором живёт Игорь, один подъезд. На каждом этаже по шесть квартир. Игорь живёт в квартире 69. На каком этаже живёт Игорь?

Ответ: _____.

В2 Для покраски потолка требуется 280 г краски на 1 м². Краска продаётся в банках по 2,5 кг. Какое наименьшее количество банок краски нужно купить для покраски потолка площадью 61 м²?

Ответ: _____.

В3 На диаграмме показано распределение выплавки меди в 10 странах мира (в тысячах тонн) за 2006 год. Среди представленных стран первое место по выплавке меди занимали США, десятое место — Казахстан. Какое место занимал Китай?



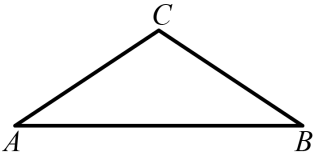
Ответ: _____.

В4 Для группы иностранных гостей требуется купить путеводители в количестве 20 штук. Нужные путеводители нашлись в трёх интернет-магазинах. Условия покупки и доставки даны в таблице. Определите, в каком из магазинов общая сумма покупки с учётом доставки будет наименьшей. В ответе напишите наименьшую сумму в рублях.

Интернет-магазин	Цена одного путеводителя (руб.)	Стоимость доставки (руб.)	Доп. условия
А	366	300	Нет
Б	372	200	Доставка бесплатно, если сумма заказа превышает 7000 руб.
В	370	250	Доставка бесплатно, если сумма заказа превышает 6500 руб.

Ответ: _____.

В5 Периметр равнобедренного треугольника равен 22. Основание равно 10. Найдите боковую сторону.



Ответ: _____.

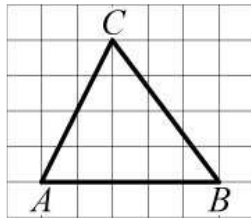
В6 На чемпионате по прыжкам в воду выступают 30 спортсменов, среди них 4 прыгуна из Голландии и 6 прыгунов из Парагвая. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что шестым будет выступать прыгун из Парагвая.

Ответ: _____.

В7 Найдите корень уравнения $\sqrt{18+9x} = 6$.

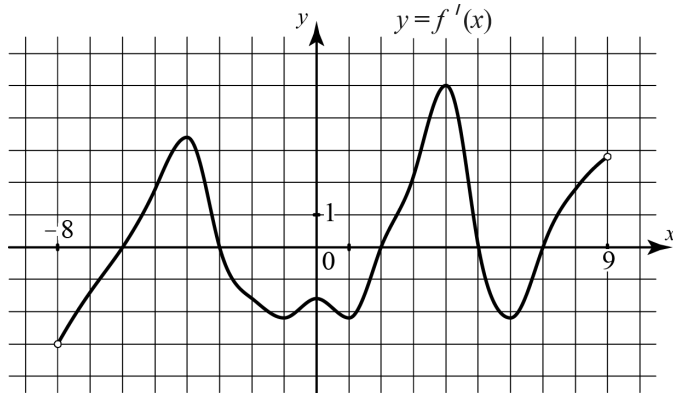
Ответ: _____.

- B8** На клетчатой бумаге с квадратными клетками изображён треугольник ABC . Найдите тангенс угла C .



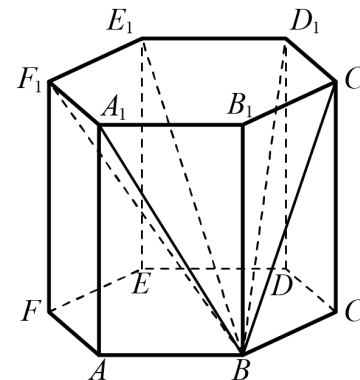
Ответ: _____.

- B9** На рисунке изображён график производной $y = f'(x)$ функции $f(x)$, определённой на интервале $(-8; 9)$. Найдите количество точек минимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-2; 8]$.



Ответ: _____.

- B10** Площадь основания правильной шестиугольной призмы $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ равна 2, а боковое ребро равно 6. Найдите объём многогранника, вершинами которого являются вершины $B, A_1, B_1, C_1, D_1, E_1, F_1$ данной призмы.



Ответ: _____.

Часть 2

Ответом на задания B11–B15 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерений писать не нужно

- B11** Найдите значение выражения

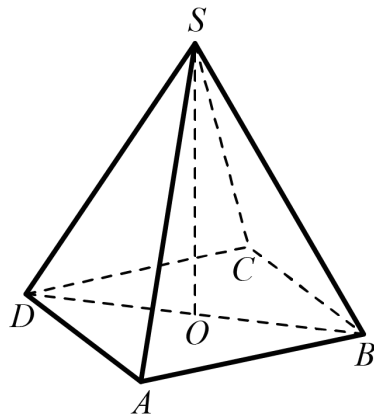
$$-\frac{4}{\sin^2 27^\circ + \sin^2 117^\circ}.$$

Ответ: _____.

- B12** Ёмкость высоковольтного конденсатора в телевизоре $C = 6 \cdot 10^{-6}$ Ф. Параллельно с конденсатором подключён резистор с сопротивлением $R = 5 \cdot 10^6$ Ом. Во время работы телевизора напряжение на конденсаторе $U_0 = 8$ кВ. После выключения телевизора напряжение на конденсаторе убывает до значения U (кВ) за время, определяемое выражением $t = \alpha RC \log_2 \frac{U_0}{U}$ (с), где $\alpha = 0,7$ — постоянная. Определите наибольшее возможное напряжение на конденсаторе, если после выключения телевизора прошло не менее 42 с. Ответ дайте в кВ (киловольтах).

Ответ: _____.

- В13** В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ точка O — центр основания, S — вершина, $SA = 13$, $BD = 10$. Найдите длину отрезка SO .



Ответ: _____.

- В14** Два человека отправляются одновременно из одного и того же места на прогулку до опушки леса, находящейся в 4,5 км от места отправления. Один идёт со скоростью 2,4 км/ч, а другой — со скоростью 3 км/ч. Дойдя до опушки, второй с той же скоростью возвращается обратно. На каком расстоянии от места отправления произойдёт их встреча? Ответ выразите в километрах.

Ответ: _____.

- В15** Найдите наибольшее значение функции $y = x^3 + 3x^2 - 2$ на отрезке $\left[-3; \frac{1}{2}\right]$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания C1–C4 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (C1, C2 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.

- C1** а) Решите уравнение $7 \cdot 9^{x^2-3x+1} + 5 \cdot 6^{x^2-3x+1} - 48 \cdot 4^{x^2-3x} = 0$.
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-1; 2]$.
- C2** Дана правильная треугольная призма $ABC A_1 B_1 C_1$, все рёбра основания которой равны $2\sqrt{7}$. Сечение, проходящее через боковое ребро AA_1 и середину M ребра $B_1 C_1$, является квадратом. Найдите расстояние между прямыми AB и AM .
- C3** Решите систему неравенств
$$\begin{cases} \log_{6x^2-x-1}(2x^2-5x+3) \geq 0, \\ \frac{12x^2-31x+14}{4x^2+3x-1} \leq 0. \end{cases}$$
- C4** Биссектриса угла ADC параллелограмма $ABCD$ пересекает прямую AB в точке E . В треугольник ADE вписана окружность, касающаяся стороны AE в точке K и стороны AD в точке T .
а) Докажите, что прямые KT и DE параллельны.
б) Найдите угол BAD , если известно, что $AD = 6$ и $KT = 3$.

Тренировочная работа**в формате ЕГЭ****по МАТЕМАТИКЕ****14 ноября 2013 года****11 класс****Вариант МА10202****Район.****Город (населённый пункт)****Школа.****Класс.****Фамилия****Имя****Отчество.****Инструкция по выполнению работы**

На выполнение работы по математике даётся 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 21 задание.

Часть 1 содержит 10 заданий (задания В1–В10) базового уровня сложности, проверяющих наличие практических математических знаний и умений.

Часть 2 содержит 9 заданий (задания В11–В15 и С1–С4) повышенного и высокого уровней по материалу курса математики средней школы, проверяющих уровень профильной математической подготовки.

Ответом к каждому из заданий В1–В15 является целое число или конечная десятичная дробь. При выполнении заданий С1–С4 требуется записать полное решение и ответ.

Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

ВНИМАНИЕ! Настоящая работа составлена в соответствии с утвержденной демоверсией ЕГЭ 2014 по математике. В работе выделена первая часть из 10 заданий базового уровня. Задание С4 состоит из двух пунктов, изменены критерии оценивания заданий типа С.

Данная работа является тренировочной и поэтому традиционно составлена по усеченной схеме — в ней отсутствуют задания С5 и С6.

Желаем успеха!

Часть 1

Ответом на задания В1–В10 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерений писать не нужно.

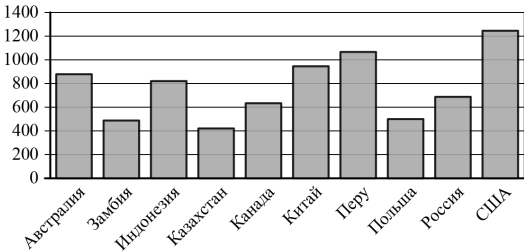
В1 Поезд Казань–Москва отправляется в 21:35, а прибывает в 10:35 на следующий день (время московское). Сколько часов поезд находится в пути?

Ответ: _____.

В2 Для покраски потолка требуется 160 г краски на 1 м². Краска продаётся в банках по 1,5 кг. Какое наименьшее количество банок краски нужно купить для покраски потолка площадью 64 м²?

Ответ: _____.

В3 На диаграмме показано распределение выплавки меди в 10 странах мира (в тысячах тонн) за 2006 год. Среди представленных стран первое место по выплавке меди занимали США, десятое место — Казахстан. Какое место занимала Россия?



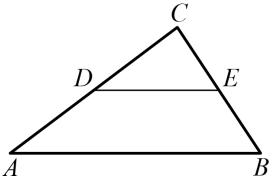
Ответ: _____.

В4 Для группы иностранных гостей требуется купить путеводители в количестве 10 штук. Нужные путеводители нашлись в трёх интернет-магазинах. Условия покупки и доставки даны в таблице. Определите, в каком из магазинов общая сумма покупки с учётом доставки будет наименьшей. В ответе напишите наименьшую сумму в рублях.

Интернет-магазин	Цена одного путеводителя (руб.)	Стоимость доставки (руб.)	Доп. условия
А	366	300	Нет
Б	372	200	Доставка бесплатно, если сумма заказа превышает 3500 руб.
В	370	250	Доставка бесплатно, если сумма заказа превышает 3000 руб.

Ответ: _____.

В5 Отрезок DE — средняя линия треугольника ABC , параллельная стороне AB . Периметр треугольника CDE равен 7. Найдите периметр треугольника ABC .



Ответ: _____.

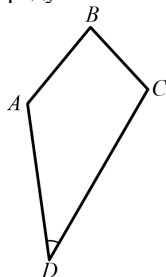
В6 На чемпионате по прыжкам в воду выступают 30 спортсменов, среди них 10 прыгунов из Великобритании и 3 прыгуна из Канады. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что двадцать девятым будет выступать прыгун из Канады.

Ответ: _____.

В7 Найдите корень уравнения $\sqrt{13+4x} = 7$.

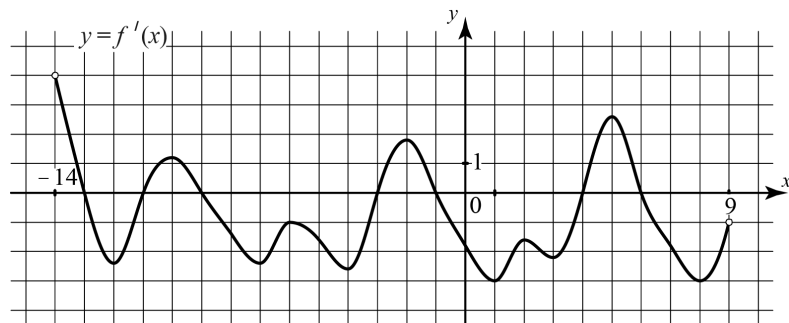
Ответ: _____.

- B8** Сумма трёх углов выпуклого четырёхугольника равна 322° . Найдите его четвёртый угол. Ответ дайте в градусах.



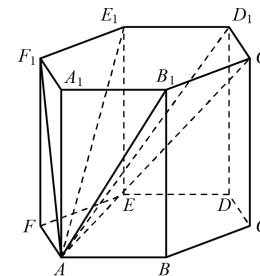
Ответ: _____.

- B9** На рисунке изображён график производной $y = f'(x)$ функции $f(x)$, определённой на интервале $(-14; 9)$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-10; 7]$.



Ответ: _____.

- B10** Площадь основания правильной шестиугольной призмы $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ равна 3, а боковое ребро равно 7. Найдите объём многогранника, вершинами которого являются вершины $A, A_1, B_1, C_1, D_1, E_1, F_1$ данной призмы.



Ответ: _____.

Часть 2

Ответом на задания B11–B15 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерений писать не нужно

- B11** Найдите значение выражения

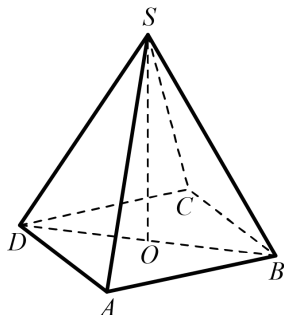
$$-\frac{6}{\sin^2 139^\circ + \sin^2 229^\circ}.$$

Ответ: _____.

- B12** Ёмкость высоковольтного конденсатора в телевизоре $C = 6 \cdot 10^{-6}$ Ф. Параллельно с конденсатором подключён резистор с сопротивлением $R = 5 \cdot 10^6$ Ом. Во время работы телевизора напряжение на конденсаторе $U_0 = 8$ кВ. После выключения телевизора напряжение на конденсаторе убывает до значения U (кВ) за время, определяемое выражением $t = \alpha RC \log_2 \frac{U_0}{U}$ (с), где $\alpha = 1,4$ — постоянная. Определите наибольшее возможное напряжение на конденсаторе, если после выключения телевизора прошло не менее 84 с. Ответ дайте в кВ (киловольтах).

Ответ: _____.

- B13** В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ точка O — центр основания, S — вершина, $SD = 5$, $BD = 6$. Найдите длину отрезка SO .



Ответ: _____.

- B14** Дорога между пунктами А и В состоит из подъёма и спуска, а её длина равна 8 км. Пешеход прошёл путь из А в В за 2 часа 45 минут. Время его движения на спуске составило 1 час 15 минут. С какой скоростью пешеход шёл на спуске, если скорость его движения на подъёме меньше скорости движения на спуске на 2 км/ч? Ответ выразите в км/ч.

Ответ: _____.

- B15** Найдите наименьшее значение функции $y = x^3 - 3x^2 + 7$ на отрезке $\left[-\frac{1}{2}; 3\right]$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания C1–C4 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (C1, C2 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.

- C1** а) Решите уравнение $4^{x^2-2x+1} + 4^{x^2-2x} = 20$.
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-1; 2]$.
- C2** Дана правильная треугольная призма $ABC A_1 B_1 C_1$, все рёбра основания которой равны 2. Сечение, проходящее через боковое ребро AA_1 и середину M ребра $B_1 C_1$, является квадратом. Найдите расстояние между прямыми $A_1 B$ и AM .

- C3** Решите систему неравенств
$$\begin{cases} \log_{6x^2+5x}(2x^2-3x+1) \geq 0, \\ \frac{20x^2-32x+3}{3x^2+7x+2} \leq 0. \end{cases}$$

- C4** Биссектриса угла ADC параллелограмма $ABCD$ пересекает прямую AB в точке E . В треугольник ADE вписана окружность, касающаяся стороны AE в точке K и стороны AD в точке T .
а) Докажите, что прямые KT и DE параллельны.
б) Найдите угол BAD , если известно, что сторона $AD = 8$ и $KT = 4$.

Тренировочная работа**в формате ЕГЭ****по МАТЕМАТИКЕ****14 ноября 2013 года****11 класс****Вариант МА10203****Район.****Город (населённый пункт)****Школа.****Класс.****Фамилия****Имя****Отчество.****Инструкция по выполнению работы**

На выполнение работы по математике даётся 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 21 задание.

Часть 1 содержит 10 заданий (задания В1–В10) базового уровня сложности, проверяющих наличие практических математических знаний и умений.

Часть 2 содержит 9 заданий (задания В11–В15 и С1–С4) повышенного и высокого уровней по материалу курса математики средней школы, проверяющих уровень профильной математической подготовки.

Ответом к каждому из заданий В1–В15 является целое число или конечная десятичная дробь. При выполнении заданий С1–С4 требуется записать полное решение и ответ.

Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

ВНИМАНИЕ! Настоящая работа составлена в соответствии с утвержденной демоверсией ЕГЭ 2014 по математике. В работе выделена первая часть из 10 заданий базового уровня. Задание С4 состоит из двух пунктов, изменены критерии оценивания заданий типа С.

Данная работа является тренировочной и поэтому традиционно составлена по усеченной схеме — в ней отсутствуют задания С5 и С6.

Желаем успеха!

Часть 1

Ответом на задания В1–В10 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерений писать не нужно.

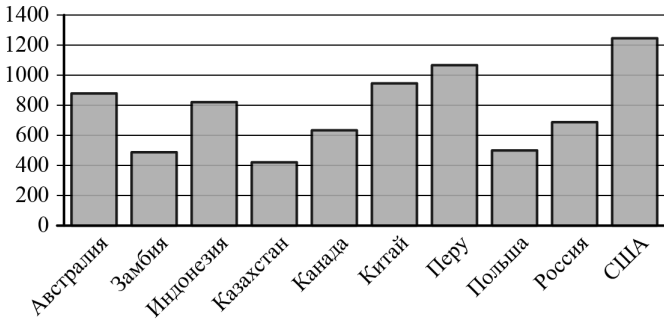
В1 В доме, в котором живёт Игорь, один подъезд. На каждом этаже по шесть квартир. Игорь живёт в квартире 69. На каком этаже живёт Игорь?

Ответ: _____.

В2 Для покраски потолка требуется 160 г краски на 1 м². Краска продаётся в банках по 1,5 кг. Какое наименьшее количество банок краски нужно купить для покраски потолка площадью 64 м²?

Ответ: _____.

В3 На диаграмме показано распределение выплавки меди в 10 странах мира (в тысячах тонн) за 2006 год. Среди представленных стран первое место по выплавке меди занимали США, десятое место — Казахстан. Какое место занимал Китай?



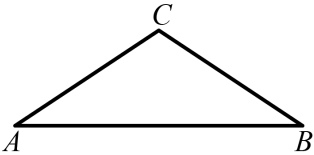
Ответ: _____.

В4 Для группы иностранных гостей требуется купить путеводители в количестве 10 штук. Нужные путеводители нашлись в трёх интернет-магазинах. Условия покупки и доставки даны в таблице. Определите, в каком из магазинов общая сумма покупки с учётом доставки будет наименьшей. В ответе напишите наименьшую сумму в рублях.

Интернет-магазин	Цена одного путеводителя (руб.)	Стоимость доставки (руб.)	Доп. условия
А	366	300	Нет
Б	372	200	Доставка бесплатно, если сумма заказа превышает 3500 руб.
В	370	250	Доставка бесплатно, если сумма заказа превышает 3000 руб.

Ответ: _____.

В5 Периметр равнобедренного треугольника равен 22. Основание равно 10. Найдите боковую сторону.



Ответ: _____.

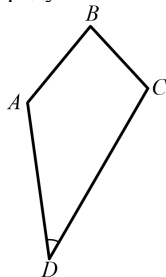
В6 На чемпионате по прыжкам в воду выступают 30 спортсменов, среди них 10 прыгунов из Великобритании и 3 прыгуна из Канады. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что двадцать девятым будет выступать прыгун из Канады.

Ответ: _____.

В7 Найдите корень уравнения $\sqrt{18+9x} = 6$.

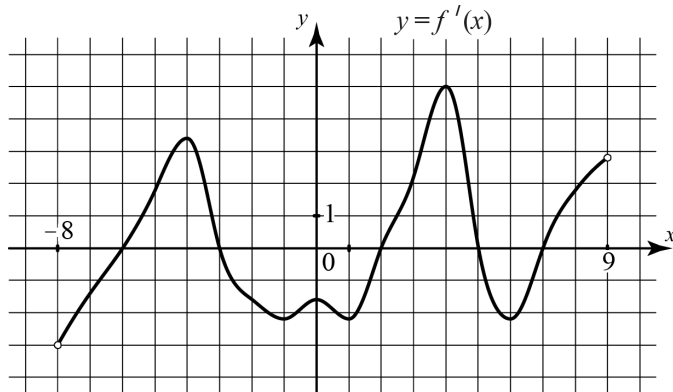
Ответ: _____.

- B8** Сумма трёх углов выпуклого четырёхугольника равна 322° . Найдите его четвёртый угол. Ответ дайте в градусах.



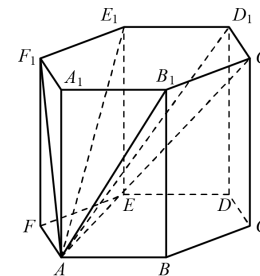
Ответ: _____.

- B9** На рисунке изображён график производной $y = f'(x)$ функции $f(x)$, определённой на интервале $(-8; 9)$. Найдите количество точек минимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-2; 8]$.



Ответ: _____.

- B10** Площадь основания правильной шестиугольной призмы $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ равна 3, а боковое ребро равно 7. Найдите объём многогранника, вершинами которого являются вершины $A, A_1, B_1, C_1, D_1, E_1, F_1$ данной призмы.



Ответ: _____.

Часть 2

Ответом на задания B11–B15 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерений писать не нужно

- B11** Найдите значение выражения

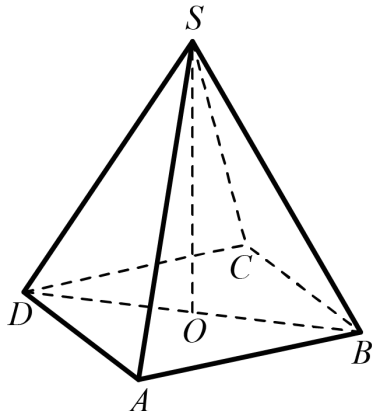
$$-\frac{4}{\sin^2 27^\circ + \sin^2 117^\circ}.$$

Ответ: _____.

- B12** Ёмкость высоковольтного конденсатора в телевизоре $C = 6 \cdot 10^{-6}$ Ф. Параллельно с конденсатором подключён резистор с сопротивлением $R = 5 \cdot 10^6$ Ом. Во время работы телевизора напряжение на конденсаторе $U_0 = 8$ кВ. После выключения телевизора напряжение на конденсаторе убывает до значения U (кВ) за время, определяемое выражением $t = \alpha RC \log_2 \frac{U_0}{U}$ (с), где $\alpha = 1,4$ — постоянная. Определите наибольшее возможное напряжение на конденсаторе, если после выключения телевизора прошло не менее 84 с. Ответ дайте в кВ (киловольтах).

Ответ: _____.

- B13** В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ точка O — центр основания, S — вершина, $SA = 13$, $BD = 10$. Найдите длину отрезка SO .



Ответ: _____.

- B14** Дорога между пунктами А и В состоит из подъёма и спуска, а её длина равна 8 км. Пешеход прошёл путь из А в В за 2 часа 45 минут. Время его движения на спуске составило 1 час 15 минут. С какой скоростью пешеход шёл на спуске, если скорость его движения на подъёме меньше скорости движения на спуске на 2 км/ч? Ответ выразите в км/ч.

Ответ: _____.

- B15** Найдите наибольшее значение функции $y = x^3 + 3x^2 - 2$ на отрезке $\left[-3; \frac{1}{2}\right]$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания C1–C4 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (C1, C2 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.

- C1** а) Решите уравнение $4^{x^2-2x+1} + 4^{x^2-2x} = 20$.
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-1; 2]$.

- C2** Дана правильная треугольная призма $ABC A_1 B_1 C_1$, все рёбра основания которой равны $2\sqrt{7}$. Сечение, проходящее через боковое ребро AA_1 и середину M ребра $B_1 C_1$, является квадратом. Найдите расстояние между прямыми $A_1 B$ и AM .

- C3** Решите систему неравенств
$$\begin{cases} \log_{6x^2+5x}(2x^2-3x+1) \geq 0, \\ \frac{20x^2-32x+3}{3x^2+7x+2} \leq 0. \end{cases}$$

- C4** Биссектриса угла ADC параллелограмма $ABCD$ пересекает прямую AB в точке E . В треугольник ADE вписана окружность, касающаяся стороны AE в точке K и стороны AD в точке T .
а) Докажите, что прямые KT и DE параллельны.
б) Найдите угол BAD , если известно, что $AD = 6$ и $KT = 3$.

Тренировочная работа**в формате ЕГЭ****по МАТЕМАТИКЕ****14 ноября 2013 года****11 класс****Вариант МА10204****Район.****Город (населённый пункт)****Школа.****Класс.****Фамилия****Имя****Отчество.****Инструкция по выполнению работы**

На выполнение работы по математике даётся 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 21 задание.

Часть 1 содержит 10 заданий (задания В1–В10) базового уровня сложности, проверяющих наличие практических математических знаний и умений.

Часть 2 содержит 9 заданий (задания В11–В15 и С1–С4) повышенного и высокого уровней по материалу курса математики средней школы, проверяющих уровень профильной математической подготовки.

Ответом к каждому из заданий В1–В15 является целое число или конечная десятичная дробь. При выполнении заданий С1–С4 требуется записать полное решение и ответ.

Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

ВНИМАНИЕ! Настоящая работа составлена в соответствии с утвержденной демоверсией ЕГЭ 2014 по математике. В работе выделена первая часть из 10 заданий базового уровня. Задание С4 состоит из двух пунктов, изменены критерии оценивания заданий типа С.

Данная работа является тренировочной и поэтому традиционно составлена по усеченной схеме — в ней отсутствуют задания С5 и С6.

Желаем успеха!

Часть 1

Ответом на задания В1–В10 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерений писать не нужно.

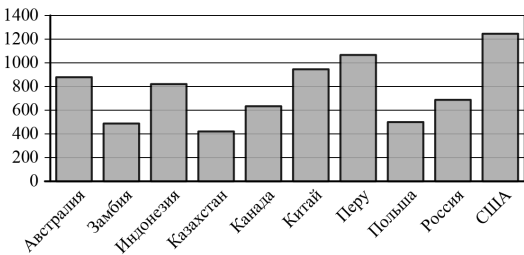
В1 Поезд Казань–Москва отправляется в 21:35, а прибывает в 10:35 на следующий день (время московское). Сколько часов поезд находится в пути?

Ответ: _____.

В2 Для покраски потолка требуется 280 г краски на 1 м². Краска продаётся в банках по 2,5 кг. Какое наименьшее количество банок краски нужно купить для покраски потолка площадью 61 м²?

Ответ: _____.

В3 На диаграмме показано распределение выплавки меди в 10 странах мира (в тысячах тонн) за 2006 год. Среди представленных стран первое место по выплавке меди занимали США, десятое место — Казахстан. Какое место занимала Россия?



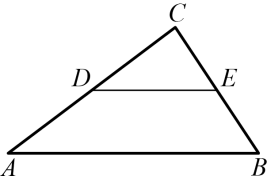
Ответ: _____.

В4 Для группы иностранных гостей требуется купить путеводители в количестве 20 штук. Нужные путеводители нашлись в трёх интернет-магазинах. Условия покупки и доставки даны в таблице. Определите, в каком из магазинов общая сумма покупки с учётом доставки будет наименьшей. В ответе напишите наименьшую сумму в рублях.

Интернет-магазин	Цена одного путеводителя (руб.)	Стоимость доставки (руб.)	Доп. условия
А	366	300	Нет
Б	372	200	Доставка бесплатно, если сумма заказа превышает 7000 руб.
В	370	250	Доставка бесплатно, если сумма заказа превышает 6500 руб.

Ответ: _____.

В5 Отрезок DE — средняя линия треугольника ABC , параллельная стороне AB . Периметр треугольника CDE равен 7. Найдите периметр треугольника ABC .



Ответ: _____.

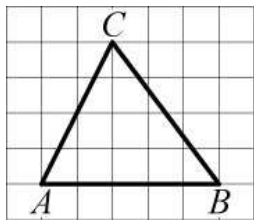
В6 На чемпионате по прыжкам в воду выступают 30 спортсменов, среди них 4 прыгуна из Голландии и 6 прыгунов из Парагвая. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что шестым будет выступать прыгун из Парагвая.

Ответ: _____.

В7 Найдите корень уравнения $\sqrt{13+4x} = 7$.

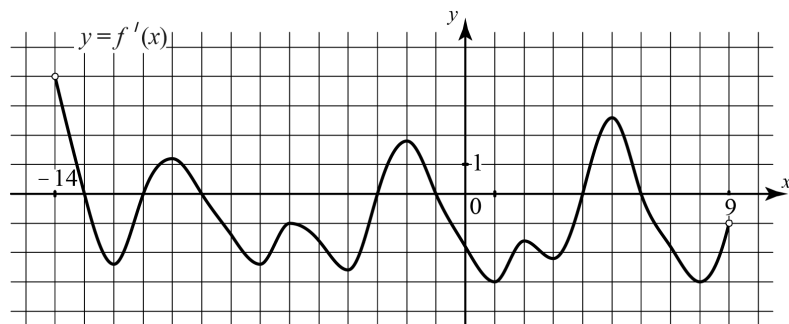
Ответ: _____.

- B8** На клетчатой бумаге с квадратными клетками изображён треугольник ABC . Найдите тангенс угла C .



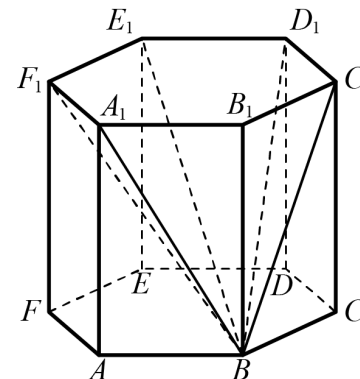
Ответ: _____.

- B9** На рисунке изображён график производной $y = f'(x)$ функции $f(x)$, определённой на интервале $(-14; 9)$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-10; 7]$.



Ответ: _____.

- B10** Площадь основания правильной шестиугольной призмы $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ равна 2, а боковое ребро равно 6. Найдите объём многогранника, вершинами которого являются вершины $B, A_1, B_1, C_1, D_1, E_1, F_1$ данной призмы.



Ответ: _____.

Часть 2

Ответом на задания B11–B15 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерений писать не нужно

- B11** Найдите значение выражения

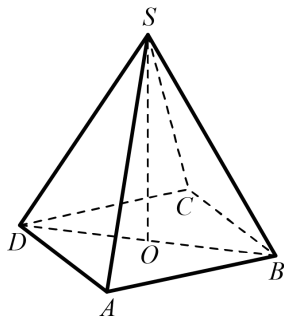
$$-\frac{6}{\sin^2 139^\circ + \sin^2 229^\circ}.$$

Ответ: _____.

- B12** Ёмкость высоковольтного конденсатора в телевизоре $C = 6 \cdot 10^{-6}$ Ф. Параллельно с конденсатором подключён резистор с сопротивлением $R = 5 \cdot 10^6$ Ом. Во время работы телевизора напряжение на конденсаторе $U_0 = 8$ кВ. После выключения телевизора напряжение на конденсаторе убывает до значения U (кВ) за время, определяемое выражением $t = \alpha RC \log_2 \frac{U_0}{U}$ (с), где $\alpha = 0,7$ — постоянная. Определите наибольшее возможное напряжение на конденсаторе, если после выключения телевизора прошло не менее 42 с. Ответ дайте в кВ (киловольтах).

Ответ: _____.

- B13** В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ точка O — центр основания, S — вершина, $SD = 5$, $BD = 6$. Найдите длину отрезка SO .



Ответ: _____.

- B14** Два человека отправляются одновременно из одного и того же места на прогулку до опушки леса, находящейся в 4,5 км от места отправления. Один идёт со скоростью 2,4 км/ч, а другой — со скоростью 3 км/ч. Дойдя до опушки, второй с той же скоростью возвращается обратно. На каком расстоянии от места отправления произойдёт их встреча? Ответ выразите в километрах.

Ответ: _____.

- B15** Найдите наименьшее значение функции $y = x^3 - 3x^2 + 7$ на отрезке $\left[-\frac{1}{2}; 3\right]$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания C1–C4 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (C1, C2 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.

- C1** а) Решите уравнение $7 \cdot 9^{x^2-3x+1} + 5 \cdot 6^{x^2-3x+1} - 48 \cdot 4^{x^2-3x} = 0$.
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-1; 2]$.
- C2** Дана правильная треугольная призма $ABCA_1B_1C_1$, все рёбра основания которой равны 2. Сечение, проходящее через боковое ребро AA_1 и середину M ребра B_1C_1 , является квадратом. Найдите расстояние между прямыми A_1B и AM .
- C3** Решите систему неравенств
$$\begin{cases} \log_{6x^2-x-1}(2x^2-5x+3) \geq 0, \\ \frac{12x^2-31x+14}{4x^2+3x-1} \leq 0. \end{cases}$$
- C4** Биссектриса угла ADC параллелограмма $ABCD$ пересекает прямую AB в точке E . В треугольник ADE вписана окружность, касающаяся стороны AE в точке K и стороны AD в точке T .
а) Докажите, что прямые KT и DE параллельны.
б) Найдите угол BAD , если известно, что сторона $AD = 8$ и $KT = 4$.

Вариант МА10201

Ответы к заданиям

№ задания	Ответ
B1	12
B2	7
B3	3
B4	7400
B5	6
B6	0,2
B7	2
B8	2

№ задания	Ответ
B9	2
B10	4
B11	-4
B12	2
B13	12
B14	4
B15	2

Вариант МА10202

Ответы к заданиям

№ задания	Ответ
B1	13
B2	7
B3	6
B4	3700
B5	14
B6	0,1
B7	9
B8	38

№ задания	Ответ
B9	3
B10	7
B11	-6
B12	2
B13	4
B14	4
B15	3

Вариант МА10203

Ответы к заданиям

№ задания	Ответ
B1	12
B2	7
B3	3
B4	3700
B5	6
B6	0,1
B7	2
B8	38

№ задания	Ответ
B9	2
B10	7
B11	-4
B12	2
B13	12
B14	4
B15	2

Вариант МА10204

Ответы к заданиям

№ задания	Ответ
B1	13
B2	7
B3	6
B4	7400
B5	14
B6	0,2
B7	9
B8	2

№ задания	Ответ
B9	3
B10	4
B11	-6
B12	2
B13	4
B14	4
B15	3

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом**C1**

- а) Решите уравнение $7 \cdot 9^{x^2-3x+1} + 5 \cdot 6^{x^2-3x+1} - 48 \cdot 4^{x^2-3x} = 0$.
 б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-1; 2]$.

Решение.

а) Преобразуем уравнение:

$$7 \cdot 9^{x^2-3x+1} + 5 \cdot 6^{x^2-3x+1} - 12 \cdot 4^{x^2-3x+1} = 0;$$

$$7 \cdot \left(\frac{9}{4}\right)^{x^2-3x+1} + 5 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{x^2-3x+1} - 12 = 0,$$

$$\text{откуда } \left(\frac{3}{2}\right)^{x^2-3x+1} = 1 \text{ или } \left(\frac{3}{2}\right)^{x^2-3x+1} = -\frac{12}{7}.$$

У второго уравнения решений нет.

Преобразуем первое уравнение: $x^2 - 3x + 1 = 0$, откуда $x = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$.б) Оценим $\sqrt{5}$ снизу и сверху целыми числами: $2 < \sqrt{5} < 3$. Тогда

$$\frac{5}{2} < \frac{3+\sqrt{5}}{2} < 3 \text{ и } 0 < \frac{3-\sqrt{5}}{2} < \frac{1}{2}.$$

Значит, отрезку $[-1; 2]$ принадлежит только $x = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$.Ответ: а) $\frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$; б) $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$.

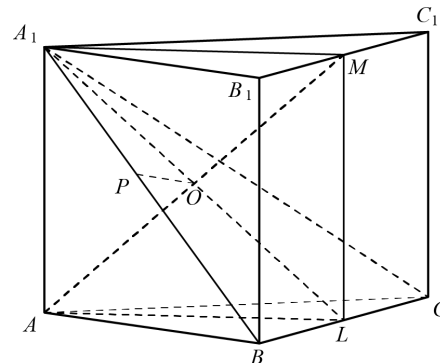
Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а или в пункте б ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

C2

Дана правильная треугольная призма $ABC A_1 B_1 C_1$, все рёбра основания которой равны $2\sqrt{7}$. Сечение, проходящее через боковое ребро $A A_1$ и середину M ребра $B_1 C_1$, является квадратом. Найдите расстояние между прямыми $A B$ и $A M$.

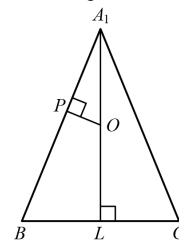
Решение.

Пусть данное сечение призмы — квадрат $A A_1 M L$. Тогда его диагонали перпендикулярны: $A M \perp A_1 L$, а по теореме о трёх перпендикулярах $A M \perp B C$. Следовательно, $A M \perp A B C$. Отсюда следует, что искомым расстоянием между прямыми $A B$ и $A M$ является длина перпендикуляра $O P$, опущенного из точки O пересечения диагоналей квадрата $A A_1 M L$ на прямую $A B$, так как $O P \perp A B$ и $O P \perp A M$.



Сторона квадрата $A A_1 M L$ равна высоте треугольника $A B C$, то есть $A L = \sqrt{21}$, а его диагональ $A_1 L = \sqrt{42}$. В равнобедренном треугольнике $A_1 B C$ основание $B C = 2\sqrt{7}$, боковая сторона $A_1 B = 7$. Отсюда, используя подобие треугольников $A_1 O P$ и $A_1 B L$, найдём

$$O P = \frac{A_1 O \cdot L B}{A_1 B} = \frac{A_1 L \cdot B C}{4 A_1 B} = \frac{\sqrt{42} \cdot 2\sqrt{7}}{4 \cdot 7} = \frac{\sqrt{6}}{2}.$$



Ответ: $\frac{\sqrt{6}}{2}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Решение содержит обоснованный переход к планиметрической задаче, но получен неверный ответ или решение не закончено ИЛИ при правильном ответе решение недостаточно обосновано	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

С3

Решите систему неравенств
$$\begin{cases} \log_{6x^2-x-1}(2x^2-5x+3) \geq 0, \\ \frac{12x^2-31x+14}{4x^2+3x-1} \leq 0. \end{cases}$$

Решение.

Решим первое неравенство. Рассмотрим два случая.

Первый случай: $0 < 6x^2 - x - 1 < 1$. Тогда имеем систему

$$\begin{cases} 6x^2 - x - 1 > 0, & \begin{cases} (2x-1)(3x+1) > 0, \\ (2x+1)(3x-2) < 0, \end{cases} \\ 6x^2 - x - 1 < 1, & \begin{cases} (x-1)(2x-3) > 0, \\ (x-2)(2x-1) \leq 0. \end{cases} \\ 2x^2 - 5x + 3 > 0, & \\ 2x^2 - 5x + 3 \leq 1; & \end{cases}$$

Решением этой системы будет интервал $\left(\frac{1}{2}; \frac{2}{3}\right)$.Второй случай: $6x^2 - x - 1 > 1$. Тогда имеем систему

$$\begin{cases} 6x^2 - x - 1 > 1, & \begin{cases} (2x+1)(3x-2) > 0, \\ (x-2)(2x-1) \geq 0. \end{cases} \\ 2x^2 - 5x + 3 \geq 1; & \end{cases}$$

Получаем: $x < -\frac{1}{2}$ или $x \geq 2$.Решение первого неравенства: $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{1}{2}; \frac{2}{3}\right) \cup [2; +\infty)$.

Решим второе неравенство:

$$\frac{12x^2-31x+14}{4x^2+3x-1} \leq 0; \quad \frac{(x-2)(12x-7)}{(x+1)(4x-1)} \leq 0.$$

Решение второго неравенства: $\left(-1; \frac{1}{4}\right) \cup \left[\frac{7}{12}; 2\right]$.

Решением системы является общая часть решений обоих неравенств:

$$\left(-1; -\frac{1}{2}\right) \cup \left[\frac{7}{12}; \frac{2}{3}\right) \cup \{2\}.$$

Ответ: $\left(-1; -\frac{1}{2}\right); \left[\frac{7}{12}; \frac{2}{3}\right); 2$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	3
Обоснованно получены верные ответы в обоих неравенствах	2
Обоснованно получен верный ответ в одном неравенстве исходной системы ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

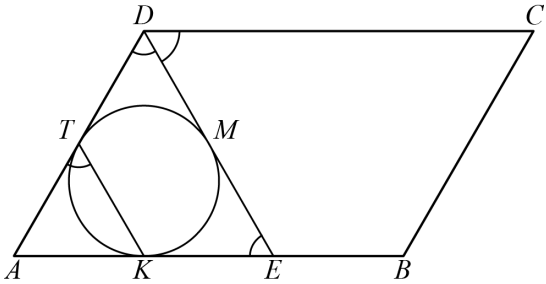
С4

Биссектриса угла ADC параллелограмма $ABCD$ пересекает прямую AB в точке E . В треугольник ADE вписана окружность, касающаяся стороны AE в точке K и стороны AD в точке T .

а) Докажите, что прямые KT и DE параллельны.б) Найдите угол BAD , если известно, что $AD = 6$ и $KT = 3$.Решение.

а) Прямые AE и CD параллельны, а DE — биссектриса угла ADC , поэтому $\angle AED = \angle CDE = \angle ADE$. Значит, треугольник ADE равнобедренный, $AD = AE$. Отрезки AK и AT касательных, проведённых к окружности из точки A , равны, значит, треугольник ATK также равнобедренный, причём угол при вершине A у этих треугольников общий. Поэтому $\angle ATK = \angle ADE$. Следовательно, $KT \parallel DE$.

б) Пусть окружность касается основания DE равнобедренного треугольника ADE в точке M . Тогда M — середина DE . Обозначим $DM = x$. Тогда $DT = DM = x$, $AT = AD - DT = 6 - x$. Треугольник ATK подобен треугольнику ADE , поэтому $\frac{AT}{AD} = \frac{TK}{DE}$, или $\frac{6-x}{6} = \frac{3}{2x}$. Отсюда находим, что $x = 3$. Тогда $DE = 2x = 6$, значит, треугольник ADE равносторонний. Следовательно, $\angle BAD = 60^\circ$.



Ответ: 60°.

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта <i>a</i> и обоснованно получен верный ответ в пункте <i>b</i>	3
Получен обоснованный ответ в пункте <i>b</i> ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта <i>a</i> и при обоснованном решении пункта <i>b</i> получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта <i>a</i> ИЛИ при обоснованном решении пункта <i>b</i> получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте <i>b</i> с использованием утверждения пункта <i>a</i> , при этом пункт <i>a</i> не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом**C1**

- а) Решите уравнение $4^{x^2-2x+1} + 4^{x^2-2x} = 20$.
 б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-1; 2]$.

Решение.

а) Преобразуем уравнение:

$$4 \cdot 4^{x^2-2x} + 4^{x^2-2x} = 20; \quad 4^{x^2-2x} = 4; \quad x^2 - 2x = 1; \quad x^2 - 2x - 1 = 0,$$

откуда $x = 1 \pm \sqrt{2}$.

- б) Оценим $\sqrt{2}$ снизу и сверху целыми числами: $1 < \sqrt{2} < 2$. Тогда
 $2 < 1 + \sqrt{2} < 3$ и $-1 < 1 - \sqrt{2} < 0$.

Значит, отрезку $[-1; 2]$ принадлежит только $x = 1 - \sqrt{2}$.Ответ: а) $1 \pm \sqrt{2}$; б) $1 - \sqrt{2}$.

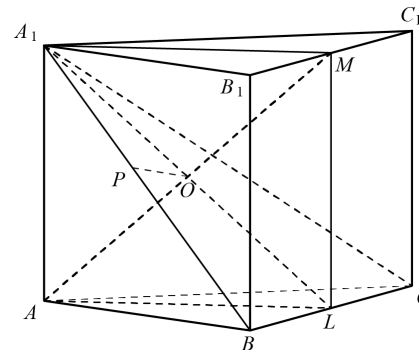
Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а или в пункте б ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

C2

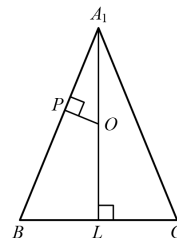
Дана правильная треугольная призма $ABCA_1B_1C_1$, все рёбра основания которой равны 2. Сечение, проходящее через боковое ребро AA_1 и середину M ребра B_1C_1 , является квадратом. Найдите расстояние между прямыми A_1B и AM .

Решение.

Пусть данное сечение призмы — квадрат AA_1ML . Тогда его диагонали перпендикулярны: $AM \perp A_1L$, а по теореме о трёх перпендикулярах $AM \perp BC$. Следовательно, $AM \perp A_1BC$. Отсюда следует, что искомым расстоянием между прямыми A_1B и AM является длина перпендикуляра OP , опущенного из точки O пересечения диагоналей квадрата AA_1ML на прямую A_1B , так как $OP \perp A_1B$ и $OP \perp AM$.



Сторона квадрата AA_1ML равна высоте треугольника ABC , то есть $AL = \sqrt{3}$, а его диагональ $A_1L = \sqrt{6}$. В равнобедренном треугольнике A_1BC основание $BC = 2$, боковая сторона $A_1B = \sqrt{7}$. Отсюда, используя подобие треугольников A_1OP и A_1BL , найдём $OP = \frac{A_1O \cdot LB}{A_1B} = \frac{A_1L \cdot LB}{2A_1B} = \frac{\sqrt{6}}{2\sqrt{7}}$.



Ответ: $\frac{\sqrt{6}}{2\sqrt{7}}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Решение содержит обоснованный переход к планиметрической задаче, но получен неверный ответ или решение не закончено ИЛИ при правильном ответе решение недостаточно обосновано	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

C3

Решите систему неравенств
$$\begin{cases} \log_{6x^2+5x}(2x^2-3x+1) \geq 0, \\ \frac{20x^2-32x+3}{3x^2+7x+2} \leq 0. \end{cases}$$

Решение.

Решим первое неравенство. Рассмотрим два случая.

Первый случай: $0 < 6x^2 + 5x < 1$. Тогда имеем систему

$$\begin{cases} 6x^2 + 5x > 0, & \begin{cases} x(6x+5) > 0, \\ (x+1)(6x-1) < 0, \end{cases} \\ 6x^2 + 5x < 1, & \begin{cases} (x-1)(2x-1) > 0, \\ x(2x-3) \leq 0. \end{cases} \\ 2x^2 - 3x + 1 > 0, & \\ 2x^2 - 3x + 1 \leq 1; \end{cases}$$

Решением этой системы будет интервал $\left(0; \frac{1}{6}\right)$.Второй случай: $6x^2 + 5x > 1$. Тогда имеем систему

$$\begin{cases} 6x^2 + 5x > 1, & \begin{cases} (x+1)(6x-1) > 0, \\ x(2x-3) \geq 0. \end{cases} \\ 2x^2 - 3x + 1 \geq 1; \end{cases}$$

Получаем: $x < -1$ или $x \geq \frac{3}{2}$.Решение первого неравенства: $(-\infty; -1) \cup \left(0; \frac{1}{6}\right) \cup \left[\frac{3}{2}; +\infty\right)$.

Решим второе неравенство:

$$\frac{20x^2-32x+3}{3x^2+7x+2} \leq 0; \quad \frac{(2x-3)(10x-1)}{(x+2)(3x+1)} \leq 0.$$

Решение второго неравенства: $\left(-2; -\frac{1}{3}\right) \cup \left[\frac{1}{10}; \frac{3}{2}\right]$.

Решением системы является общая часть решений обоих неравенств:

$$(-2; -1) \cup \left[\frac{1}{10}; \frac{1}{6}\right) \cup \left\{\frac{3}{2}\right\}.$$

Ответ: $(-2; -1); \left[\frac{1}{10}; \frac{1}{6}\right); \left\{\frac{3}{2}\right\}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	3
Обоснованно получены верные ответы в обоих неравенствах	2
Обоснованно получен верный ответ в одном неравенстве исходной системы ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

C4

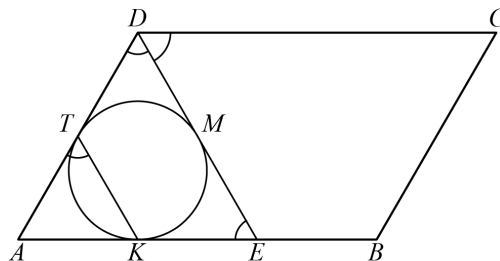
Биссектриса угла ADC параллелограмма $ABCD$ пересекает прямую AB в точке E . В треугольник ADE вписана окружность, касающаяся стороны AE в точке K и стороны AD в точке T .

а) Докажите, что прямые KT и DE параллельны.б) Найдите угол BAD , если известно, что сторона $AD = 8$ и $KT = 4$.Решение.

а) Прямые AE и CD параллельны, а DE — биссектриса угла ADC , поэтому $\angle AED = \angle CDE = \angle ADE$. Значит, треугольник ADE равнобедренный, $AD = AE$. Отрезки AK и AT касательных, проведённых к окружности из точки A , равны, значит, треугольник ATK также равнобедренный, причём угол при вершине A у этих треугольников общий. Поэтому $\angle ATK = \angle ADE$. Следовательно, $KT \parallel DE$.

б) Пусть окружность касается основания DE равнобедренного треугольника ADE в точке M . Тогда M — середина DE . Обозначим $DM = x$. Тогда $DT = DM = x$, $AT = AD - DT = 8 - x$. Треугольник ATK подобен треугольнику ADE , поэтому $\frac{AT}{AD} = \frac{TK}{DE}$, или $\frac{8-x}{8} = \frac{4}{2x}$. Отсюда находим, что $x = 4$.

Тогда $DE = 2x = 8$, значит, треугольник ADE равносторонний. Следовательно, $\angle BAD = \angle EAD = 60^\circ$.

Ответ: 60° .

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта a и обоснованно получен верный ответ в пункте b	3
Получен обоснованный ответ в пункте b ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта a и при обоснованном решении пункта b получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта a ИЛИ при обоснованном решении пункта b получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте b с использованием утверждения пункта a , при этом пункт a не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	3

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

C1

- а) Решите уравнение $4^{x^2-2x+1} + 4^{x^2-2x} = 20$.
 б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-1; 2]$.

Решение.

а) Преобразуем уравнение:

$$4 \cdot 4^{x^2-2x} + 4^{x^2-2x} = 20; \quad 4^{x^2-2x} = 4; \quad x^2 - 2x = 1; \quad x^2 - 2x - 1 = 0,$$

откуда $x = 1 \pm \sqrt{2}$.

- б) Оценим $\sqrt{2}$ снизу и сверху целыми числами: $1 < \sqrt{2} < 2$. Тогда
 $2 < 1 + \sqrt{2} < 3$ и $-1 < 1 - \sqrt{2} < 0$.

Значит, отрезку $[-1; 2]$ принадлежит только $x = 1 - \sqrt{2}$.Ответ: а) $1 \pm \sqrt{2}$; б) $1 - \sqrt{2}$.

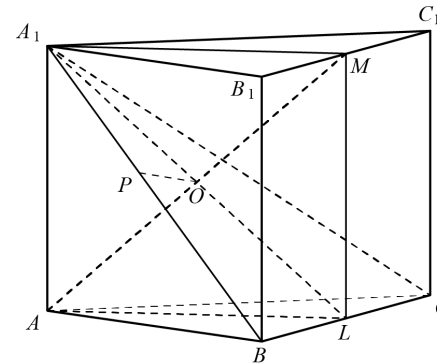
Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а или в пункте б ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

C2

Дана правильная треугольная призма $ABCA_1B_1C_1$, все рёбра основания которой равны $2\sqrt{7}$. Сечение, проходящее через боковое ребро AA_1 и середину M ребра B_1C_1 , является квадратом. Найдите расстояние между прямыми A_1B и AM .

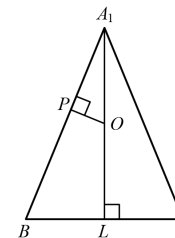
Решение.

Пусть данное сечение призмы — квадрат AA_1ML . Тогда его диагонали перпендикулярны: $AM \perp A_1L$, а по теореме о трёх перпендикулярах $AM \perp BC$. Следовательно, $AM \perp A_1BC$. Отсюда следует, что искомым расстоянием между прямыми A_1B и AM является длина перпендикуляра OP , опущенного из точки O пересечения диагоналей квадрата AA_1ML на прямую A_1B , так как $OP \perp A_1B$ и $OP \perp AM$.



Сторона квадрата AA_1ML равна высоте треугольника ABC , то есть $AL = \sqrt{21}$, а его диагональ $A_1L = \sqrt{42}$. В равнобедренном треугольнике A_1BC основание $BC = 2\sqrt{7}$, боковая сторона $A_1B = 7$. Отсюда, используя подобие треугольников A_1OP и A_1BL , найдём

$$OP = \frac{AO \cdot LB}{A_1B} = \frac{A_1L \cdot BC}{4A_1B} = \frac{\sqrt{42} \cdot 2\sqrt{7}}{4 \cdot 7} = \frac{\sqrt{6}}{2}.$$



Ответ: $\frac{\sqrt{6}}{2}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Решение содержит обоснованный переход к планиметрической задаче, но получен неверный ответ или решение не закончено ИЛИ при правильном ответе решение недостаточно обосновано	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

С3

Решите систему неравенств
$$\begin{cases} \log_{6x^2+5x}(2x^2-3x+1) \geq 0, \\ \frac{20x^2-32x+3}{3x^2+7x+2} \leq 0. \end{cases}$$

Решение.

Решим первое неравенство. Рассмотрим два случая.

Первый случай: $0 < 6x^2 + 5x < 1$. Тогда имеем систему

$$\begin{cases} 6x^2 + 5x > 0, & \begin{cases} x(6x+5) > 0, \\ (x+1)(6x-1) < 0, \end{cases} \\ 6x^2 + 5x < 1, & \begin{cases} (x-1)(2x-1) > 0, \\ x(2x-3) \leq 0. \end{cases} \end{cases}$$

Решением этой системы будет интервал $\left(0; \frac{1}{6}\right)$.Второй случай: $6x^2 + 5x > 1$. Тогда имеем систему

$$\begin{cases} 6x^2 + 5x > 1, & \begin{cases} (x+1)(6x-1) > 0, \\ x(2x-3) \geq 0. \end{cases} \end{cases}$$

Получаем: $x < -1$ или $x \geq \frac{3}{2}$.Решение первого неравенства: $(-\infty; -1) \cup \left(0; \frac{1}{6}\right) \cup \left[\frac{3}{2}; +\infty\right)$.

Решим второе неравенство:

$$\frac{20x^2-32x+3}{3x^2+7x+2} \leq 0; \quad \frac{(2x-3)(10x-1)}{(x+2)(3x+1)} \leq 0.$$

Решение второго неравенства: $\left(-2; -\frac{1}{3}\right) \cup \left[\frac{1}{10}; \frac{3}{2}\right]$.

Решением системы является общая часть решений обоих неравенств:

$$(-2; -1) \cup \left[\frac{1}{10}; \frac{1}{6}\right) \cup \left\{\frac{3}{2}\right\}.$$

Ответ: $(-2; -1); \left[\frac{1}{10}; \frac{1}{6}\right); \left\{\frac{3}{2}\right\}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	3
Обоснованно получены верные ответы в обоих неравенствах	2
Обоснованно получен верный ответ в одном неравенстве исходной системы ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

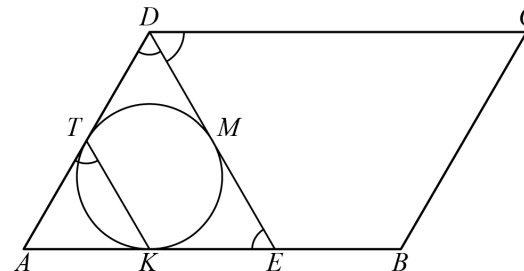
С4

Биссектриса угла ADC параллелограмма $ABCD$ пересекает прямую AB в точке E . В треугольник ADE вписана окружность, касающаяся стороны AE в точке K и стороны AD в точке T .

а) Докажите, что прямые KT и DE параллельны.б) Найдите угол BAD , если известно, что $AD = 6$ и $KT = 3$.Решение.

а) Прямые AE и CD параллельны, а DE — биссектриса угла ADC , поэтому $\angle AED = \angle CDE = \angle ADE$. Значит, треугольник ADE равнобедренный, $AD = AE$. Отрезки AK и AT касательных, проведённых к окружности из точки A , равны, значит, треугольник ATK также равнобедренный, причём угол при вершине A у этих треугольников общий. Поэтому $\angle ATK = \angle ADE$. Следовательно, $KT \parallel DE$.

б) Пусть окружность касается основания DE равнобедренного треугольника ADE в точке M . Тогда M — середина DE . Обозначим $DM = x$. Тогда $DT = DM = x$, $AT = AD - DT = 6 - x$. Треугольник ATK подобен треугольнику ADE , поэтому $\frac{AT}{AD} = \frac{TK}{DE}$, или $\frac{6-x}{6} = \frac{3}{2x}$. Отсюда находим, что $x = 3$. Тогда $DE = 2x = 6$, значит, треугольник ADE равносторонний. Следовательно, $\angle BAD = 60^\circ$.

Ответ: 60° .

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта a и обоснованно получен верный ответ в пункте b	3
Получен обоснованный ответ в пункте b ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта a и при обоснованном решении пункта b получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта a ИЛИ при обоснованном решении пункта b получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте b с использованием утверждения пункта a , при этом пункт a не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	3

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

C1

- а) Решите уравнение $7 \cdot 9^{x^2-3x+1} + 5 \cdot 6^{x^2-3x+1} - 48 \cdot 4^{x^2-3x} = 0$.
 б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-1; 2]$.

Решение.

а) Преобразуем уравнение:

$$7 \cdot 9^{x^2-3x+1} + 5 \cdot 6^{x^2-3x+1} - 12 \cdot 4^{x^2-3x+1} = 0;$$

$$7 \cdot \left(\frac{9}{4}\right)^{x^2-3x+1} + 5 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{x^2-3x+1} - 12 = 0,$$

$$\text{откуда } \left(\frac{3}{2}\right)^{x^2-3x+1} = 1 \text{ или } \left(\frac{3}{2}\right)^{x^2-3x+1} = -\frac{12}{7}.$$

У второго уравнения решений нет.

Преобразуем первое уравнение: $x^2 - 3x + 1 = 0$, откуда $x = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$.б) Оценим $\sqrt{5}$ снизу и сверху целыми числами: $2 < \sqrt{5} < 3$. Тогда

$$\frac{5}{2} < \frac{3+\sqrt{5}}{2} < 3 \text{ и } 0 < \frac{3-\sqrt{5}}{2} < \frac{1}{2}.$$

Значит, отрезку $[-1; 2]$ принадлежит только $x = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$.Ответ: а) $\frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$; б) $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$.

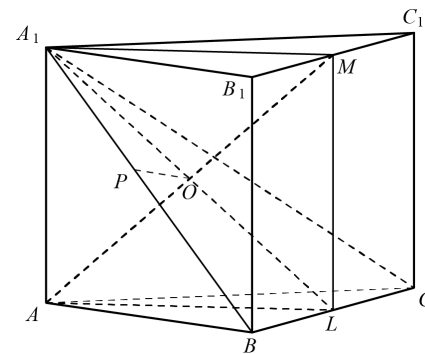
Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а или в пункте б ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

C2

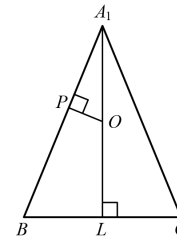
Дана правильная треугольная призма $ABCA_1B_1C_1$, все рёбра основания которой равны 2. Сечение, проходящее через боковое ребро AA_1 и середину M ребра B_1C_1 , является квадратом. Найдите расстояние между прямыми A_1B и AM .

Решение.

Пусть данное сечение призмы — квадрат AA_1ML . Тогда его диагонали перпендикулярны: $AM \perp A_1L$, а по теореме о трёх перпендикулярах $AM \perp BC$. Следовательно, $AM \perp A_1BC$. Отсюда следует, что искомым расстоянием между прямыми A_1B и AM является длина перпендикуляра OP , опущенного из точки O пересечения диагоналей квадрата AA_1ML на прямую A_1B , так как $OP \perp A_1B$ и $OP \perp AM$.



Сторона квадрата AA_1ML равна высоте треугольника ABC , то есть $AL = \sqrt{3}$, а его диагональ $A_1L = \sqrt{6}$. В равнобедренном треугольнике A_1BC основание $BC = 2$, боковая сторона $A_1B = \sqrt{7}$. Отсюда, используя подобие треугольников A_1OP и A_1BL , найдём $OP = \frac{A_1O \cdot LB}{A_1B} = \frac{A_1L \cdot LB}{2A_1B} = \frac{\sqrt{6}}{2\sqrt{7}}$.



Ответ: $\frac{\sqrt{6}}{2\sqrt{7}}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Решение содержит обоснованный переход к планиметрической задаче, но получен неверный ответ или решение не закончено ИЛИ при правильном ответе решение недостаточно обосновано	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

С3

Решите систему неравенств
$$\begin{cases} \log_{6x^2-x-1}(2x^2-5x+3) \geq 0, \\ \frac{12x^2-31x+14}{4x^2+3x-1} \leq 0. \end{cases}$$

Решение.

Решим первое неравенство. Рассмотрим два случая.

Первый случай: $0 < 6x^2 - x - 1 < 1$. Тогда имеем систему

$$\begin{cases} 6x^2 - x - 1 > 0, & (2x-1)(3x+1) > 0, \\ 6x^2 - x - 1 < 1, & (2x+1)(3x-2) < 0, \\ 2x^2 - 5x + 3 > 0, & (x-1)(2x-3) > 0, \\ 2x^2 - 5x + 3 \leq 1; & (x-2)(2x-1) \leq 0. \end{cases}$$

Решением этой системы будет интервал $\left(\frac{1}{2}; \frac{2}{3}\right)$.Второй случай: $6x^2 - x - 1 > 1$. Тогда имеем систему

$$\begin{cases} 6x^2 - x - 1 > 1, & (2x+1)(3x-2) > 0, \\ 2x^2 - 5x + 3 \geq 1; & (x-2)(2x-1) \geq 0. \end{cases}$$

Получаем: $x < -\frac{1}{2}$ или $x \geq 2$.Решение первого неравенства: $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{1}{2}; \frac{2}{3}\right) \cup [2; +\infty)$.

Решим второе неравенство:

$$\frac{12x^2-31x+14}{4x^2+3x-1} \leq 0; \quad \frac{(x-2)(12x-7)}{(x+1)(4x-1)} \leq 0.$$

Решение второго неравенства: $\left(-1; \frac{1}{4}\right) \cup \left[\frac{7}{12}; 2\right]$.

Решением системы является общая часть решений обоих неравенств:

$$\left(-1; -\frac{1}{2}\right) \cup \left[\frac{7}{12}; \frac{2}{3}\right) \cup \{2\}.$$

Ответ: $\left(-1; -\frac{1}{2}\right); \left[\frac{7}{12}; \frac{2}{3}\right); 2$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	3
Обоснованно получены верные ответы в обоих неравенствах	2
Обоснованно получен верный ответ в одном неравенстве исходной системы ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

С4

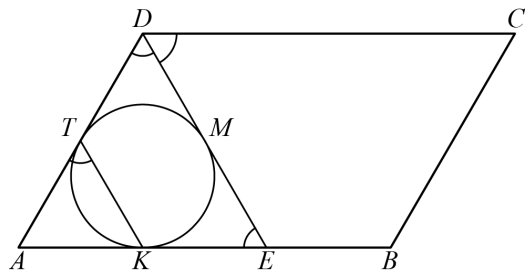
Биссектриса угла ADC параллелограмма $ABCD$ пересекает прямую AB в точке E . В треугольник ADE вписана окружность, касающаяся стороны AE в точке K и стороны AD в точке T .

а) Докажите, что прямые KT и DE параллельны.б) Найдите угол BAD , если известно, что сторона $AD = 8$ и $KT = 4$.Решение.

а) Прямые AE и CD параллельны, а DE — биссектриса угла ADC , поэтому $\angle AED = \angle CDE = \angle ADE$. Значит, треугольник ADE равнобедренный, $AD = AE$. Отрезки AK и AT касательных, проведённых к окружности из точки A , равны, значит, треугольник ATK также равнобедренный, причём угол при вершине A у этих треугольников общий. Поэтому $\angle ATK = \angle ADE$. Следовательно, $KT \parallel DE$.

б) Пусть окружность касается основания DE равнобедренного треугольника ADE в точке M . Тогда M — середина DE . Обозначим $DM = x$. Тогда $DT = DM = x$, $AT = AD - DT = 8 - x$. Треугольник ATK подобен треугольнику ADE , поэтому $\frac{AT}{AD} = \frac{TK}{DE}$, или $\frac{8-x}{8} = \frac{4}{2x}$. Отсюда находим, что $x = 4$.

Тогда $DE = 2x = 8$, значит, треугольник ADE равносторонний. Следовательно, $\angle BAD = \angle EAD = 60^\circ$.



Ответ: 60°.

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта <i>a</i> и обоснованно получен верный ответ в пункте <i>b</i>	3
Получен обоснованный ответ в пункте <i>b</i> ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта <i>a</i> и при обоснованном решении пункта <i>b</i> получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта <i>a</i> ИЛИ при обоснованном решении пункта <i>b</i> получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте <i>b</i> с использованием утверждения пункта <i>a</i> , при этом пункт <i>a</i> не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3