



**К НОВОЙ ОФИЦИАЛЬНОЙ
ДЕМОНСТРАЦИОННОЙ ВЕРСИИ ЕГЭ**

СОЗДАНО РАЗРАБОТЧИКАМИ ЕГЭ

Под редакцией А.Л. Семенова, И.В. Ященко

МАТЕМАТИКА
с теорией вероятностей и статистикой

ЕГЭ

2014

**ТИПОВЫЕ
ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ**

- 10 ВАРИАНТОВ ЗАДАНИЙ
- ОТВЕТЫ И РЕШЕНИЯ
- КРИТЕРИИ ОЦЕНОК

ЕДИНЫЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН

Под редакцией А.Л. Семенова, И.В. Ященко

МАТЕМАТИКА

ТИПОВЫЕ ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

10 вариантов заданий

Ответы и решения

Критерии оценок

*Издательство
«ЭКЗАМЕН»*

МОСКВА
2014

УДК 372.8:51
ББК 74.262.21
Е33

Е33 ЕГЭ 2014. Математика. Типовые тестовые задания /
И.Р. Высоцкий, П.И. Захаров, В.С. Панферов, С.Е. Посицельский,
А.В. Семенов, М.А. Семенова, И.Н. Сергеев, В.А. Смирнов,
С.А. Шестаков, Д.Э. Шноль, И.В. Ященко; под ред. А.Л. Семенова,
И.В. Ященко. — М. : Издательство «Экзамен», 2014. — 95, [1] с.
(Серия «ЕГЭ. ТРК. Типовые тестовые задания»)

ISBN 978-5-377-07017-7

Типовые тестовые задания по математике содержат 10 вариантов комплектов заданий, составленных с учетом всех особенностей и требований Единого государственного экзамена в 2014 году. Назначение пособия — предоставить читателям информацию о структуре и содержании контрольных измерительных материалов 2014 г. по математике, степени трудности заданий.

В состав авторского коллектива входят специалисты, имеющие большой опыт работы в школе и вузе и принимающие участие в разработке тестовых заданий для ЕГЭ.

В сборнике даны ответы на все варианты тестов и приводятся решения всех заданий одного из вариантов.

Пособие может быть использовано учителями для подготовки учащихся к экзамену по математике в форме ЕГЭ, а также старшеклассниками и абитуриентами — для самоподготовки и самоконтроля.

Приказом № 729 Министерства образования и науки Российской Федерации учебные пособия издательства «Экзамен» допущены к использованию в общеобразовательных учреждениях.

УДК 372.8:51
ББК 74.262.21

Подписано в печать 22.07.2013. Формат 84×108/32.
Гарнитура «Школьная». Бумага газетная. Уч.-изд. л. 1,97.
Усл. печ. л. 5,04. Тираж 35 000 экз. Заказ 562.

ISBN 978-5-377-07017-7

© Высоцкий И.Р., Захаров П.И., Панферов В.С.,
Посицельский С.Е., Семенов А.В.,
Семенова М.А., Сергеев И.Н., Смирнов В.А.,
Шестаков С.А., Шноль Д.Э., Ященко И.В., 2014
© Издательство «ЭКЗАМЕН», 2014

СОДЕРЖАНИЕ

Инструкция по выполнению работы	5
Вариант 1	6
Часть 1.....	6
Часть 2.....	11
Вариант 2	13
Часть 1.....	13
Часть 2.....	18
Вариант 3	20
Часть 1.....	20
Часть 2.....	25
Вариант 4	27
Часть 1.....	27
Часть 2.....	31
Вариант 5	33
Часть 1.....	33
Часть 2.....	38
Вариант 6	40
Часть 1.....	40
Часть 2.....	45
Вариант 7	47
Часть 1.....	47
Часть 2.....	51
Вариант 8	53
Часть 1.....	53
Часть 2.....	57
Вариант 9	59
Часть 1.....	59
Часть 2.....	63

Вариант 10.....	65
Часть 1.....	65
Часть 2.....	70
Ответы.....	72
Вариант 1	72
Вариант 2	73
Вариант 3	74
Вариант 4	75
Вариант 5	76
Вариант 6	77
Вариант 7	78
Вариант 8	79
Вариант 9	80
Вариант 10	81
Решение заданий	84
Вариант 3	84
Часть 2.....	84

Инструкция по выполнению работы

На выполнение экзаменационной работы по математике даётся 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 20 заданий.

Часть 1 содержит 14 заданий с кратким ответом (В1–В14) базового уровня по материалу курса математики. Ответом является целое число или конечная десятичная дробь.

Часть 2 содержит 6 более сложных заданий (С1–С6) по материалу курса математики. При их выполнении надо записать полное решение и ответ.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручки.

При выполнении заданий Вы можете пользоваться черновиком. Обращаем Ваше внимание, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Советуем выполнять задания в том порядке, в котором они даны. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удается выполнить сразу, и переходите к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

ВАРИАНТ 1

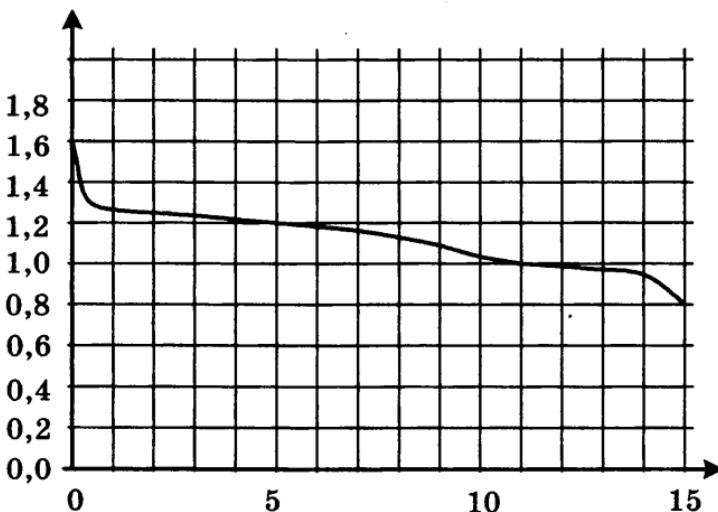
Часть 1

Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

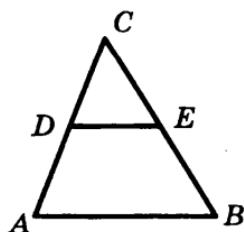
- В1.** Теплоход рассчитан на 600 пассажиров и 20 членов команды. Каждая спасательная шлюпка может вместить 70 человек. Какое наименьшее число шлюпок должно быть на теплоходе, чтобы в случае необходимости в них можно было разместить всех пассажиров и всех членов команды?

- В2.** При работе фонарика батарейка постепенно разряжается и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На рисунке показана зависимость напряжения в цепи от времени работы

фонарика. На горизонтальной оси отмечается время работы фонарика в часах, на вертикальной оси — напряжение в вольтах. Определите по рисунку, какое напряжение будет в цепи через 15 часов работы фонарика. Ответ дайте в вольтах.



- B3. В треугольнике ABC DE — средняя линия. Площадь треугольника CDE равна 24. Найдите площадь треугольника ABC .



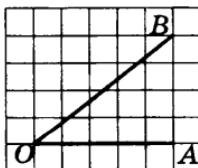
- B4.** Телефонная компания предоставляет на выбор три тарифных плана.

Тарифный план	Абонентская плата (в месяц)	Плата за 1 минуту разговора
«Повременный»	Нет	0,35 руб.
«Комбинированный»	140 руб. за 350 мин.	0,3 руб. (сверх 350 мин. в месяц)
«Безлимитный»	200 руб.	—

Абонент выбрал самый дешёвый тарифный план исходя из предположения, что общая длительность телефонных разговоров составляет 700 минут в месяц. Какую сумму он должен заплатить за месяц, если общая длительность разговоров в этом месяце действительно будет равна 700 минутам? Ответ дайте в рублях.

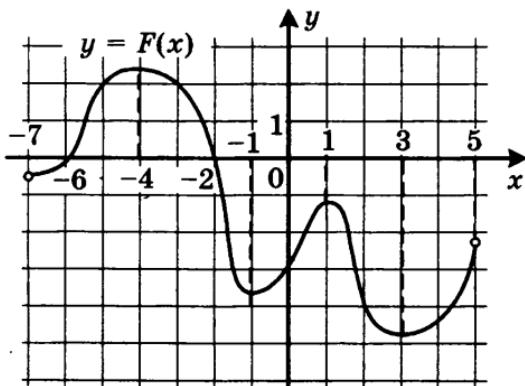
- B5.** Найдите корень уравнения $\log_4(x + 7) = 2$.

- B6.** Найдите тангенс угла AOB , изображённого на клетчатой бумаге.

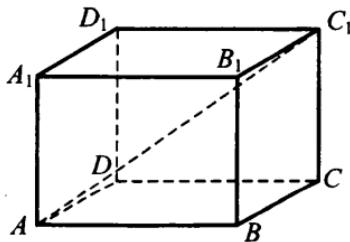


- B7.** Найдите значение выражения $\log_2 7 \cdot \log_7 4$.

- B8.** На рисунке изображён график $y = F(x)$ одной из первообразных некоторой функции $f(x)$, определённой на интервале $(-7; 5)$. Пользуясь рисунком, определите количество решений уравнения $f(x) = 0$ на отрезке $[-5; 2]$.

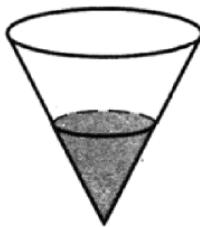


- B9.** В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ известно, что $BB_1 = 16$, $A_1B_1 = 2$, $A_1D_1 = 8$. Найдите длину диагонали.



- B10.** В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что решка выпадет ровно один раз.

- B11.** В сосуде, имеющем форму конуса, уровень жидкости достигает $\frac{1}{3}$ высоты. Объём жидкости равен 12 мл. Сколько миллилитров жидкости нужно долить, чтобы полностью наполнить со- суд?



- B12.** Зависимость объёма спроса q (единиц в месяц) на продукцию предприятия-монополиста от цены p (тыс. руб.) задаётся формулой $q = 120 - 10p$. Выручка предприятия за месяц r (тыс. руб.) вычисляется по формуле $r(p) = pq$. Определите наибольшую цену p , при которой месячная выручка $r(p)$ составит 320 тыс. руб. Ответ приведите в тыс. руб.

- B13.** В сосуд, содержащий 7 литров 15-процентного водного раствора некоторого вещества, добавили 8 литров воды. Сколько процентов составит концентрация получившегося раствора?

- B14.** Найдите наибольшее значение функции

$$y = 11 \ln(x + 4) - 11x - 5$$

на отрезке $[-3,5; 0]$.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

С1. а) Решите уравнение

$$6^{x^2 - 4x} + 6^{x^2 - 4x - 1} = 42.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-2; 4]$.

С2. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с вершиной S , все рёбра которой равны 6, точка M — середина ребра BC , точка O — центр основания пирамиды, точка F делит отрезок SO в отношении $1 : 2$, считая от вершины пирамиды. Найдите угол между плоскостью MCF и плоскостью ABC .

С3. Решите систему неравенств

$$\begin{cases} x^2 + 6^x + 4 \leq 44 \cdot \log_5(x+3), \\ 4x + 6^x \geq 44 \cdot \log_5(x+3). \end{cases}$$

С4. Окружность, построенная на стороне AD параллелограмма $ABCD$ как на диаметре, проходит через точку пересечения диагоналей параллелограмма.

а) Докажите, что $ABCD$ — ромб.

б) Эта окружность пересекает сторону AB в точке M , причём $AM : MB = 1 : 2$. Найдите диагональ AC , если известно, что $AD = 2\sqrt{3}$.

C5. Найдите все значения параметра k , при каждом из которых уравнение

$$\frac{2 + (4 - 4k) \cos t}{4 \cos t - \sin t} = 1$$

не имеет решений на интервале $\left(-\pi; -\frac{\pi}{2}\right)$.

C6. Найдите наименьшее и наибольшее натуральные значения n , при которых уравнение

$$(x^2 + y^2)^{2010} = x^n \cdot y^n$$

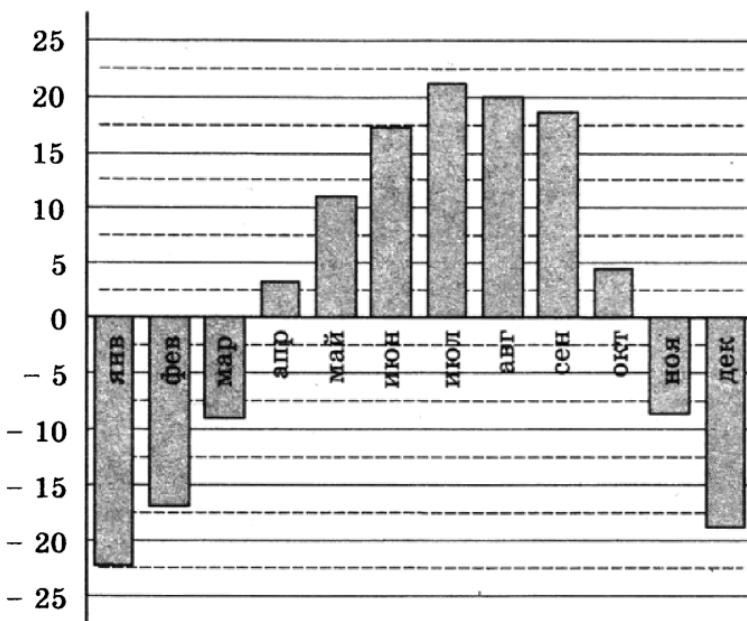
имеет натуральные решения.

ВАРИАНТ 2

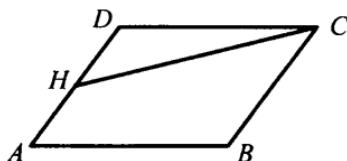
Часть 1

Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- В1.** Пакет молока стоит 40 рублей. Пенсионерам магазин делает скидку 15%. Сколько рублей заплатит пенсионер за пакет молока?
- В2.** На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха (в градусах Цельсия) в Хабаровске по результатам многолетних наблюдений. Найдите по диаграмме количество месяцев, когда среднемесячная температура в Хабаровске отрицательна.



- B3.** Площадь параллелограмма $ABCD$ равна 3. Точка H — середина стороны AD . Найдите площадь трапеции $AHCB$.



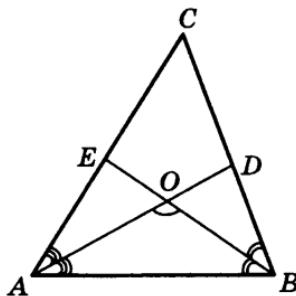
- B4.** Для того, чтобы связать свитер, хозяйке нужно 400 граммов шерстяной пряжи красного цвета. Можно купить красную пряжу по цене 60 рублей за 50 граммов, а можно купить неокрашенную пряжу по цене 50 рублей за 50 граммов и окрасить её. Один пакетик крас-

ки стоит 10 рублей и рассчитан на окраску 200 граммов пряжи. Какой вариант покупки дешевле? В ответ напишите, сколько рублей будет стоить эта покупка.

B5. Найдите корень уравнения

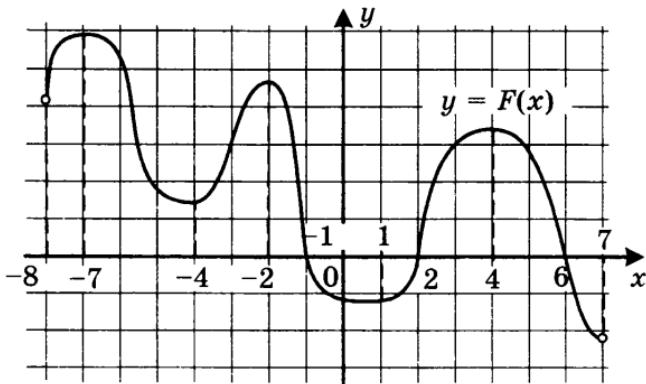
$$(x + 7)^3 = 216.$$

B6. В треугольнике ABC угол C равен 58° , биссектрисы AD и BE пересекаются в точке O . Найдите угол AOB . Ответ дайте в градусах.

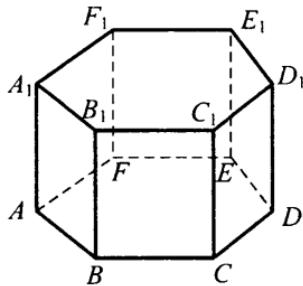


B7. Найдите $\cos \alpha$, если $\sin \alpha = \frac{\sqrt{21}}{5}$ и $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.

B8. На рисунке изображён график $y = F(x)$ одной из первообразных некоторой функции $f(x)$, определённой на интервале $(-8; 7)$. Пользуясь рисунком, определите количество решений уравнения $f(x) = 0$ на отрезке $[-5; 5]$.

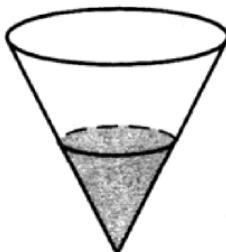


- B9.** В правильной шестиугольной призме $ABCDEF A_1B_1C_1D_1E_1F_1$, все рёбра которой равны 5, найдите угол между прямыми FA и D_1E_1 . Ответ дайте в градусах.



- B10.** В среднем из 900 садовых насосов, поступивших в продажу, 27 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.
- B11.** В сосуде, имеющем форму конуса, уровень жидкости достигает $\frac{1}{2}$ высоты. Объём жидкости

сти равен 25 мл. Сколько миллилитров жидкости нужно долить, чтобы полностью наполнить сосуд?



- B12.** Ёмкость высоковольтного конденсатора в телевизоре $C = 4 \cdot 10^{-6}$ Ф. Параллельно с конденсатором подключён резистор с сопротивлением $R = 2 \cdot 10^6$ Ом. Во время работы телевизора напряжение на конденсаторе $U_0 = 22$ кВ. После выключения телевизора напряжение на конденсаторе убывает до значения U (кВ) за время, определяемое выражением $t = \alpha RC \log_2 \frac{U_0}{U}$ (с), где $\alpha = 1,7$ — постоянная. Определите напряжение на конденсаторе, если после выключения телевизора прошло 27,2 секунды. Ответ дайте в кВ (киловольтах).

- B13.** На изготовление 540 деталей первый рабочий затрачивает на 12 часов меньше, чем второй рабочий на изготовление 600 деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 10 деталей больше, чем второй. Сколько деталей в час делает первый рабочий?

B14. Найдите наибольшее значение функции

$$y = 11 \ln(x + 4) - 11x - 5$$

на отрезке $[-3, 5; 0]$.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1. Решите уравнение

$$6 \sin^2 x - 5 \sin x - 4 = 0$$

и найдите корни, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -\frac{3\pi}{2}\right]$.

C2. В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ с вершиной S сторона основания равна 8. Точка L — середина ребра SC . Тангенс угла между прямыми BL и SA равен $2\sqrt{\frac{2}{5}}$. Найдите площадь поверхности пирамиды.

C3. Решите неравенство $\log_{\frac{25-x^2}{16}} \frac{24+2x-x^2}{14} > 1$.

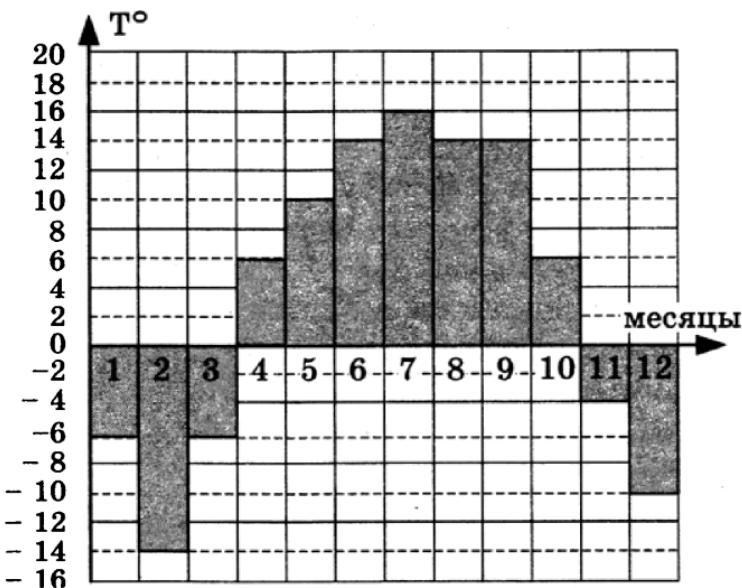
- C4.** Окружность, построенная на стороне AC треугольника ABC как на диаметре, проходит через середину стороны BC и пересекает в точке D продолжение стороны AB за точку A , при чем $AD = \frac{2}{3} AB$. Найдите площадь треугольника ABC , если $AC = 1$.
- C5.** Найдите все значения параметра a , при каждом из которых модуль разности корней уравнения $x^2 - 6x + 12 + a^2 - 4a = 0$ принимает наибольшее значение.
- C6.** Известно, что при любом целом $K \neq 27$ число $a - K^3$ делится без остатка на $27 - K$. Найдите a .

ВАРИАНТ 3

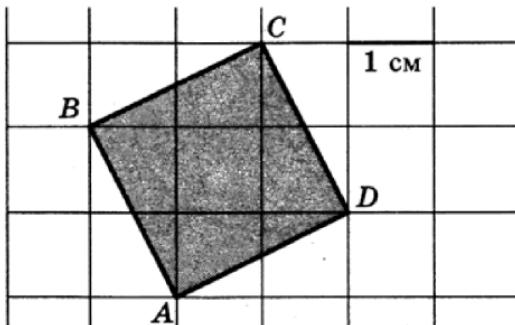
Часть 1

Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- В1.** Сырок стоит 5 руб. 40 коп. Какое наибольшее число сырков можно купить на 40 рублей?
- В2.** На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Нижнем Новгороде за каждый месяц 1994 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме разность между наибольшей и наименьшей среднемесячными температурами в 1994 году. Ответ дайте в градусах Цельсия.



- B3.** Найдите площадь квадрата $ABCD$. Размер каждой клетки $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



- B4.** В магазине одежды объявлена акция — если покупатель приобретает товар на сумму свыше 5000 руб., он получает скидку на следующую покупку в размере 10%. Если покупатель участвует в акции, он теряет право возвратить товар в магазин.

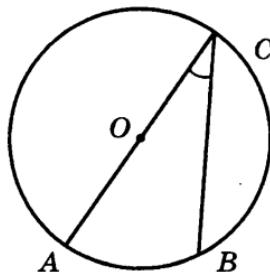
Покупатель В. хочет приобрести куртку ценой 4500 руб., рубашку ценой 800 руб. и кеды ценой 1600 руб. В каком случае В. заплатит за покупку меньше всего?

1. В. купит все три товара сразу.
2. В. купит сначала куртку и рубашку, а потом кеды со скидкой.
3. В. купит сначала куртку и кеды, а потом рубашку со скидкой.

В ответ запишите сумму, которую заплатит В. за покупку в этом случае.

B5. Найдите корень уравнения $5^{4-x} = 25$.

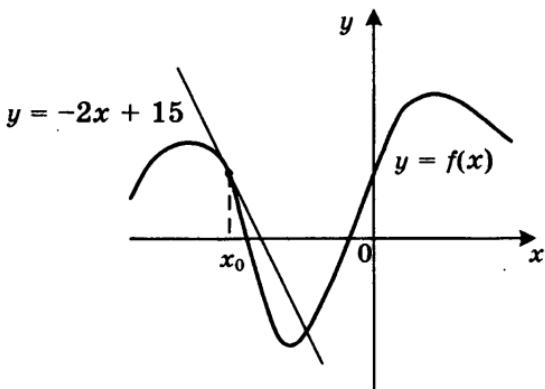
B6. Найдите вписанный угол, опирающийся на дугу, которая составляет $1/5$ окружности.



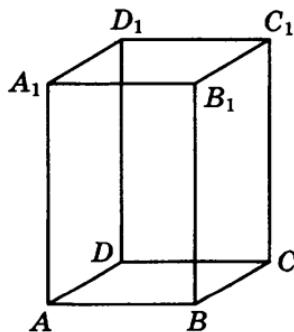
B7. Найдите значение выражения $\frac{5 \sin 61^\circ}{\sin 299^\circ}$.

B8. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и касательная к этому графику, проведенная в точке x_0 . Уравнение касательной показано на

рисунке. Найдите значение производной функции $y = -\frac{1}{4}f(x) + 5$ в точке x_0 .



- B9.** Диагональ правильной четырёхугольной призмы наклонена к плоскости основания под углом 30° . Боковое ребро равно 3. Найдите диагональ призмы.



- B10.** В среднем на 150 карманных фонариков приходится три неисправных. Найдите вероятность купить работающий фонарик.

- B11.** В цилиндрический сосуд, в котором находится 4 литра воды, опущена деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся в 1,5 раза. Чему равен объём детали? Ответ выразите в литрах.
- B12.** В электросеть включён предохранитель, рассчитанный на силу тока 16 А. Определите, какое минимальное сопротивление должно быть у электроприбора, подключаемого к розетке в 220 вольт, чтобы сеть продолжала работать. Сила тока в цепи I связана с напряжением U соотношением $I = \frac{U}{R}$, где R — сопротивление электроприбора. (Ответ выразите в омах.)
- B13.** Моторная лодка прошла против течения 24 км и вернулась обратно, затратив на обратный путь на 20 мин меньше, чем при движении против течения. Найдите скорость (в км/ч) лодки в неподвижной воде, если скорость течения равна 3 км/ч.
- B14.** Найдите наименьшее значение функции

$$y = 5 \cos x - 6x + 4$$

на отрезке $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0 \right]$.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

С1. а) Решите уравнение

$$(49^{\cos x})^{\sin x} = 7^{\sqrt{2} \cos x}.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$.

С2. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с вершиной S , все рёбра которой равны 4, точка N — середина ребра AC , точка O — центр основания пирамиды, точка P делит отрезок SO в отношении $3 : 1$, считая от вершины пирамиды. Найдите расстояние от точки B до прямой NP .

С3. Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 7^{x-1} + 7^x + 7^{x+1} > 171, \\ \log_3 \frac{1}{x} + \log_3 (x^2 + 3x - 9) \leq \log_3 \left(x^2 + 3x + \frac{1}{x} - 10 \right). \end{cases}$$

С4. Две окружности касаются внутренним образом. Третья окружность касается первых двух и их линии центров.

- а) Докажите, что периметр треугольника с вершинами в центрах трёх окружностей равен диаметру наибольшей из этих окружностей.
- б) Найдите радиус третьей окружности, если известно, что радиусы первых двух равны 6 и 2.

С5. Найдите все a , при каждом из которых уравнение

$$\sin|\operatorname{arctg} x| + a \cos\left(\frac{\operatorname{arctg} x}{2}\right) = \frac{a|x|}{\sqrt{1+x^2}}$$

имеет хотя бы одно решение.

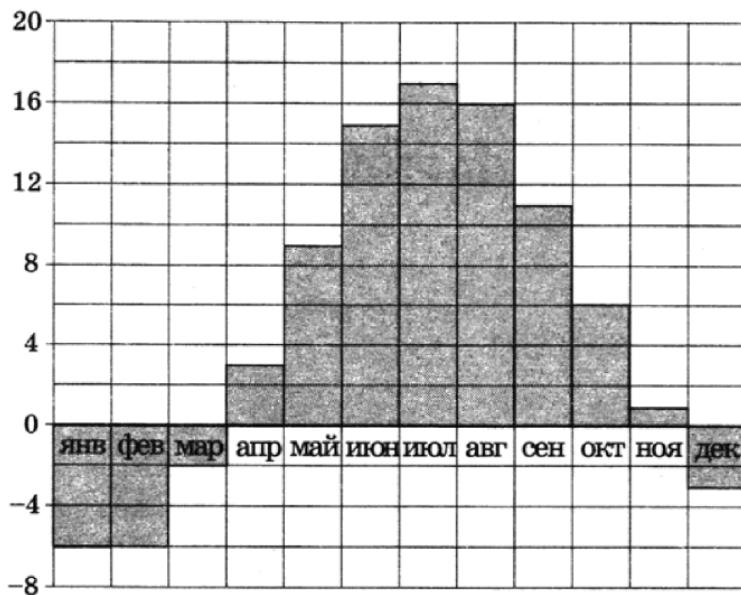
С6. Найдутся ли хотя бы три десятизначных числа, делящихся на 11, в записи каждого из которых использованы все цифры от 0 до 9?

ВАРИАНТ 4

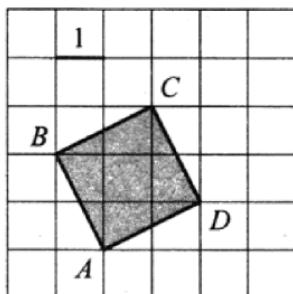
Часть 1

Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- В1.** Пачка масла стоит 37 рублей 70 копеек.
Сколько пачек масла можно купить на 500 рублей?
- В2.** На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Хельсинки за каждый месяц 2009 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, сколько было месяцев в 2009 году, когда среднемесячная температура была отрицательная.



B3. Найдите площадь квадрата $ABCD$.



B4. Для транспортировки 80 тонн груза на 1100 км можно использовать одного из трёх перевозчиков. Тарифы перевозчиков приведены в таблице. Какова наименьшая стоимость (в рублях) транспортировки?

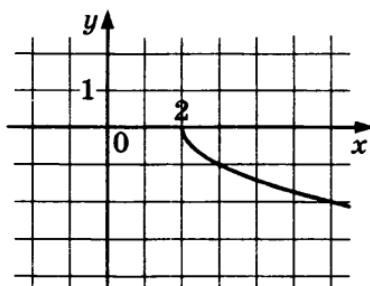
Перевозчик	Стоимость перевозки одним автомобилем (руб. на 100 км)	Грузоподъемность автомобилей (тонн)
А	3700	3,5
Б	4300	5
В	9800	12

В5. Решите уравнение $2^{5-x} = 0,25$.

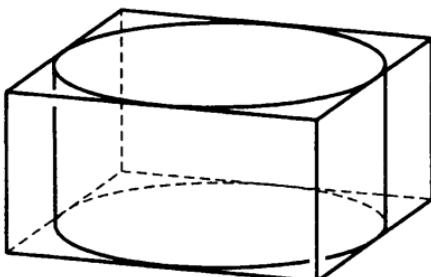
В6. Отрезок AB является хордой окружности с центром O . Найдите угол между прямой AB и касательной к окружности, проходящей через точку A , если угол AOB равен 56° . Ответ дайте в градусах.

В7. Найдите значение выражения $\sqrt{35^2 - 28^2}$.

В8. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. Прямая, проходящая через точку $(-1; 1)$, касается этого графика в точке с абсциссой 3. Найдите $f(3)$.



- B9.** Высота RH боковой грани PCD правильной четырёхугольной пирамиды $PABCD$ равна $4\sqrt{3}$ и равна стороне CD основания пирамиды. Найдите расстояние между прямыми AB и RH .
- B10.** Перед началом первого тура чемпионата по шашкам участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвуют 56 шашистов, среди которых 12 участников из России, в том числе Валерий Стремянкин. Найдите вероятность того, что в первом туре Валерий Стремянкин будет играть с каким-либо шашистом из России.
- B11.** Цилиндр вписан в прямоугольный параллелепипед. Радиус основания и высота цилиндра равны 6. Найдите объём параллелепипеда.



- B12.** Высоту над землей (в метрах) подброшенного вверх камня можно вычислять по формуле $h(t) = 1,4 + 14t - 5t^2$, где t — время в секундах. Сколько секунд камень будет находиться на высоте более 8 метров?

B13. Из пункта А круговой трассы, длина которой равна 30 км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобилиста. Скорость первого равна 92 км/ч, скорость второго — 77 км/ч. Через сколько минут первый автомобилист будет опережать второго ровно на 1 круг?

B14. Найдите наибольшее значение функции

$$y = 13x - 13\tan x - 18$$

на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1. а) Решите уравнение

$$7 \sin^2 x + 8 \cos x - 8 = 0$$

б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

- C2.** Основанием прямой треугольной призмы $ABC A_1 B_1 C_1$ является равнобедренный треугольник ABC , в котором $AB = BC = 10$, $AC = 16$. Боковое ребро призмы равно 24. Точка P — середина ребра BB_1 . Найдите тангенс угла между плоскостями $A_1 B_1 C_1$ и ACP .

- C3.** Решите систему неравенств

$$\begin{cases} \log_{x^3 + 3x^2 + 3x + 1} (4 - x) \geq 0, \\ \frac{1}{x^2 - 4x + 3} + \frac{1}{x^2 - 10x + 21} \leq 0. \end{cases}$$

- C4.** Точка O — центр окружности радиуса 2. На продолжении радиуса OM взята точка A . Через точку A проведена прямая, касающаяся окружности в точке K . Известно, что $\angle OAK = 60^\circ$. Найдите радиус окружности, вписанной в угол OAK и касающейся данной окружности внешним образом.

- C5.** Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$|\log_5(x^2) - a| - |\log_5 x + 2a| = (\log_5 x)^2$$

имеет ровно четыре решения.

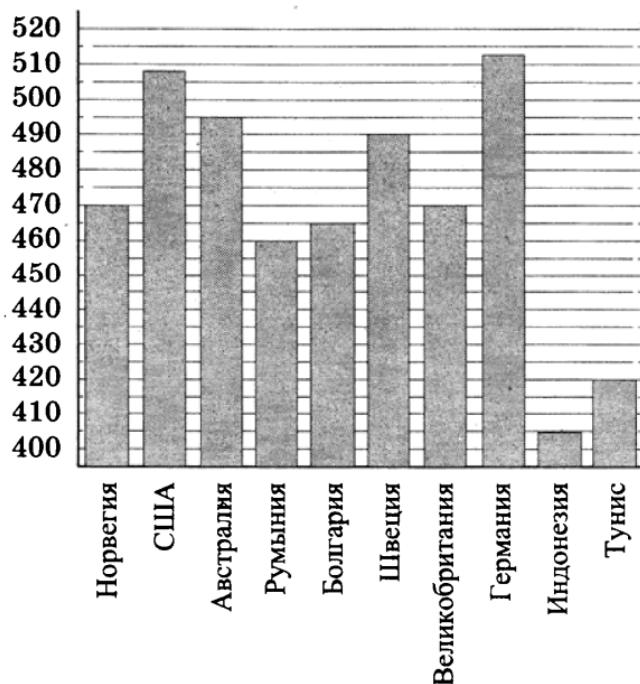
- C6.** Какое наибольшее количество чисел можно выбрать из отрезка натурального ряда от 1 до 2009, так чтобы разность любых двух из них не была простой?

ВАРИАНТ 5

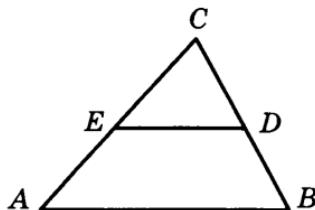
Часть 1

Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- В1.** Больному прописан курс лекарства, которое нужно пить по 0,5 г три раза в день в течение трёх недель. В одной упаковке содержится 10 таблеток по 0,5 г. Какого наименьшего количества упаковок хватит на весь курс?
- В2.** На диаграмме показан средний балл участников 10 стран в тестировании учащихся 8-го класса по математике в 2007 году (по 1000-балльной шкале). Среди указанных стран третье место принадлежит Австралии. Определите, какое место занимает Тунис.



- B3.** Площадь треугольника ABC равна 28. DE — средняя линия. Найдите площадь трапеции $ABDE$.



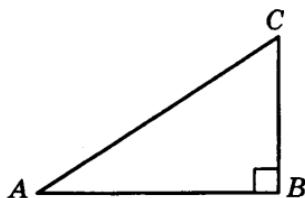
- B4.** Трое решают, как им обойдется дешевле доехать из Москвы в Санкт-Петербург — на поезде или в автомобиле. Билет на поезд стоит 600 рублей на одного человека. Автомобиль расходует 10 литров бензина на 100 километров пути, расстояние по шоссе равно 700 километрам, а цена бензина рав-

на 19 рублей за литр. Сколько рублей придется заплатить за наиболее дешевую поездку на троих?

- B5.** Найдите корень уравнения

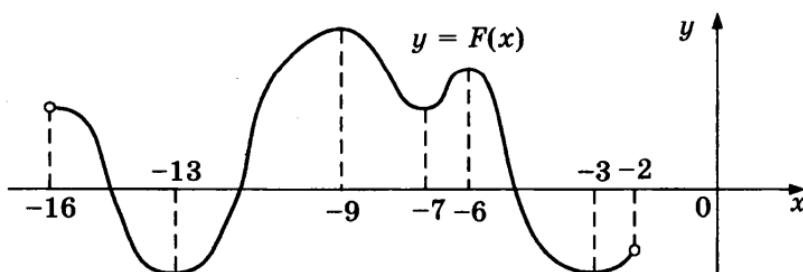
$$\log_{\frac{1}{5}}(5-x) = -2.$$

- B6.** Один острый угол прямоугольного треугольника на 30° больше другого. Найдите больший острый угол.

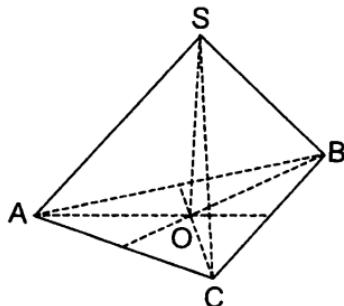


- B7.** Найдите значение выражения $\frac{18}{3^{\log_3 2}}$.

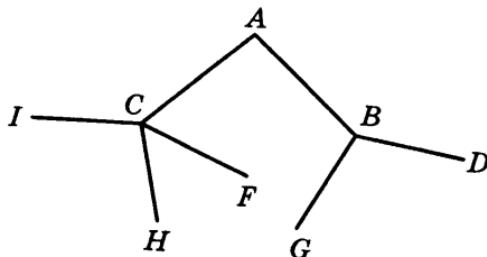
- B8.** На рисунке изображён график первообразной $y = F(x)$ некоторой функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-16; -2)$. Пользуясь рисунком, определите количество решений уравнения $f(x) = 0$ на отрезке $[-15; -8]$.



- B9.** В правильной треугольной пирамиде $SABC$ медианы основания пересекаются в точке O . Площадь треугольника ABC равна 16, объём пирамиды равен 80. Найдите длину отрезка OS .



- B10.** Павел Иванович совершает прогулку из точки A по дорожкам парка. На каждой развилке он наудачу выбирает следующую дорожку, не возвращаясь обратно. Схема дорожек показана на рисунке. Найдите вероятность того, что Павел Иванович попадёт в точку G .



- B11.** Объём данного правильного тетраэдра равен 3 см^3 . Найдите объём правильного тетраэдра, ребро которого в 4 раза больше ребра данного тетраэдра. Ответ дайте в см^3 .

- B12.** Компания Яндекс-Маркет вычисляет рейтинг интернет-магазинов по формуле:

$$R = r_{\text{пок}} - \frac{r_{\text{пок}} - r_{\text{экс}}}{(K + 1)^{\frac{0,02K}{r_{\text{пок}} + 0,1}}}$$

где $r_{\text{пок}}$ — средняя оценка магазина покупателями (от 0 до 1), $r_{\text{экс}}$ — оценка магазина экспертами компании (от 0 до 0,7) и K — число покупателей, оценивших магазин.

Найдите рейтинг интернет-магазина «Эпсилон», если число покупателей, оставивших отзыв о магазине, равно 24, их средняя оценка равна 0,86, а оценка экспертов равна 0,61.

- B13.** Из пункта А в пункт В, расстояние между которыми 60 км, одновременно выехали автомобилист и велосипедист. Известно, что в час автомобилист проезжает на 90 км больше, чем велосипедист. Определите скорость велосипедиста, если известно, что он прибыл в пункт В на 5 часов 24 минуты позже автомобилиста. Ответ дайте в км/ч.

- B14.** Найдите наибольшее значение функции

$$y = x^3 - 18x^2 + 81x + 73$$

на отрезке $[0; 7]$.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

С1. а) Решите уравнение

$$7^{x^2 - 2x} + 7^{x^2 - 2x - 1} = 56$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-1; 1]$.

С2. В правильной шестиугольной пирамиде $SA\ldots F$, боковые ребра которой равны 2, а стороны основания — 1, найдите косинус угла между прямой AC и плоскостью SAF .

С3. Решите систему неравенств

$$\begin{cases} \log_{x^3 - 9x^2 + 27x - 27} (9 - x) \geq 0, \\ \frac{2}{x^2 - 12x + 35} + \frac{3}{x^2 - 17x + 70} \leq 0. \end{cases}$$

С4. Окружности с центрами O_1 и O_2 пересекаются в точках A и B . Известно, что $\angle AO_1B = 90^\circ$, $\angle AO_2B = 60^\circ$, $O_1O_2 = a$. Найдите радиусы окружностей.

C5. Найдите все значения параметра k , при каждом из которых уравнение

$$\frac{2(k+1)\cos t - k}{\sin t + \cos t} = 2$$

имеет хотя бы одно решение на отрезке $\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$.

C6. Все члены конечной последовательности являются натуральными числами. Каждый член этой последовательности, начиная со второго, либо в 15 раз больше, либо в 15 раз меньше предыдущего. Сумма всех членов последовательности равна 3825.

- а) Может ли последовательность состоять из двух членов?
- б) Может ли последовательность состоять из трёх членов?
- в) Какое наибольшее количество членов может быть в последовательности?

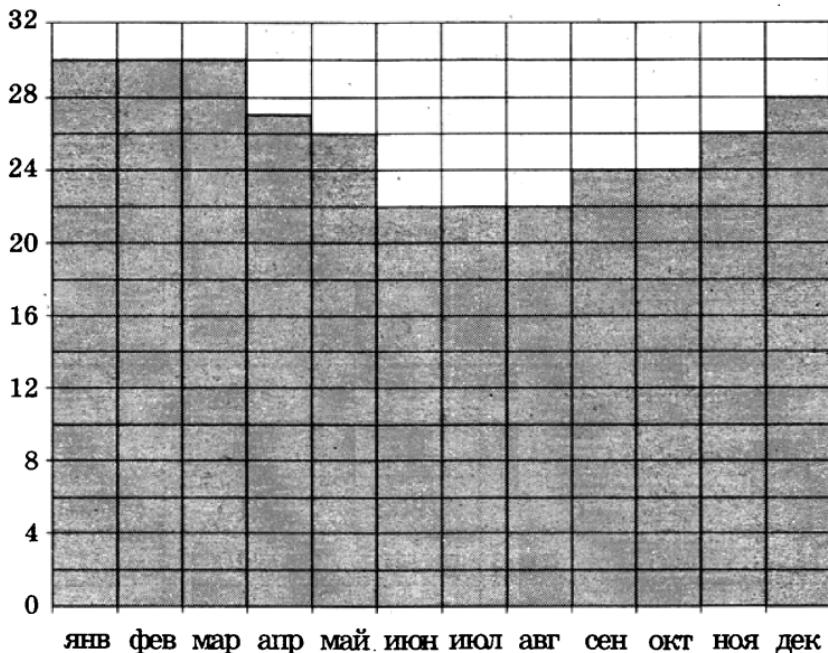
ВАРИАНТ 6

Часть 1

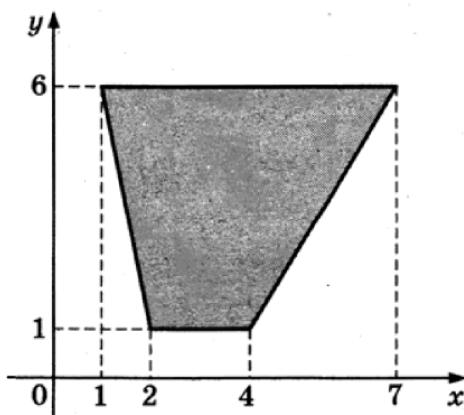
Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- В1.** В летнем лагере на каждого участника полагается 30 г сахара в день. В лагере 223 человека. Сколько килограммовых упаковок сахара понадобится на весь лагерь на 8 дней?

- В2.** На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Рио-де-Жанейро за каждый месяц 2009 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме разность между наибольшей и наименьшей среднемесячной температурой в 2009 году. Ответ дайте в градусах Цельсия.



- B3.** Найдите площадь трапеции, вершинами которой являются точки с координатами $(1; 6)$, $(7; 6)$, $(4; 1)$, $(2; 1)$.



- B4.** В таблице указаны средние цены (в рублях) на некоторые основные продукты питания в трёх городах России (по данным на начало 2010 года).

Наименование продукта	Белгород	Липецк	Новгород
Пшеничный хлеб (батон)	11	14	11
Молоко (1 литр)	23	23	26
Картофель (1 кг)	10	13	11
Сыр (1 кг)	205	215	230
Мясо (говядина, 1 кг)	240	240	245
Подсолнечное масло (1 литр)	44	44	38

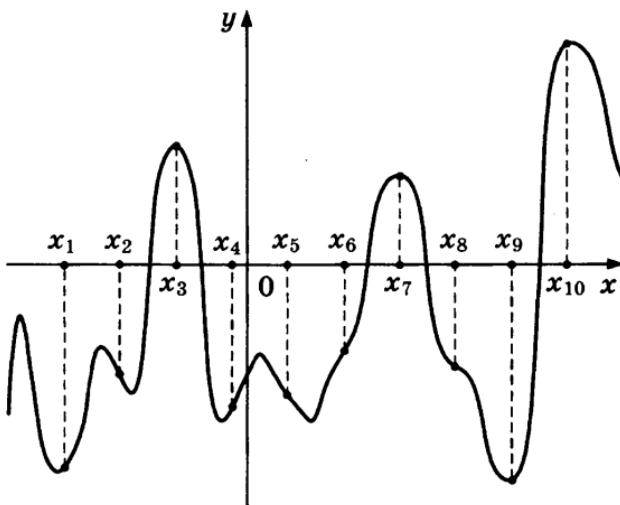
Определите, в каком из этих городов окажется самым дешевым следующий набор продуктов: 2 батона пшеничного хлеба, 3 кг говядины, 1 л подсолнечного масла. В ответ запишите стоимость данного набора продуктов в этом городе (в рублях).

- B5.** Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{36}\right)^{x-2} = 6$.

- B6.** Расстояние от точки пересечения диагоналей ромба до одной из его сторон равно 11, а одна из диагоналей ромба равна 44. Найдите величину тупого угла ромба. Ответ дайте в градусах.

B7. Найдите значение выражения $(558^2 - 23^2) : 581$.

B8. На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и десять точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{10}$. В скольких из этих точек производная $f'(x)$ функции $f(x)$ положительна?



B9. Высота правильной четырёхугольной пирамиды равна 12, а сторона основания равна 8. Найдите тангенс угла между плоскостью боковой грани и плоскостью основания пирамиды.

B10. В торговом центре два одинаковых автомата продают чай. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится чай, равна 0,4. Вероятность того, что чай закончится в обоих автоматах, равна 0,2. Найдите вероятность того, что к концу дня чай останется в обоих автоматах.

B11. Стороны основания правильной четырёхугольной пирамиды равны 6, боковые ребра равны 5. Найдите площадь поверхности этой пирамиды.

B12. Для обогрева помещения, температура в котором равна $T_n = 20$ °С, через радиатор отопления пропускают горячую воду температурой $T_b = 88$ °С. Расход проходящей через трубу воды $m = 0,4$ кг/с. Проходя по трубе расстояние x (м), вода охлаждается до температуры T (°С), причем
$$x = \alpha \frac{cm}{\gamma} \log_2 \frac{T_b - T_n}{T - T_n}$$
 (м), где $c = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{°С}}$ — теплоемкость воды, $\gamma = 63 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{°С}}$ — коэффициент теплообмена, $\alpha = 1,2$ — постоянная. До какой температуры (в градусах Цельсия) охладится вода, если длина трубы равна 64 м?

B13. В четверг акции компании подорожали на некоторое число процентов, а в пятницу подешевели на то же самое число процентов. В результате они стали стоить на 9% дешевле, чем при открытии торгов в четверг. На сколько процентов подорожали акции компании в четверг?

B14. Найдите наибольшее значение функции

$$y = -\frac{2}{3}x\sqrt{x} + 3x + 19$$

на отрезке [8; 21].

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

- С1. а) Решите уравнение**

$$6 \sin^2 x + 7 \cos x - 7 = 0$$

- б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-3\pi; -\pi]$.

- С2.** В правильной треугольной призме $ABC A_1 B_1 C_1$ ребро основания $AB = 8\sqrt{3}$, а боковое ребро $AA_1 = 7$. Найдите тангенс угла между плоскостями BCA_1 и BB_1C_1 .

- С3. Решите систему неравенств:**

$$\begin{cases} \log_7(x^2 + 4x - 20) \leq x - 3, \\ \log_7(x^2 + 2x - 14) \leq 3 - x. \end{cases}$$

- С4.** Дан параллелограмм со сторонами 1 и 2 и острым углом 60° . На двух его несмежных сторонах как на основаниях построены вне параллелограмма равнобедренные треугольники с углами 120° при вершинах. Найдите расстояние между этими вершинами.

C5. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$|\log_{0,5}(x^2) - a| - |\log_{0,5} x + 2a| = (\log_{0,5} x)^2$$

имеет хотя бы одно решение, меньшее 2.

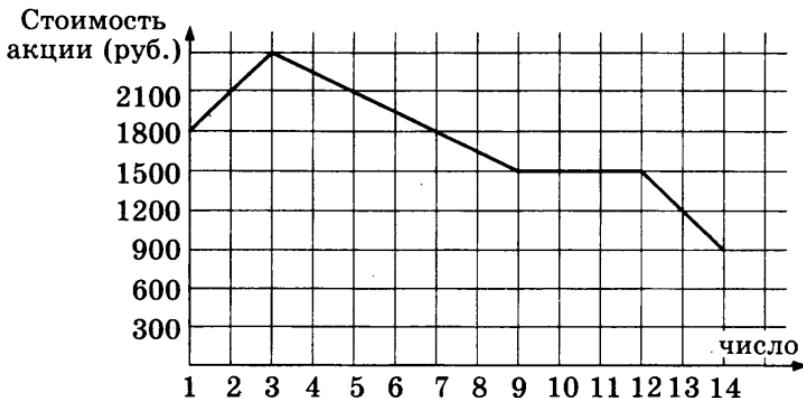
C6. Друг за другом подряд выписали десятичную запись чисел 2^{50} и 5^{50} . Сколько всего цифр выписали?

ВАРИАНТ 7

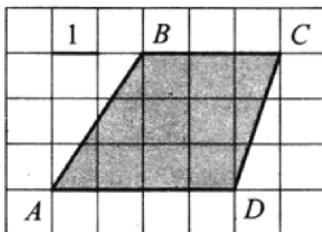
Часть 1

Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- В1.** Налог на доходы составляет 13% от заработной платы. Заработка плата Ивана Кузьмича равна 14500 рублей. Какую сумму он получит после вычета налога на доходы? Ответ дайте в рублях.
- В2.** На графике, изображённом на рисунке, представлено изменение биржевой стоимости акций газодобывающей компании в первые две недели ноября. 2 ноября бизнесмен приобрел 10 акций этой компании. Шесть из них он продал 6 ноября, а 13 ноября — остальные 4. Сколько рублей потерял бизнесмен в результате этих операций?



В3. Найдите площадь трапеции $ABCD$.



В4. Для изготовления книжных полок требуется заказать 40 одинаковых стекол в одной из трёх фирм. Площадь каждого стекла равна $0,15 \text{ м}^2$. В таблице приведены цены на стекло и на резку стекол. Сколько рублей нужно заплатить за самый выгодный заказ?

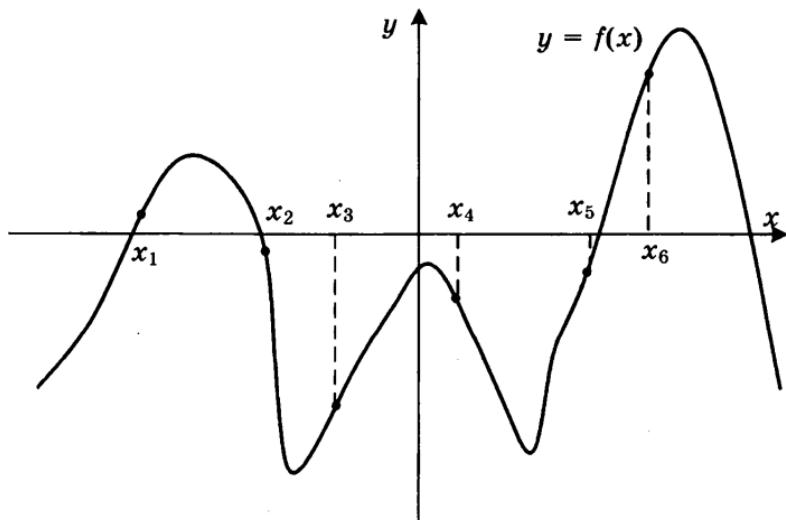
Фирма	Стоимость стекла (руб. за 1 м^2)	Резка стекла (руб. за одно стекло)
А	100	20
Б	90	25
В	170	Бесплатно

B5. Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{36}\right)^{x-2} = 6$.

B6. Расстояние от точки пересечения диагоналей ромба до одной из его сторон равно 11, а одна из диагоналей ромба равна 44. Найдите величину тупого угла ромба. Ответ дайте в градусах.

B7. Вычислите значение выражения $3^{\log_3 7} + 49^{\log_7 \sqrt{13}}$.

B8. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. Найдите среди точек x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 и x_6 те точки, в которых производная функции $f(x)$ отрицательна. В ответ запишите количество найденных точек.



- B9.** Сторона основания правильной четырёхугольной пирамиды вдвое больше её высоты. Найдите угол между плоскостью боковой грани и плоскостью основания пирамиды. Ответ дайте в градусах.
- B10.** В магазине стоят два платёжных автомата. Каждый из них может быть неисправен с вероятностью 0,06 независимо от другого автомата. Найдите вероятность того, что хотя бы один автомат исправен.
- B11.** Объём данного правильного тетраэдра равен 2 см^3 . Найдите объём правильного тетраэдра, ребро которого в 3 раза больше ребра данного тетраэдра. Ответ дайте в см^3 .
- B12.** Коэффициент полезного действия (КПД) некоторого двигателя определяется формулой
$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\%,$$
 где T_1 — температура нагревателя (в градусах Кельвина), T_2 — температура холодильника (в градусах Кельвина). При какой температуре нагревателя T_1 КПД двигателя будет 15%, если температура холодильника $T_2 = 340^\circ \text{ К}$? Ответ выразите в градусах Кельвина.
- B13.** Брюки дороже рубашки на 30% и дешевле пиджака на 22%. На сколько процентов рубашка дешевле пиджака?

B14. Найдите наибольшее значение функции

$$y = (21 - x)e^{20-x}$$

на отрезке $[19; 21]$.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1. а) Решите уравнение

$$5 \cos^2 x - 12 \cos x + 4 = 0$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi \right]$.

C2. Основание прямой четырёхугольной призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$ — прямоугольник $ABCD$, в котором $AB = 5$, $AD = \sqrt{33}$. Найдите тангенс угла между плоскостью грани AA_1D_1D призмы и плоскостью, проходящей через середину ребра CD перпендикулярно прямой B_1D , если расстояние между прямыми A_1C_1 и BD равно $\sqrt{3}$.

C3. Решите неравенство:

$$\log_{2-x}(x+2) \cdot \log_{x+3}(3-x) \leq 0.$$

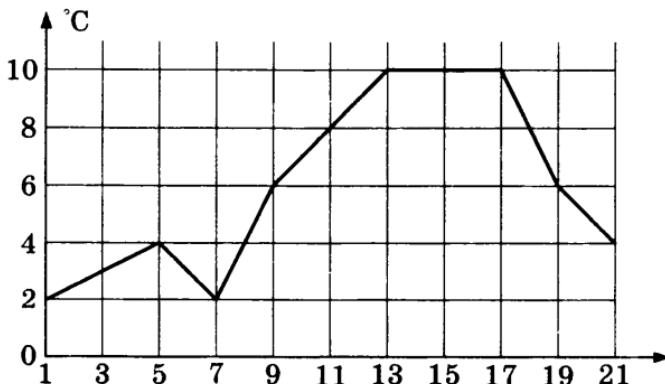
- C4.** Треугольник ABC вписан в окружность радиуса 12. Известно, что $AB = 6$ и $BC = 4$. Найдите AC .
- C5.** Найдите все значения параметра a , при каждом из которых имеет единственное решение $(x; y)$ система уравнений
- $$\begin{cases} x^2 - (2a + 1)x + a^2 - 3 = y, \\ y^2 - (2a + 1)y + a^2 - 3 = x. \end{cases}$$
- C6.** Можно ли привести пример пяти различных натуральных чисел, произведение которых равно 792 и
- а) пять;
 - б) четыре;
 - в) три
- из них образуют геометрическую прогрессию?

ВАРИАНТ 8

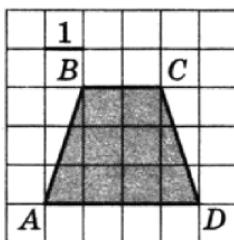
Часть 1

Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- В1.** Пакет молока стоит 21 рубль 30 копеек.
Сколько пакетов молока можно купить на 500 рублей?
- В2.** Первый посев семян петрушки рекомендуется проводить в апреле при дневной температуре воздуха не менее $+6^{\circ}\text{C}$. На рисунке показан прогноз дневной температуры воздуха на первые три недели апреля. Определите, в течение скольких дней за этот период можно производить посев петрушки.



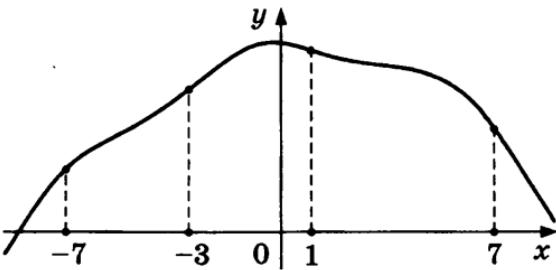
B3. Найдите площадь трапеции $ABCD$.



B4. Для транспортировки 50 тонн груза на 900 км можно использовать одного из трёх перевозчиков. Стоимость перевозки и грузоподъёмность автомобилей для каждого из них указаны в таблице. Сколько будет стоить самый дешевый вариант перевозки (в рублях)?

Перевозчик	Стоимость перевозки одним автомобилем (руб. на 100 км)	Грузоподъёмность автомобилей (тонн)
А	3700	3,5
Б	4300	5
В	9800	12

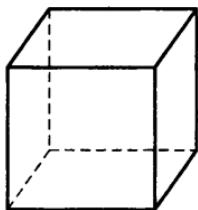
- B5.** Решите уравнение $3^{x-3} = 27$.
- B6.** В треугольнике ABC углы A и B равны соответственно 45° и 67° . Найдите угол между биссектрисой и высотой, проведёнными из вершины C . Ответ дайте в градусах.
- B7.** Найдите значение выражения $\log_4 104 - \log_4 6,5$.
- B8.** На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и отмечены точки $-7, -3, 1, 7$. В какой из этих точек значение производной наименьшее? В ответе укажите эту точку.



- B9.** Боковое ребро правильной треугольной пирамиды равно 10 и образует с плоскостью основания угол, синус которого равен 0,8. Найдите высоту основания пирамиды.
- B10.** Конкурс исполнителей проводится в 3 дня. Всего заявлено 80 выступлений — по одному от каждой страны. В первый день запланировано 20 выступлений, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок вы-

ступлений определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что выступление представителя России состоится в третий день конкурса?

- B11.** Во сколько раз увеличится объём куба, если все его ребра увеличить в семь раз?



- B12.** Коэффициент полезного действия некоторого двигателя определяется формулой $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\%.$

При каком значении температуры нагревателя T_1 (в градусах Кельвина) КПД этого двигателя будет 80%, если температура холодильника $T_2 = 200$ К?

- B13.** Брюки дороже рубашки на 30% и дешевле пиджака на 22%. На сколько процентов рубашка дешевле пиджака?

- B14.** Найдите наименьшее значение функции

$$y = 2 \cos x - 11x + 7$$

на отрезке $[-\pi; 0].$

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

С1. а) Решите уравнение

$$5^{x^2 - 4x + 1} + 5^{x^2 - 4x} = 30.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-1; 3]$.

С2. Основание прямой четырёхугольной призмы $A \dots D_1$ — прямоугольник $ABCD$, в котором $AB = 5$, $AD = \sqrt{11}$. Найдите тангенс угла между плоскостью основания призмы и плоскостью, проходящей через середину ребра AD перпендикулярно прямой BD_1 , если расстояние между прямыми AC и B_1D_1 равно 12.

С3. Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 4^x - 12 \cdot 2^x + 32 \geq 0, \\ \log_x(x-2) \cdot \log_x(x+2) \leq 0. \end{cases}$$

С4. На сторонах AC и BC треугольника ABC вне треугольника построены квадраты $ACDE$ и $BFKC$. Точка M — середина стороны AB .

а) Докажите, что $CM = \frac{1}{2}DK$.

б) Найдите расстояния от точки M до центров квадратов, если $AC = 10$, $BC = 32$ и $\angle ACB = 30^\circ$.

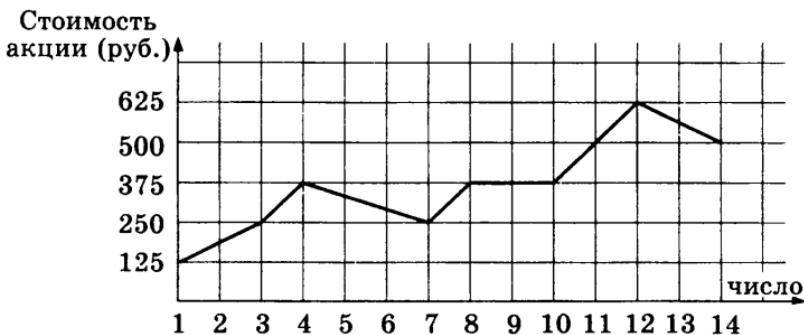
- C5.** Найдите все значения параметра k , при каждом из которых уравнение $\frac{1 + (2 - 2k) \sin t}{\cos t - \sin t} = 2k$ имеет хотя бы одно решение на интервале $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.
- C6.** Десятичная запись натурального числа n должна состоять из различных (не менее двух) цифр одной четности, а само оно должно быть квадратом целого числа. Найдите все такие n .

ВАРИАНТ 9

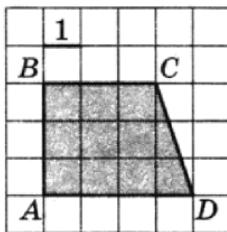
Часть 1

Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- В1.** В туристический поход на 7 дней отправляется группа из 8 человек. В походе на одного человека приходится 90 грамм сахара в день. Сколько трёхкилограммовых пакетов сахара нужно купить, чтобы сахара хватило на весь поход?
- В2.** На графике, изображённом на рисунке, представлено изменение биржевой стоимости акций газодобывающей компании в первые две недели апреля. Первого апреля бизнесмен купил 14 акций, а потом продал их десятого апреля. Какую прибыль он получит? Ответ дайте в рублях.



В3. Найдите площадь трапеции $ABCD$.



В4. Строительной фирме нужно приобрести 60 кубометров пеноблоков у одного из трёх поставщиков. Какова наименьшая стоимость (в рублях) покупки с доставкой, если цены на пеноблоки и условия доставки приведены в таблице?

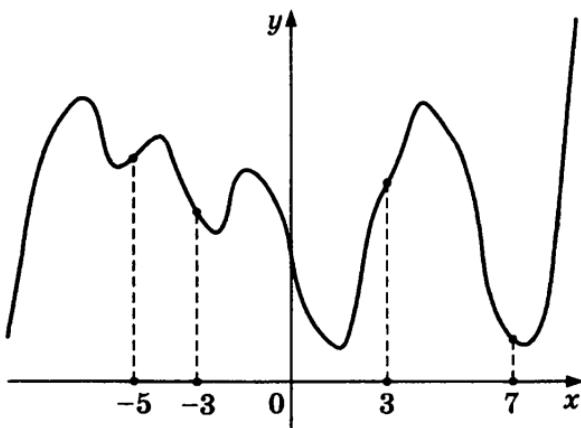
Поставщик	Цена пеноблоков (руб. за 1 м^3)	Стоимость доставки (руб.)	Специальные предложения и скидки
А	2700	7000	При заказе на сумму больше 200 000 руб. доставка бесплатно
Б	2800	5700	При заказе на сумму больше 150 000 руб. доставка бесплатно
В	2750	3000	

B5. Решите уравнение $\log_{25}(2 - 3x) = 0,5$.

B6. Концы отрезка AB лежат по разные стороны от прямой l . Расстояние от точки A до прямой l равно 7, а расстояние от точки B до прямой l равно 13. Найдите расстояние от середины отрезка AB до прямой l .

B7. Найдите значение выражения $\frac{60}{6^{\log_6 5}}$.

B8. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и отмечены точки $-5, -3, 3, 7$. В какой из этих точек значение производной наибольшее? В ответе укажите эту точку.



B9. Сторона основания правильной треугольной пирамиды равна $10\sqrt{3}$, а высота пирамиды равна 7. Найдите тангенс угла между боковым ребром и основанием пирамиды.

- B10.** В каждой двадцать пятой банке кофе согласно условиям акции есть приз. Призы распределены по банкам случайно. Коля покупает банку кофе в надежде выиграть приз. Найдите вероятность того, что Коля не найдет приз в своей банке.
- B11.** Объём данной правильной треугольной призмы равен 80. Найдите объём правильной треугольной призмы, ребро основания которой в 4 раза меньше ребра основания данной призмы, а высота в 4 раза больше высоты данной призмы.
- B12.** К дну высокого цилиндрического резервуара приварена трубка с краном. После открытия крана вода начинает вытекать из резервуара, при этом высота столба воды (в метрах) меняется по закону $H(t) = H_0 - \sqrt{2gH_0}kt + \frac{g}{2}k^2t^2$, где t — время в секундах, прошедшее с момента открытия крана, $H_0 = 5$ м — начальная высота столба воды, $k = \frac{1}{800}$ — отношение площадей сечений трубки и резервуара, а $g = 10$ м/с² — ускорение свободного падения. Через сколько секунд после открытия крана в резервуаре останется четверть первоначального объёма воды?
- B13.** Три килограмма черешни стоят столько же, сколько пять килограммов вишни, а три килограмма вишни — столько же, сколько два килограмма клубники. На сколько процентов килограмм клубники дешевле килограмма черешни?

B14. Найдите наибольшее значение функции

$$y = 12 \operatorname{tg} x - 12x + 3\pi - 13$$

на отрезке $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1. Решите уравнение $\frac{3 \operatorname{ctg}^2 x + 4 \operatorname{ctg} x}{5 \cos^2 x - 4 \cos x} = 0$.

C2. В пирамиде $DABC$ известны длины ребер: $AB = AC = DB = DC = 10$, $BC = DA = 12$. Найдите расстояние между прямыми DA и BC .

C3. Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 4 \log_9(x+4, 5) - 1 \geq 3^{4x^2-9}, \\ 3 - 4 \log_9(x+4, 5) \geq 3^{9-4x^2}. \end{cases}$$

C4. Окружности S_1 и S_2 радиусов R и r ($R > r$) соответственно касаются в точке A . Через точку B , лежащую на окружности S_1 , проведена прямая,

касающаяся окружности S_2 в точке M . Найдите BM , если известно, что $AB = a$.

- C5.** Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$27x^6 + (a - 2x)^3 + 9x^2 + 3a = 6x$$

не имеет корней.

- C6.** Найдите все такие натуральные n , что при вычеркивании первой цифры у числа 4^n снова получается число, являющееся натуральной степенью числа 4.

ВАРИАНТ 10

Часть 1

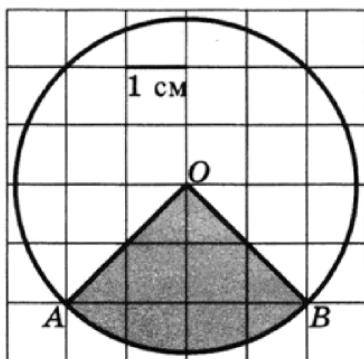
Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- В1.** Поезд Екатеринбург–Москва отправляется в 7 : 23, а прибывает в 9 : 23 на следующий день (время московское). Сколько часов поезд находится в пути?

- В2.** На рисунке изображён график среднесуточной температуры в г. Саратове в период с 6 по 12 октября 1969 г. На оси абсцисс откладываются числа, на оси ординат — температура в градусах Цельсия. Определите по графику, какая была средняя температура 8 октября. Ответ дайте в градусах Цельсия.



- B3.** Найдите площадь S сектора. В ответе укажите $\frac{S}{\pi}$. Размер каждой клетки $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

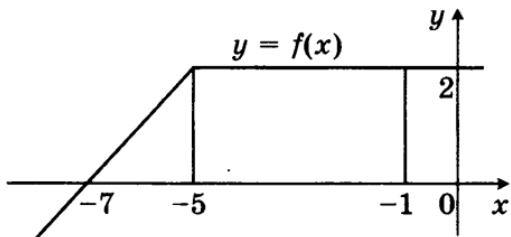


- B4.** В таблице указаны средние цены (в рублях) на некоторые основные продукты питания в трёх городах России (по данным на начало 2010 года).

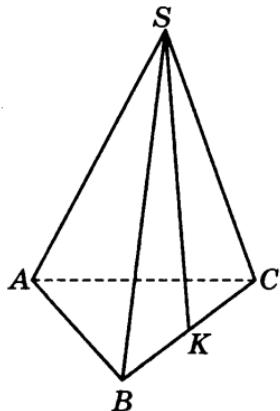
Наименование продукта	Белгород	Липецк	Новгород
Пшеничный хлеб (батон)	11	14	11
Молоко (1 литр)	23	23	26
Картофель (1 кг)	10	13	11
Сыр (1 кг)	205	215	230
Мясо (говядина, 1 кг)	240	240	245
Подсолнечное масло (1 литр)	44	44	38

Определите, в каком из этих городов окажется самым дешевым следующий набор продуктов: 2 батона пшеничного хлеба, 3 кг говядины, 1 л подсолнечного масла. В ответ запишите стоимость данного набора продуктов в этом городе (в рублях).

- B5. Решите уравнение $\sqrt{x+9} = 5$.
- B6. В треугольнике ABC AD — биссектриса, угол C равен 21° , угол CAD равен 30° . Найдите угол B . Ответ дайте в градусах.
- B7. Найдите значение выражения $\log_6 144 - \log_6 4$.
- B8. На рисунке изображён график некоторой функции $y = f(x)$. Пользуясь рисунком, вычислите определенный интеграл $\int_{-7}^{-1} f(x)dx$.



- B9.** В правильной треугольной пирамиде $SABC$ K — середина ребра BC , S — вершина. Известно, что $AB = 4$, а $SK = 21$. Найдите площадь боковой поверхности.



- B10.** Конкурс исполнителей проводится в 3 дня. Всего заявлено 80 выступлений — по одному от каждой страны. В первый день запланировано 20 выступлений, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьевкой. Какова вероятность, что выступление представителя России состоится в третий день конкурса?

- B11.** Бетонный шар весит 0,5 т. Сколько тонн будет весить шар вдвое большего радиуса, сделанный из такого же бетона?
- B12.** Зависимость температуры (в градусах Кельвина) от времени (в минутах) для нагревательного элемента некоторого прибора была получена экспериментально и на исследуемом интервале температур задается выражением $T(t) = T_0 + at + bt^2$, где $T_0 = 900$ К, $a = 31$ К/мин, $b = -0,2$ К/мин². Известно, что при температурах нагревателя свыше 1550 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключать. Определите (в минутах), через какое время после начала работы нужно отключать прибор.
- B13.** Половину времени, затраченного на дорогу, автомобиль ехал со скоростью 60 км/ч, а вторую половину времени — со скоростью 46 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.
- B14.** Найдите наименьшее значение функции
 $y = 2 \cos x - 11x + 7$
на отрезке $[-\pi; 0]$.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

С1. Решите уравнение

$$\frac{(\operatorname{tg} x + \sqrt{3}) \log_{13}(2 \sin^2 x)}{\log_{31}(\sqrt{2} \cos x)} = 0.$$

С2. В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ с вершиной S сторона основания равна 4. Точка L — середина ребра SC . Тангенс угла между прямыми BL и SA равен $2\sqrt{\frac{2}{17}}$. Найдите площадь поверхности пирамиды.

С3. Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 2^x + 3 \cdot 2^{-x} \leq 4, \\ \frac{2x^2 - 8x}{x - 7} \leq x. \end{cases}$$

С4. Окружность с центром O вписана в угол, равный 60° . Окружность большего радиуса с центром O_1 также вписана в этот угол и проходит через точку O .

- а) Докажите, что радиус второй окружности вдвое больше радиуса первой.
б) Найдите длину общей хорды этих окружностей, если известно, что радиус первой окружности равен $2\sqrt{3}$.

- C5.** Найдите все значения параметра a , при каждом из которых неравенство $\left| \frac{x^2 + x - 2a}{x + a} - 1 \right| \leq 2$ не имеет решений на интервале $(1; 2)$.
- C6.** Решите в целых числах уравнение $3^n + 8 = x^2$.

ОТВЕТЫ

Вариант 1

B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7
9	0,8	96	200	9	0,8	2

B8	B9	B10	B11	B12	B13	B14
3	18	0,5	312	8	7	28

C1	a) $2 \pm \sqrt{6}$; б) $2 - \sqrt{6}$
C2	$\arctg \frac{4\sqrt{2}}{3}$
C3	2
C4	$4\sqrt{2}$
C5	$k = 1 - \frac{\sqrt{17}}{2}$ или $k > \frac{-\sqrt{3}}{4}$
C6	2011, 3015

Вариант 2

B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7
34	5	2,25	420	-1	119	-0,4

B8	B9	B10	B11	B12	B13	B14
4	60	0,97	175	5,5	30	28

C1	$(-1)^{n+1} \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}; -\frac{17\pi}{6}, -\frac{13\pi}{6}$
C2	192
C3	$(-4; -3) \cup (-1; 3)$
C4	$\frac{\sqrt{5}}{6}$
C5	$a = 2$
C6	$a = 273$

Вариант 3

B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7
7	30	5	6740	2	36	-5

B8	B9	B10	B11	B12	B13	B14
0,5	6	0,98	2	13,75	21	9

C1	a) $\frac{\pi}{2} + \pi k; \frac{\pi}{4} + 2\pi k; \frac{3\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z};$ б) $\frac{5\pi}{2}; \frac{11\pi}{4}; \frac{7\pi}{2}$
C2	2
C3	$[2; +\infty)$
C4	3
C5	$(-\infty; 0]; (2 + \sqrt{2}; +\infty)$
C6	Да

Вариант 4

B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7
13	4	5	754600	7	28	21

B8	B9	B10	B11	B12	B13	B14
-0,5	6	0,2	864	1,6	120	-18

C1	a) $2\pi n, \pm \arccos \frac{1}{7} + 2\pi m, n, m \in \mathbb{Z};$ б) $0, \pm \arccos \frac{1}{7}$
C2	2
C3	(1; 3)
C4	$2 \pm \frac{4}{3}\sqrt{2}$
C5	$-\frac{1}{12} < a < 0$ или $0 < a < \frac{1}{12}$
C6	503

Вариант 5

B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7
7	9	21	1330	-20	60	9

B8	B9	B10	B11	B12	B13	B14
2	15	0,25	192	0,81	10	181

C1	a) $1 \pm \sqrt{3}$; б) $1 - \sqrt{3}$
C2	$\frac{\sqrt{5}}{5}$
C3	(5; 7); (7; 8)
C4	$\frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3} + 1}, \frac{2a}{\sqrt{3} + 1}$ или $\frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3} - 1}, \frac{2a}{\sqrt{3} - 1}$
C5	$-2 \leq k < \sqrt{2} - 2$ или $\sqrt{2} - 2 < k \leq 0$
C6	а) нет, б) да (225, 3375, 225), в) 479

Вариант 6

B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7
54	8	20	786	1,5	120	535

B8	B9	B10	B11	B12	B13	B14
3	3	0,4	84	37	30	28

C1	a) $2\pi n, \pm \arccos \frac{1}{6} + 2\pi m, n, m \in \mathbb{Z};$ б) $-2\pi - \arccos \frac{1}{6}, -2\pi + \arccos \frac{1}{6}$
C2	$\frac{12}{7}$
C3	3
C4	$\sqrt{\frac{13}{3}}$ или $\sqrt{\frac{19}{3}}$
C5	$-\frac{9}{4} < a < 2$
C6	51

Вариант 7

B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7
12615	4500	10,5	1020	1,5	120	20

B8	B9	B10	B11	B12	B13	B14
2	45	0,9964	54	400	40	1

C1	a) $\pm \arccos \frac{2}{5} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; б) $-2\pi - \arccos \frac{2}{5}$, $-2\pi + \arccos \frac{2}{5}$
C2	1,2
C3	(-2; -1] \cup (1; 2)
C4	$\sqrt{35} \pm \sqrt{15}$
C5	$a = -2$
C6	а) нет, б) нет, в) да

Вариант 8

B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7
23	11	9	387000	6	11	2

B8	B9	B10	B11	B12	B13	B14
7	9	0,375	343	1000	40	9

C1	a) $2 \pm \sqrt{5}$; б) $2 - \sqrt{5}$
C2	0,5
C3	3
C4	19
C5	$\frac{1}{2} < k < \frac{2 + \sqrt{2}}{2}$ или $k > \frac{2 + \sqrt{2}}{2}$
C6	64 и 6084

Вариант 9

B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7
2	3500	10,5	168000	-1	3	12

B8	B9	B10	B11	B12	B13	B14
3	0,7	0,96	20	400	10	-1

C1	$\pi - \operatorname{arcctg} \frac{4}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
C2	$2\sqrt{7}$
C3	-1,5
C4	$a \sqrt{1 \pm \frac{r}{R}}$
C5	$\left(\frac{1}{3}; +\infty \right)$
C6	3

Вариант 10

B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7
26	6	2	786	16	99	2

B8	B9	B10	B11	B12	B13	B14
10	126	0,375	4	25	53	9

C1	$-\frac{\pi}{3} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$
C2	80
C3	$0; (1; \log_2 3)$
C4	$3\sqrt{5}$
C5	$\left(-\infty; -\frac{1}{5}\right]; [8; +\infty)$
C6	$n = 0, x = 3$ или $n = 0, x = -3$

■ Единый государственный экзамен

■ **Бланк
ответов № 2**



Лист:

Код
группы

Фамилия, имя, отчество

Номер варианта

Порядок выполнения заданий устанавливается полем из БЛАНКА РЕГИСТРАЦИИ.
Отвечая на задания теста, пишите аккуратно и разборчиво, соблюдая расположение страницы.
Не забудьте указать номер задания, на которое Вы отважаете, например, С1.
Условия задания переписывать не нужно.

ВНИМАНИЕ! Данный бланк использовать только совместно с двумя другими бланками из данного листа.

■ При недостатке места для ответа используйте обратную сторону бланка. ■

РЕШЕНИЕ ЗАДАНИЙ

Вариант 3

Часть 2

С1. а) Решите уравнение

$$(49^{\cos x})^{\sin x} = 7^{\sqrt{2} \cos x}.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$.

Решение.

а) Преобразуем уравнение:

$$7^{2 \cos x \sin x} = 7^{\sqrt{2} \cos x};$$

$$2 \sin x \cos x = \sqrt{2} \cos x;$$

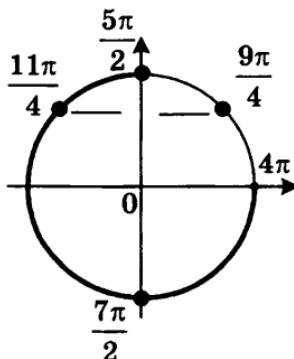
$$\cos x (2 \sin x - \sqrt{2}) = 0;$$

$$\cos x = 0 \text{ или } \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Следовательно, $x = \frac{\pi}{2} + \pi k$, $x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k$ или

$$x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi k, \text{ где } k \in \mathbb{Z}.$$

б) С помощью единичной окружности отберем корни на отрезке $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$.



Получаем: $\frac{5\pi}{2}, \frac{11\pi}{4}, \frac{7\pi}{2}$.

Ответ: а) $x = \frac{\pi}{2} + \pi k, x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k, x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi k,$
 $k \in \mathbb{Z}.$

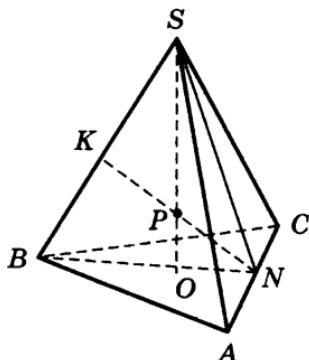
б) $\frac{5\pi}{2}, \frac{11\pi}{4}, \frac{7\pi}{2}.$

- C2.** В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с вершиной S , все рёбра которой равны 4, точка N — середина ребра AC , точка O — центр основания пирамиды, точка P делит отрезок SO в отношении $3:1$, считая от вершины пирамиды. Найдите расстояние от точки B до прямой NP .

Решение:

Точка O принадлежит отрезку BN , значит точка P , лежащая на отрезке SO , находится в

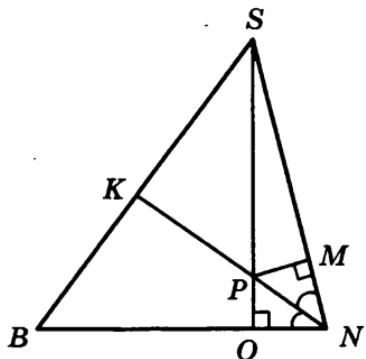
плоскости SBN . Поэтому прямая PN содержитя в плоскости SBN и пересекает SB в точке K .



$\triangle SNB$ равнобедренный, поскольку отрезки SN и BN — медианы одинаковых равносторонних треугольников SAC и BAC . Поэтому $SN = BN$. В точке O пересекаются медианы основания, значит, $ON = \frac{1}{3}BN = \frac{1}{3}SN$.

Опустим перпендикуляр из точки P на сторону SN . Пусть он пересекает SN в точке M . Треугольники SPM и SNQ подобны, поэтому $\frac{SP}{PM} = \frac{SN}{ON} = 3$.

Значит, $PM = \frac{1}{3}SP = PO$. Следовательно треугольники NPO и NPM равны и PN — биссектриса угла SNB . В равнобедренном треугольнике биссектриса является медианой и высотой. Значит, $NK \perp BS$ и поэтому расстояние от точки B до прямой PN равно $BK = \frac{1}{2}BS = 2$.



Ответ: 2.

С3. Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 7^{x-1} + 7^x + 7^{x+1} > 171, \\ \log_3 \frac{1}{x} + \log_3 (x^2 + 3x - 9) \leq \log_3 \left(x^2 + 3x + \frac{1}{x} - 10 \right). \end{cases}$$

Решение.

Из первого неравенства получаем:

$$7^{x-1} (1 + 7 + 49) > 171;$$

$$7^{x-1} > 3;$$

$$x - 1 > \log_7 3;$$

$$x > 1 + \log_7 3.$$

Решим второе неравенство. Сделаем замену $a = \frac{1}{x}$, $b = x^2 + 3x - 9$. Неравенство принимает вид

$$\log_3 a + \log_3 b \leq \log_3 (a + b - 1);$$

$$\begin{cases} \log_3 ab \leq \log_3 (a + b - 1), \\ a > 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} ab \leq a + b - 1, \\ a > 0, \\ b > 0. \end{cases}$$

В первом из полученных неравенств перенесем все члены в левую часть и разложим её на множители: $(a - 1)(b - 1) \leq 0$.

Сделаем обратную замену:

$$\begin{cases} \left(\frac{1}{x} - 1\right)(x^2 + 3x - 10) \leq 0, \\ \frac{1}{x} > 0, \\ x^2 + 3x - 9 > 0; \\ b > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x - 1)(x^2 + 3x - 10) \geq 0, \\ x > 0, \\ x^2 + 3x - 9 > 0; \end{cases}$$

Из неравенства $x > 1 + \log_7 3$ следует, что $x > 1$.

Учитывая это, перейдем к системе

$$\begin{cases} x^2 + 3x - 10 \geq 0, \\ x^2 + 3x - 9 > 0. \end{cases}$$

Второе неравенство можно отбросить, поскольку оно выполняется, если выполняется первое. Получаем:

$$x^2 + 3x - 10 \geq 0.$$

Решение: $x \leq -5$ или $x \geq 2$.

Учитывая условие $x > 1 + \log_7 3$, получаем: $x \geq 2$.

Ответ: $[2; +\infty)$.

C4. Две окружности касаются внутренним образом. Третья окружность касается первых двух и их линии центров.

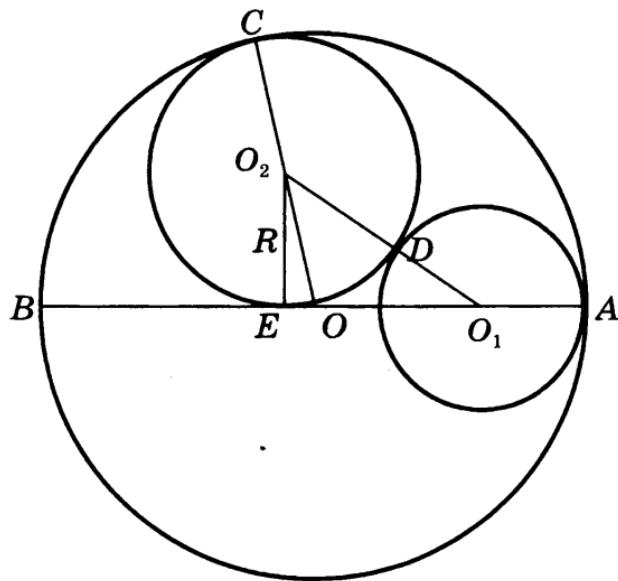
- Докажите, что периметр треугольника с вершинами в центрах трёх окружностей равен диаметру наибольшей из этих окружностей.
- Найдите радиус третьей окружности, если известно, что радиусы первых двух равны 6 и 2.

Решение:

а) Пусть AB — диаметр большей из трёх окружностей, O — её центр, O_1 — центр окружности радиуса r , касающейся окружности с диаметром AB в точке A , O_2 — центр окружности радиуса R , касающейся окружности с диаметром AB в точке C , окружности с центром O_1 — в точке D , отрезка AB — в точке E .

Точки O , O_2 и C лежат на одной прямой, поэтому $OO_2 = OC - O_2C = OC - R$. Аналогично $OO_1 = OA - O_1A = OA - r$ и $O_1O_2 = O_1D + O_2D = r + R$. Следовательно, периметр треугольника OO_1O_2 равен

$$\begin{aligned} OO_1 + OO_2 + O_1O_2 &= \\ &= OA - r + OC - R + r + R = \\ &= OA + OC = 2OA = AB. \end{aligned}$$



б) Пусть $OA = 6$, $r = 2$. Тогда

$$O_2E = R, O_1O_2 = 2 + R,$$

$$OO_1 = OA - O_1A = 6 - 2 = 4,$$

$$OO_2 = OC - O_2C = 6 - R.$$

Из прямоугольных треугольников O_1O_2E и OO_2E находим, что

$$O_1E = \sqrt{O_1O_2^2 - O_2E^2} = \sqrt{(2 + R)^2 - R^2} = \sqrt{4 + 4R},$$

$$OE = \sqrt{OO_2^2 - O_2E^2} = \sqrt{(6 - R)^2 - R^2} = \sqrt{36 - 12R},$$

а так как $O_1E = OO_1 + OE$, то

$$\sqrt{4 + 4R} = 4 + \sqrt{36 - 12R}.$$

Из этого уравнения находим, что $R = 3$ (это значит, что диаметр искомой окружности равен радиусу наибольшей из трёх окружностей, то есть точка E совпадает с O).

Ответ: 3.

C5. Найдите все a , при каждом из которых уравнение

$$\sin|\arctg x| + a \cos\left(\frac{\arctg x}{2}\right) = \frac{a|x|}{\sqrt{1+x^2}}$$

имеет хотя бы одно решение.

Решение:

Воспользуемся равенством $\sin(\arctg x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$

и преобразуем правую часть уравнения:

$$\frac{a|x|}{\sqrt{1+x^2}} = a|\sin(\arctg x)| = a \sin|\arctg x|.$$

Ввиду чётности косинуса

$$a \cos\left(\frac{\arctg x}{2}\right) = a \cos\left(\frac{1}{2}|\arctg x|\right).$$

Таким образом, уравнение принимает вид

$$\sin|\arctg x| + a \cos\left(\frac{1}{2}|\arctg x|\right) = a \sin|\arctg x|.$$

Введём переменную $t = \frac{1}{2}|\arctg x|$; заметим, что

$0 \leq t < \frac{\pi}{4}$. Преобразуем уравнение:

$$\sin 2t + a \cos t = a \sin 2t;$$

$$2(1-a) \cos t \sin t + a \cos t = 0;$$

$$\cos t(2(1-a) \sin t + a) = 0.$$

Так как $0 \leq t < \frac{\pi}{4}$, $\cos t \neq 0$. Разделим обе части на $\cos t$:

$$2(1-a) \sin t + a = 0; \quad \sin t = \frac{a}{2(a-1)}.$$

Это уравнение имеет решения на промежутке $\left[0; \frac{\pi}{4}\right)$, если и только если

$$0 \leq \frac{a}{2(a-1)} < \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Таким образом, нужно решить систему неравенств

$$\begin{cases} \frac{a}{a-1} \geq 0, \\ \frac{a}{a-1} < \sqrt{2}. \end{cases}$$

Решение первого неравенства: $a \leq 0$ или $a > 1$.

Решение второго неравенства:

$$a < 1 \text{ или } a > 2 + \sqrt{2}.$$

Получаем решение системы:

$$a \leq 0, \quad a > 2 + \sqrt{2}.$$

Ответ: $(-\infty; 0]; (2 + \sqrt{2}; +\infty)$.

- С6.** Найдутся ли хотя бы три десятизначных числа, делящихся на 11, в записи каждого из которых использованы все цифры от 0 до 9?

Решение:

Число делится на 11 тогда и только тогда, когда разность между суммами его цифр, стоящих на нечётных и на чётных местах, делится на 11.

Запишем все цифры подряд: 9876543210. В написанном числе указанная разность сумм равна 5. Меняя местами, например, 5 и 8, мы одну сумму увеличиваем на 3, а другую уменьшаем на 3. Значит, разность между суммами его цифр, стоящих на нечётных и на чётных местах, становится равной 11. Меняя местами, например, 4 и 7, или 3 и 6, получаем требуемые примеры.

Примечание. В задаче не требуется нахождение всех чисел, обладающих указанным свойством.

Ответ: Да.

■ Единый государственный экзамен

■ **Бланк
ответов № 2**

Логотип	Код предмета	Название предмета	Номер варианта

Перед ведением очно-заочного уроконо-вих впишите погоду из БЛАНКА РЕГИСТРАЦИИ.
Отвечая на задания теста, пишите аккуратно и разборчиво, соблюдая расположение страницы.
Не забудьте указать номер задания, на которое Вы отвечаете, например С1.
Условия задания переписывать не нужно.

ВНИМАНИЕ! Данный бланк использовать только совместно с двумя другими бланками из данного листа.

■ При недостатке места для ответа используйте обратную сторону бланка. ■

Справочное издание

**Высоцкий И.Р., Захаров П.И., Панферов В.С.,
Посицельский С.Е., Семенов А.В., Семенова М.А.,
Сергеев И.Н., Смирнов В.А., Шестаков С.А.,
Шноль Д.Э., Ященко И.В.**

ЕГЭ МАТЕМАТИКА ТИПОВЫЕ ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

Издательство «ЭКЗАМЕН»

Гигиенический сертификат
№ РОСС RU. AE51. Н 16466 от 25.03.2013 г.

Главный редактор *Л.Д. Лаппо*

Редактор *И.М. Бокова*

Технический редактор *Л.В. Павлова*

Корректор *Л.К. Корнилова*

Дизайн обложки *Л.В. Демьянова*

Компьютерная верстка *А.П. Юскова, Е.Ю. Лысова*

107045, Москва, Луков пер., д. 8.

www.examen.biz

E-mail: по общим вопросам: info@examen.biz;

по вопросам реализации: sale@examen.biz

тел./факс 641-00-30 (многоканальный)

Общероссийский классификатор продукции
ОК 005-93, том 2; 953005 — книги, брошюры, литература учебная

Отпечатано по технологии CtP
в ООО «Полиграфический комплекс «ЛЕНИЗДАТ»
194044, Санкт-Петербург, ул. Менделеевская, д. 9
Телефон / факс: (812) 495-56-10.

**По вопросам реализации обращаться по тел.:
641-00-30 (многоканальный).**