



К НОВОЙ ОФИЦИАЛЬНОЙ
ДЕМОНСТРАЦИОННОЙ ВЕРСИИ ЕГЭ

ПОД РЕДАКЦИЕЙ А.Л. СЕМЕНОВА, И.В. ЯЩЕНКО

МАТЕМАТИКА

с теорией вероятностей и статистикой

ЕГЭ

СОЗДАНО РАЗРАБОТЧИКАМИ ЕГЭ

2014

ТИПОВЫЕ ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

10 вариантов заданий

Ответы и решения

Критерии оценок

Бланки ответов

ЕДИНЫЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН

Под редакцией А.Л. Семенова, И.В. Ященко

МАТЕМАТИКА

ТИПОВЫЕ ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

10 вариантов заданий

Ответы и решения

Критерии оценок

Бланки ответов

***Издательство
«ЭКЗАМЕН»***

**МОСКВА
2014**

УДК 372.8:51
ББК 74.262.21
Е33

Е33 ЕГЭ 2014. Математика. Типовые тестовые задания / И.Р. Высоцкий, П.И. Захаров, В.С. Панферов, С.Е. Посицельский, А.В. Семенов, М.А. Семенова, И.Н. Сергеев, В.А. Смирнов, С.А. Шестаков, Д.Э. Шноль, И.В. Ященко; под ред. А.Л. Семенова, И.В. Ященко. — М. : Издательство «Экзамен», 2014. — 55, [1] с. (Серия «ЕГЭ. Типовые тестовые задания»)

ISBN 978-5-377-07028-3

Типовые тестовые задания по математике содержат 10 вариантов комплектов заданий, составленных с учетом всех особенностей и требований Единого государственного экзамена в 2014 году. Назначение пособия — предоставить читателям информацию о структуре и содержании контрольных измерительных материалов 2014 г. по математике, степени трудности заданий.

В состав авторского коллектива входят специалисты, имеющие большой опыт работы в школе и вузе и принимающие участие в разработке тестовых заданий для ЕГЭ.

В сборнике даны ответы на все варианты тестов и приводятся решения всех заданий одного из вариантов. Кроме того, приведены образцы бланков, используемых на ЕГЭ для записи ответов и решений.

Пособие может быть использовано учителями для подготовки учащихся к экзамену по математике в форме ЕГЭ, а также старшеклассниками и абитуриентами — для самоподготовки и самоконтроля.

Приказом № 729 Министерства образования и науки Российской Федерации учебные пособия издательства «Экзамен» допущены к использованию в общеобразовательных учреждениях.

УДК 372.8:51
ББК 74.262.21

Подписано в печать 22.07.2013. Формат 60×90/8. Гарнитура «Школьная».
Бумага газетная. Уч.-изд. л. 2,45. Усл. печ. л. 7. Тираж 32 000 экз. Заказ 1635.

ISBN 978-5-377-07028-3

© Высоцкий И.Р., Захаров П.И., Панферов В.С.,
Посицельский С.Е., Семенов А.В., Семенова М.А.,
Сергеев И.Н., Смирнов В.А., Шестаков С.А.,
Шноль Д.Э., Ященко И.В., 2014
© Издательство «**ЭКЗАМЕН**», 2014

СОДЕРЖАНИЕ

Инструкция по выполнению работы	5
Вариант 1	6
Часть 1	6
Часть 2	9
Вариант 2	10
Часть 1	10
Часть 2	13
Вариант 3	14
Часть 1	14
Часть 2	17
Вариант 4	18
Часть 1	18
Часть 2	21
Вариант 5	22
Часть 1	22
Часть 2	24
Вариант 6	26
Часть 1	26
Часть 2	29
Вариант 7	30
Часть 1	30
Часть 2	33
Вариант 8	34
Часть 1	34
Часть 2	37
Вариант 9	38
Часть 1	38
Часть 2	40
Вариант 10	42
Часть 1	42
Часть 2	45

Ответы	46
Вариант 1.....	46
Вариант 2.....	46
Вариант 3.....	46
Вариант 4.....	47
Вариант 5.....	47
Вариант 6.....	47
Вариант 7.....	48
Вариант 8.....	48
Вариант 9.....	48
Вариант 10	49
Решение заданий.....	50
Вариант 7.....	50
Часть 2	50

Инструкция по выполнению работы

На выполнение экзаменационной работы по математике даётся 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 20 заданий.

Часть 1 содержит 14 заданий с кратким ответом (B1–B14) базового уровня по материалу курса математики. Ответом является целое число или конечная десятичная дробь.

Часть 2 содержит 6 более сложных заданий (C1–C6) по материалу курса математики. При их выполнении надо записать полное решение и ответ.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручки.

При выполнении заданий Вы можете пользоваться черновиком. Обращаем Ваше внимание, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Советуем выполнять задания в том порядке, в котором они даны. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

ВАРИАНТ 1

Часть 1

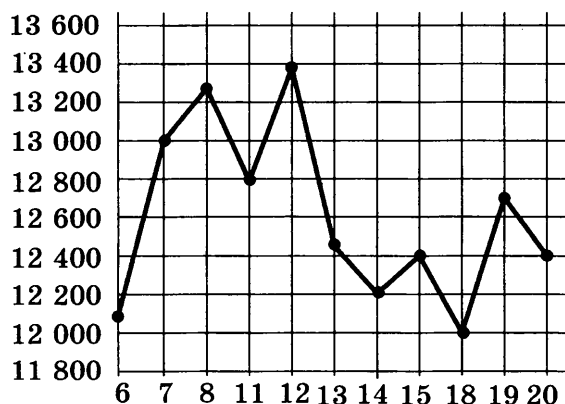
Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

В1

- В1. Пакет молока стоит 40 рублей. Пенсионерам магазин делает скидку 15%. Сколько рублей заплатит пенсионер за пакет молока?

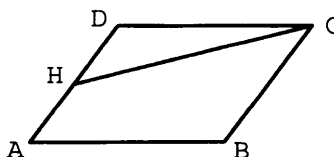
В2

- В2. На рисунке жирными точками показана цена тонны никеля на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 6 по 20 мая 2009 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена тонны никеля в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку разность между наибольшей и наименьшей ценой никеля на момент закрытия торгов в указанный период (в долларах США за тонну).



В3

- В3. Площадь параллелограмма $ABCD$ равна 3. Точка H — середина стороны AD . Найдите площадь трапеции $AHCB$.



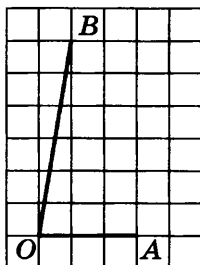
- В4.** В таблице даны тарифы на услуги трёх фирм такси. Предполагается поездка длительностью 70 минут. Нужно выбрать фирму, в которой заказ будет стоить дешевле всего. Сколько рублей будет стоить этот заказ?

Фирма такси	Подача машины	Продолжительность и стоимость минимальной поездки*	Стоимость 1 минуты сверх продолжительности минимальной поездки
А	300 руб.	Нет	14 руб.
Б	Бесплатно	15 мин. — 225 руб.	17 руб.
В	120 руб.	20 мин. — 350 руб.	16 руб.

*Если поездка продолжается меньше указанного времени, она оплачивается по стоимости минимальной поездки.

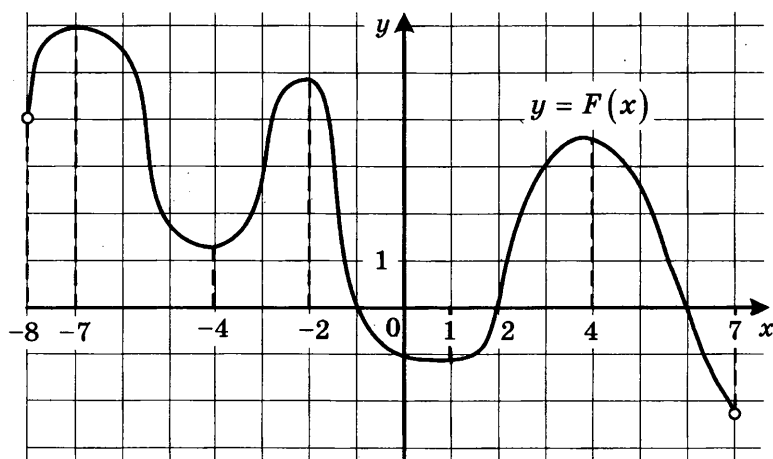
- В5.** Найдите корень уравнения $\sqrt{14 + 5x} = 7$.

- В6.** Найдите тангенс угла AOB , изображённого на клетчатой бумаге.



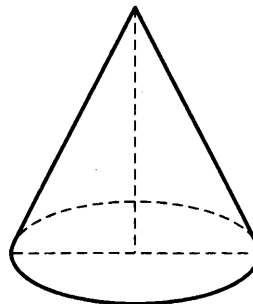
- В7.** Найдите $4 \cos 2\alpha$, если $\sin \alpha = -0,5$.

- В8.** На рисунке изображён график $y = F(x)$ одной из первообразных некоторой функции $f(x)$, определённой на интервале $(-8; 7)$. Пользуясь рисунком, определите количество решений уравнения $f(x) = 0$ на отрезке $[-5; 5]$.



B9

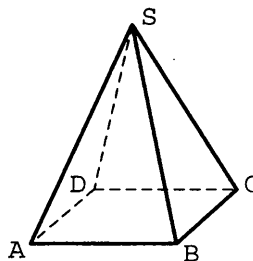
- B9.** Диаметр основания конуса равен 40, а длина образующей — 25. Найдите высоту конуса.

**B10**

- B10.** В случайном эксперименте бросают две игральные кости (кубика). Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 7 очков. Результат округлите до сотых.

B11

- B11.** В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ с основанием $ABCD$ боковое ребро SC равно 37, сторона основания равна $35\sqrt{2}$. Найдите объём пирамиды.

**B12**

- B12.** Зависимость температуры (в градусах Кельвина) от времени для нагревательного элемента некоторого прибора получена экспериментально: $T = T_0 + bt + at^2$, где t — время в минутах, $T_0 = 1450$ К, $a = -30$ К/мин², $b = 180$ К/мин. Известно, что при температуре нагревателя свыше 1600 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключить. Через сколько минут после начала работы нужно отключить прибор?

B13

- B13.** Первый сплав содержит 5% меди, второй — 13% меди. Масса второго сплава больше массы первого на 9 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 11% меди. Найдите массу третьего сплава. Ответ дайте в килограммах.

B14

- B14.** Найдите наименьшее значение функции $y = e^{2x} - 2e^x + 8$ на отрезке $[-2; 1]$.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

С1. а) Решите уравнение $2 \sin(\pi + x) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \sin x$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-5\pi; -4\pi]$.

С2. В правильной шестиугольной призме $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$, стороны основания которой равны 5, а боковые ребра равны 11, найдите расстояние от точки C до прямой $A_1 F_1$.

С3. Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \log_7^2(x^2 + 4x - 20) \leq x - 3, \\ \log_7^2(x^2 + 2x - 14) \leq 3 - x. \end{cases}$$

С4. Две окружности касаются внутренним образом. Третья окружность касается первых двух и их линии центров.

а) Докажите, что периметр треугольника с вершинами в центрах трёх окружностей равен диаметру наибольшей из этих окружностей.

б) Найдите радиус третьей окружности, если известно, что радиусы первых двух равны 3 и 2.

С5. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$8x^6 + 4x^2 = (3x + 5a)^3 + 6x + 10a$$

не имеет корней.

С6. Найдите наименьшее и наибольшее натуральные значения n , при которых уравнение $(x^2 + y^2)^{2010} = x^n \cdot y^n$ имеет натуральные решения.

С1

С2

С3

С4

С5

С6

ВАРИАНТ 2

Часть 1

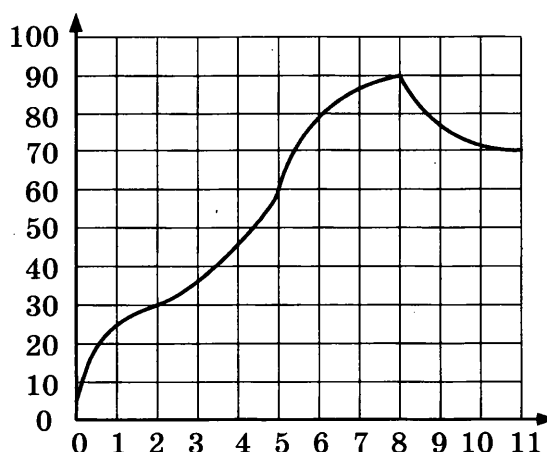
Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

В1

- В1. Павел Иванович купил американский автомобиль, спидометр которого показывает скорость в милях в час. Американская миля равна 1609 м. Какова скорость автомобиля в километрах в час, если спидометр показывает 61 милю в час? Ответ округлите до целого числа.

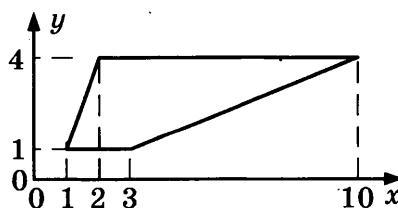
В2

- В2. На графике показан процесс разогрева двигателя легкового автомобиля. На оси абсцисс откладывается время в минутах, прошедшее с момента запуска двигателя, на оси ординат — температура двигателя в градусах Цельсия. Определите по графику, до скольких градусов Цельсия нагрелся двигатель за первые 2 минуты.



В3

- В3. Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке.



- B4.** Автомобильный журнал определяет рейтинг автомобилей на основе показателей безопасности S , комфорта C , функциональности F , качества Q и дизайна D . Каждый отдельный показатель оценивается по 5-балльной шкале. Рейтинг R вычисляется по формуле

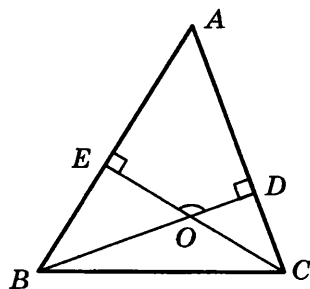
$$R = \frac{3S + 2C + 2F + 2Q + D}{50}$$

В таблице даны оценки каждого показателя для трёх моделей автомобилей. Определите наивысший рейтинг представленных в таблице моделей автомобилей.

Модель автомобиля	Безопасность	Комфорт	Функциональность	Качество	Дизайн
А	5	4	3	5	3
Б	4	2	2	1	5
В	5	4	2	4	2

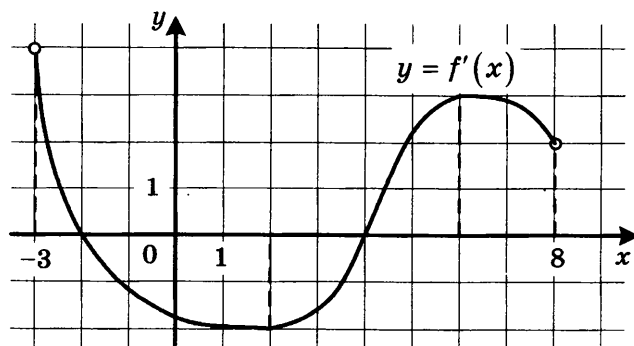
- B5.** Найдите корень уравнения $\log_4(x+7) = 2$.

- B6.** В треугольнике ABC угол A равен 56° , углы B и C — острые, высоты BD и CE пересекаются в точке O . Найдите угол DOE . Ответ дайте в градусах.



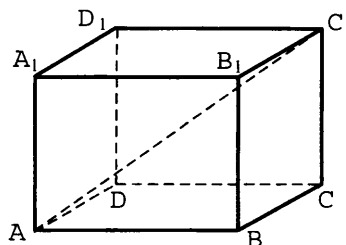
- B7.** Найдите значение выражения $\frac{\log_8 14}{\log_{64} 14}$.

- B8.** На рисунке изображён график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-3; 8)$. Найдите точку минимума функции $f(x)$.



B9

- B9.** В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известно, что $BB_1 = 16$, $A_1 B_1 = 2$, $A_1 D_1 = 8$. Найдите длину диагонали AC_1 .

**B10**

- B10.** В среднем из 2000 садовых насосов, поступивших в продажу, 2 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.

B11

- B11.** В цилиндрическом сосуде уровень жидкости достигает 98 см. На какой высоте будет находиться уровень жидкости, если её перелить во второй цилиндрический сосуд, диаметр которого в 7 раз больше диаметра первого? Ответ выразите в сантиметрах.

B12

- B12.** Ёмкость высоковольтного конденсатора в телевизоре $C = 3 \cdot 10^{-6}$ Ф. Параллельно с конденсатором подключён резистор с сопротивлением $R = 5 \cdot 10^6$ Ом. Во время работы телевизора напряжение на конденсаторе $U_0 = 9$ кВ. После выключения телевизора напряжение на конденсаторе убывает до значения U (кВ) за время, определяемое выражением $t = \alpha RC \log_2 \frac{U_0}{U}$ (с), где $\alpha = 1,1$ — постоянная. Определите наибольшее возможное напряжение на конденсаторе, если после выключения телевизора прошло не менее 33 секунд. Ответ дайте в кВ (киловольтах).

B13

- B13.** Первый сплав содержит 5% меди, второй — 11% меди. Масса второго сплава больше массы первого на 4 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 10% меди. Найдите массу третьего сплава. Ответ дайте в килограммах.

B14

- B14.** Найдите наименьшее значение функции $y = e^{2x} - 5e^x - 2$ на отрезке $[-2; 1]$.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

- С1. Решите уравнение $6 \sin^2 x + 7 \cos x - 7 = 0$ и найдите корни, принадлежащие отрезку $[-3\pi; -\pi]$.

С1

- С2. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известны длины ребер: $AA_1 = 5$, $AB = 12$, $AD = 8$. Найдите тангенс угла между плоскостью ABC и плоскостью, проходящей через точку B перпендикулярно прямой AK , если K — середина ребра $C_1 D_1$.

С2

- С3. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} \log_{x-3}(x^2 - 12x + 36) \leq 0, \\ 9^{x-2} - 37 \cdot 3^{x-3} + 30 \leq 0. \end{cases}$$

С3

- С4. На катетах AC и BC прямоугольного треугольника ABC вне треугольника построены квадраты $ACDE$ и $BFKC$. Точка M — середина гипотенузы AB , H — точка пересечения прямых CM и DK .

С4

а) Докажите, что $CM \perp DK$.

б) Найдите MH , если известно, что катеты треугольника ABC равны 130 и 312.

- С5. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $|10 \cdot 0,2^{1-x} - a| - |5^x + 2a| = 0,04^{-x}$ имеет ровно два неотрицательных решения.

С5

- С6. Найдите все такие целые a и b , что корни уравнения

$$x^2 + (2a + 9)x + 3b + 5 = 0$$

являются различными целыми числами, а коэффициенты $2a + 9$ и $3b + 5$ — простыми числами.

С6

ВАРИАНТ 3

Часть 1

Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

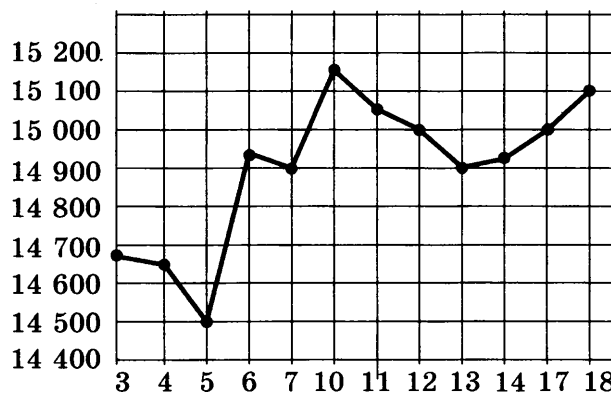
В1

- В1.** Для приготовления яблочного варенья на 1 кг яблок нужно 1,2 кг сахара. Сколько килограммовых упаковок сахара нужно купить, чтобы сварить варенье из 26 кг яблок?

В2

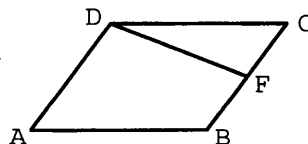
- В2.** На рисунке жирными точками показана цена олова на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 3 по 18 сентября 2007 года.

По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена тонны олова в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа цена олова на момент закрытия торгов была наименьшей за данный период.



В3

- В3.** Площадь параллелограмма $ABCD$ равна 92. Точка F — середина стороны BC . Найдите площадь трапеции $ADFB$.



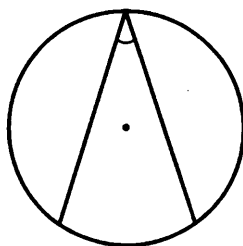
В4. Телефонная компания предоставляет на выбор три тарифных плана.

Тарифный план	Абонентская плата (в месяц)	Плата за 1 минуту разговора
«Повременный»	Нет	0,35 руб.
«Комбинированный»	140 руб. за 350 мин.	0,3 руб. (сверх 350 мин. в месяц)
«Безлимитный»	200 руб.	—

Абонент выбрал самый дешёвый тарифный план исходя из предположения, что общая длительность телефонных разговоров составляет 700 минут в месяц. Какую сумму он должен заплатить за месяц, если общая длительность разговоров в этом месяце действительно будет равна 700 минутам? Ответ дайте в рублях.

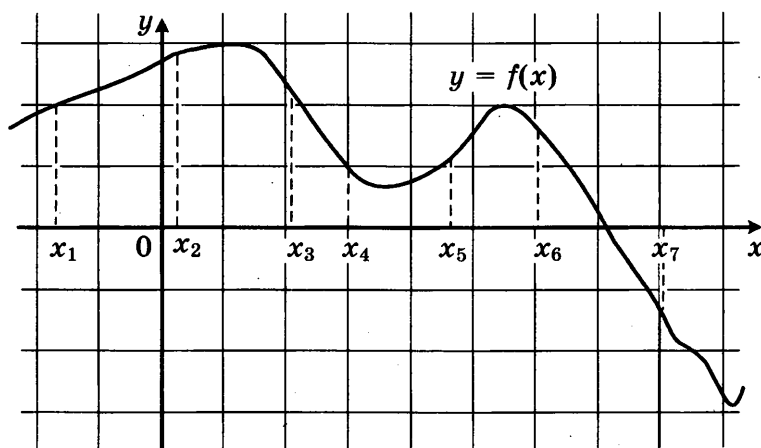
В5. Найдите корень уравнения $\sqrt{2x + 31} = 9$.

В6. Найдите вписанный угол, опирающийся на дугу, равную $\frac{1}{5}$ окружности. Ответ дайте в градусах.



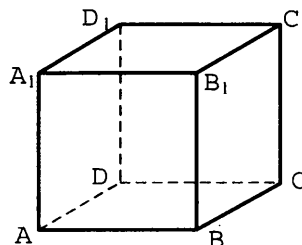
В7. Найдите $16 \cos 2\alpha$, если $\cos \alpha = 0,5$.

В8. На рисунке изображён график дифференцируемой функции $y = f(x)$ и отмечены семь точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7$. В скольких из этих точек производная функции $f(x)$ положительна.



B9

- B9.** В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известны длины рёбер: $AB = 15$, $AD = 8$, $AA_1 = 21$. Найдите площадь сечения, проходящего через вершины B , B_1 и D .

**B10**

- B10.** В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что решка выпадет ровно один раз.

B11

- B11.** В цилиндрическом сосуде уровень жидкости достигает 64 см. На какой высоте будет находиться уровень жидкости, если её перелить во второй цилиндрический сосуд, диаметр которого в 4 раза больше диаметра первого? Ответ выразите в сантиметрах.

B12

- B12.** Ёмкость высоковольтного конденсатора в телевизоре $C = 4 \cdot 10^{-6}$ Ф. Параллельно с конденсатором подключён резистор с сопротивлением $R = 2 \cdot 10^6$ Ом. Во время работы телевизора напряжение на конденсаторе $U_0 = 22$ кВ. После выключения телевизора напряжение на конденсаторе убывает до значения U (кВ) за время, определяемое выражением $t = \alpha RC \log_2 \frac{U_0}{U}$ (с), где $\alpha = 1,7$ — постоянная. Определите наибольшее возможное напряжение на конденсаторе, если после выключения телевизора прошло не менее 27,2 секунды. Ответ дайте в кВ (киловольтах).

B13

- B13.** В сосуд, содержащий 10 литров 24-процентного водного раствора некоторого вещества, добавили 5 литров воды. Сколько процентов составит концентрация получившегося раствора?

B14

- B14.** Найдите наибольшее значение функции $y = 11 \cdot \ln(x + 4) - 11x - 5$ на отрезке $[-3, 5; 0]$.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

- С1. а) Решите уравнение $\sqrt{2} \cos^2 x = \sin \left(x - \frac{\pi}{2} \right)$.
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{3\pi}{2}; -\pi \right]$.
- С2. Дана правильная четырёхугольная пирамида $MABCD$, все рёбра основания которой равны 7. Угол между прямыми DM и AL , где L — середина ребра MB , равен 60° . Найдите высоту данной пирамиды.
- С3. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} 3^{(2x-1)^2 + |2x-1|} \cdot 4^{-|2x-1|} \leq 1, \\ |2x-2| < 18x^2 - 13x + 2. \end{cases}$$
- С4. На окружности радиуса 20 с центром в вершине C треугольника ABC взята точка P . Известно, что $AB = 25$, $AC = 15$, $BC = 20$, а треугольники APC и BPC равновелики. Найдите расстояние от точки P до прямой AB , если известно, что оно меньше 25.
- С5. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых множеством решений неравенства $\left| \frac{4x^2 - 12x + 3a}{3a - 4x} - 3 \right| \leq 2$ является отрезок $[0; 2]$.
- С6. Все целые числа от 1 до 73 выписали в ряд так, что каждое число, начиная со второго, является делителем суммы всех предыдущих чисел.
а) может ли на последнем месте стоять число 5?
б) какие числа могут быть на последнем месте?
в) какие числа могут быть на третьем месте?

С1

С2

С3

С4

С5

С6

ВАРИАНТ 4

Часть 1

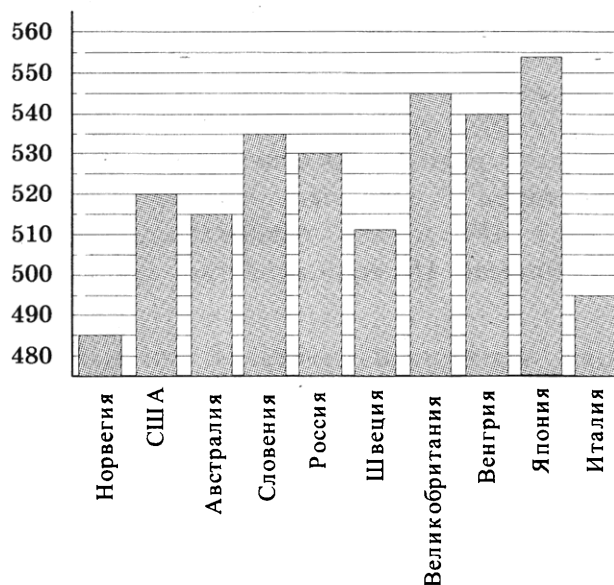
Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

В1

- В1. Поезд Екатеринбург—Москва отправляется в 7 : 23, а прибывает в 9 : 23 на следующий день (время московское). Сколько часов поезд находится в пути?

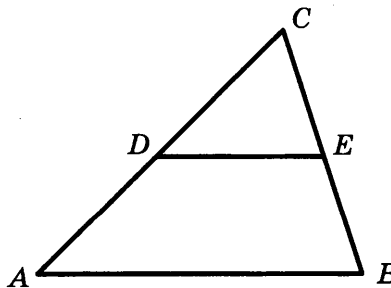
В2

- В2. На диаграмме показан средний балл участников 10 стран в тестировании учащихся 8-го класса по естествознанию в 2007 году (по 1000-балльной шкале). Среди указанных стран второе место принадлежит Великобритании. Определите, какое место занимает Россия.



В3

- В3. DE — средняя линия треугольника ABC , параллельная стороне AB . Периметр треугольника CDE равен 6. Найдите периметр треугольника ABC .

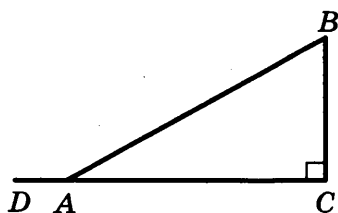


- В4.** Для изготовления книжных полок требуется заказать 40 одинаковых стекол в одной из трех фирм. Площадь каждого стекла равна $0,15 \text{ м}^2$. В таблице приведены цены на стекло и на резку стекол. Сколько рублей нужно заплатить за самый выгодный заказ?

Фирма	Стоимость стекла (руб. за 1 м^2)	Резка стекла (руб. за одно стекло)
А	100	20
Б	90	25
В	170	Бесплатно

- В5.** Найдите корень уравнения $\log_{\frac{1}{7}}(x + 7) = -2$.

- В6.** В треугольнике ABC угол C равен 90° , угол B равен 60° . Найдите синус угла BAD .

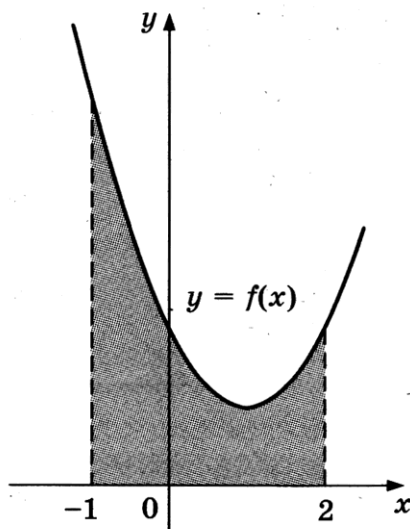


- В7.** Найдите значение выражения $\frac{9 \sin 132^\circ}{\sin 228^\circ}$.

- В8.** На рисунке изображен график некоторой функции $y = f(x)$. Одна из первообразных этой функции равна

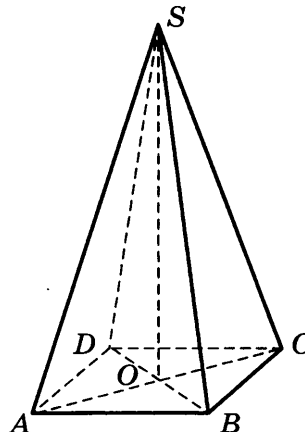
$$F(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + 2x - 5.$$

Найдите площадь заштрихованной фигуры.



B9

- B9.** В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$ точка O — центр основания, S — вершина, $SA = 13$, $BD = 10$. Найдите длину отрезка SO .

**B10**

- B10.** В фирме такси в данный момент свободно 10 машин: 5 черных, 1 желтая и 4 зеленых. По вызову выехала одна из машин, случайно оказавшаяся ближе всего к заказчику. Найдите вероятность того, что к нему приедет желтое такси.

B11

- B11.** Бетонный шар весит 0,5 т. Сколько тонн будет весить шар вдвое большего радиуса, сделанный из такого же бетона?

B12

- B12.** Коэффициент полезного действия (КПД) некоторого двигателя определяется формулой $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\%$, где T_1 — температура нагревателя (в градусах Кельвина), T_2 — температура холодильника (в градусах Кельвина). При какой температуре нагревателя T_1 КПД двигателя будет 45%, если температура холодильника $T_2 = 275$ К? Ответ выразите в градусах Кельвина.

B13

- B13.** Смешав 70%-й и 60%-й растворы кислоты и добавив 2 кг чистой воды, получили 50%-й раствор кислоты. Если бы вместо 2 кг воды добавили 2 кг 90%-го раствора той же кислоты, то получили бы 70%-й раствор кислоты. Сколько килограммов 70%-го раствора использовали для получения смеси?

B14

- B14.** Найдите наибольшее значение функции $y = \ln(x + 5)^5 - 5x$ на отрезке $[-4, 5; 0]$.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

С1. а) Решите уравнение $7 \sin^2 x + 4 \sin x \cos x - 3 \cos^2 x = 0$.

б) Укажите корни, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right]$.

С2. Диаметр окружности основания цилиндра равен 26, образующая цилиндра равна 21. Плоскость пересекает его основания по хордам длины 24 и 10. Найдите угол между этой плоскостью и плоскостью основания цилиндра.

С3. Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 2^x + 3 \cdot 2^{-x} \leq 4, \\ \frac{2x^2 - 8x}{x - 7} \leq x. \end{cases}$$

С4. На катетах AC и BC прямоугольного треугольника ABC вне треугольника построены квадраты $ACDE$ и $BFKC$. Точка M — середина гипотенузы AB , H — точка пересечения прямых CM и DK .

а) Докажите, что $CM \perp DK$.

б) Найдите MH , если известно, что катеты треугольника ABC равны 30 и 40.

С5. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$a^2 + 7|x + 1| + 5\sqrt{x^2 + 2x + 5} = 2a + 3|x - 4a + 1|$$

имеет хотя бы один корень.

С6. Имеется 8 карточек. На них записывают по одному каждое из чисел $-1, 2, 4, -6, 7, -8, -10, 12$. Карточки переворачивают и перемешивают. На их чистых сторонах заново пишут по одному каждое из чисел $-1, 2, 4, -6, 7, -8, -10, 12$. После этого числа на каждой карточке складывают, а полученные восемь сумм перемножают.

а) Может ли в результате получиться 0?

б) Может ли в результате получиться 1?

в) Какое наименьшее целое неотрицательное число может в результате получиться?

ВАРИАНТ 5

Часть 1

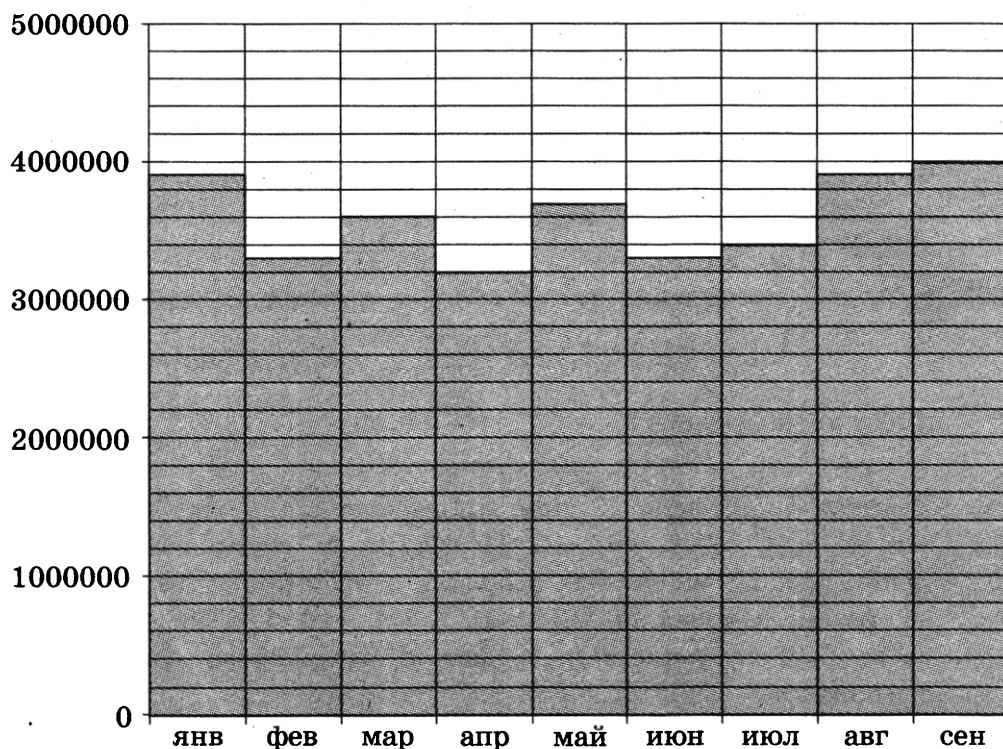
Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

В1

- В1.** Школа закупает книги по цене 70 рублей за штуку. При покупке на сумму больше 500 рублей магазин дает скидку 10%. Сколько рублей будет стоить покупка 23 книг?

В2

- В2.** На диаграмме показано число запросов со словом КИНО, сделанных на некотором поисковом сайте во все месяцы с января по сентябрь 2010 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — число запросов за данный месяц. Определите по диаграмме наибольшее месячное число запросов со словом КИНО в указанный период.



В3

- В3.** Периметр параллелограмма равен 50. Меньшая сторона равна 12. Найдите большую сторону параллелограмма.

- В4.** В трех салонах сотовой связи один и тот же телефон продается в кредит на разных условиях. Условия даны в таблице.

Салон	Цена телефона	Первоначальный взнос (в процентах от цены)	Срок кредита (мес.)	Сумма ежемесячного платежа
Эпсилон	22 000	25	6	3760
Дельта	24 900	30	6	3520
Омикрон	26 900	20	12	1900

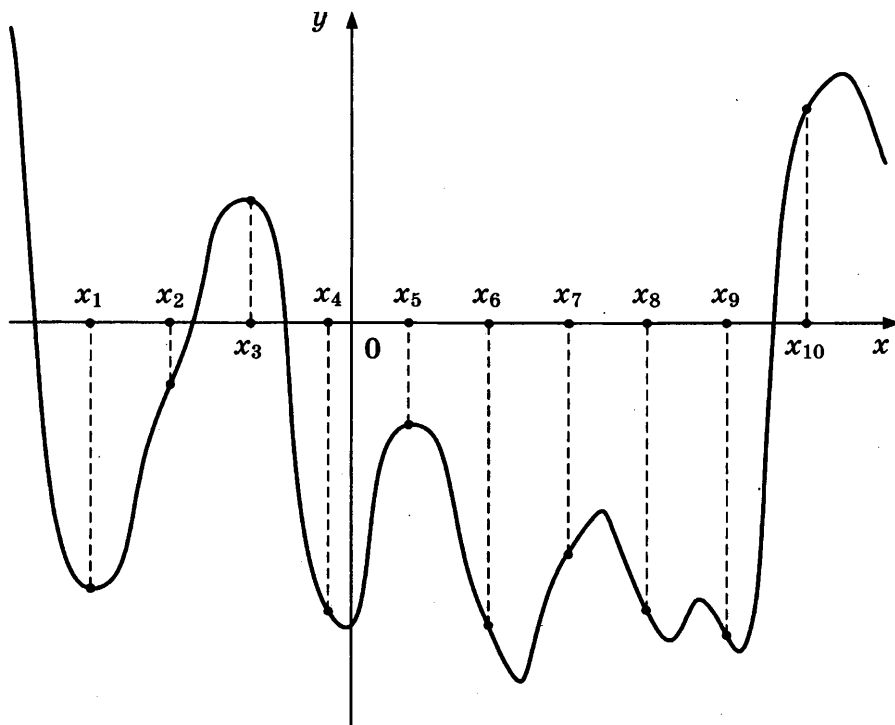
Определите, в каком из салонов покупка обойдется дешевле всего (с учетом переплаты) и в ответ напишите эту наименьшую сумму в рублях.

- В5.** Решите уравнение $\sqrt{x+4} = 7$.

- В6.** В прямоугольном треугольнике высота, проведенная к гипотенузе, делит прямой угол на два угла, один из которых равен 56° . Найдите меньший угол данного треугольника. Ответ дайте в градусах.

- В7.** Найдите значение выражения $\log_6 126 - \log_6 3,5$.

- В8.** На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и десять точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{10}$. В скольких из этих точек производная функции $f(x)$ отрицательна?



B9

B9. Высота основания правильной треугольной пирамиды равна 9, а высота боковой грани пирамиды, проведенная к ребру основания, равна $\sqrt{73}$. Найдите боковое ребро пирамиды.

B10

B10. В классе 7 мальчиков и 14 девочек. 1 сентября случайным образом определяют двух дежурных на 2 сентября, которые должны приготовить класс к занятиям. Найдите вероятность того, что будут дежурить два мальчика.

B11

B11. Объем цилиндра равен 24 см^3 . Радиус основания цилиндра уменьшили в 2 раза, а образующую увеличили в 5 раз. Найдите объем получившегося цилиндра. Ответ дайте в см^3 .

B12

B12. Для одного из предприятий-монополистов зависимость объема спроса на продукцию q (единиц в месяц) от ее цены p (тыс. руб.) задается формулой: $q = 100 - 10p$. Определите максимальный уровень цены p (в тыс. руб.), при котором значение выручки предприятия за месяц $r = q \cdot p$ составит не менее 210 тыс. руб.

B13

B13. Первая труба наполняет бак объемом 600 литров, а вторая труба — бак объемом 900 литров. Известно, что одна из труб пропускает в минуту на 3 л воды больше, чем другая. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если баки были наполнены за одно и то же время?

B14

B14. Найдите наименьшее значение функции $y = 11 \tan x - 11x + 16$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1

C1. а) Решите уравнение $2 \cdot 9^{x^2 - 4x + 1} + 42 \cdot 6^{x^2 - 4x} - 15 \cdot 4^{x^2 - 4x + 1} = 0$.
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-1; 3]$.

C2

C2. Ребро AD пирамиды $DABC$ перпендикулярно плоскости основания ABC . Найдите расстояние от вершины A до плоскости, проходящей через середины ребер AB , AC и AD , если $AD = 2\sqrt{5}$, $AB = AC = 10$, $BC = 4\sqrt{5}$.

С3. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} 4^{x+1} - 17 \cdot 2^x + 4 \leq 0, \\ \log_{|x|}^2(x^2) + \log_2(x^2) \leq 8. \end{cases}$$

С3

С4. Точки B_1 и C_1 лежат на сторонах соответственно AC и AB треугольника ABC , причём $AB_1 : B_1C = AC_1 : C_1B$. Прямые BB_1 и CC_1 пересекаются в точке O .

С4

а) Докажите, что прямая AO делит пополам сторону BC .

б) Найдите отношение площади четырёхугольника AB_1OC_1 к площади треугольника ABC , если известно, что $AB_1 : B_1C = AC_1 : C_1B = 1 : 3$.

С5. Найдите все значения параметра k , при каждом из которых уравнение
$$\frac{2 - (4 - 4k) \sin t}{\cos t - 4 \sin t} = 1$$
 имеет хотя бы одно решение на отрезке

С5

$$\left[-3\pi; -\frac{5\pi}{2} \right].$$

С6. Квадратный трехчлен $f(x) = x^2 + px + q$ имеет два различных целых корня. Один из корней трехчлена и его значение в точке $x = 11$ являются простыми числами. Найдите корни трехчлена.

С6

ВАРИАНТ 6

Часть 1

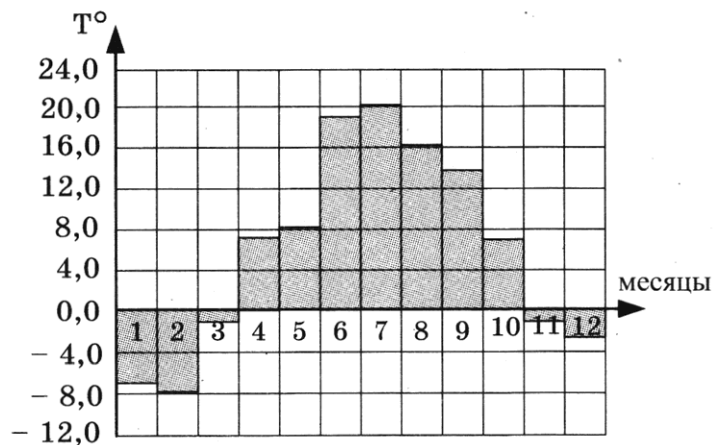
Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

В1

- В1. В книге Елены Молоховец «Подарок молодым хозяйкам» имеется рецепт пирога с черносливом. Для пирога на 6 человек следует взять 2,5 фунта чернослива, $\frac{1}{4}$ фунта миндаля и $\frac{1}{3}$ фунта сливочного масла. Сколько граммов чернослива следует взять для пирога, рассчитанного на 9 человек? Считайте, что 1 фунт равен 0,4 кг.

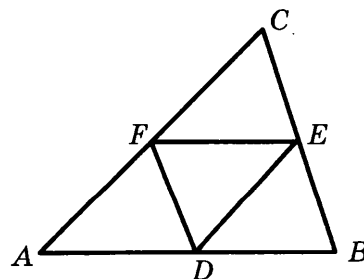
В2

- В2. На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Санкт-Петербурге за каждый месяц 1999 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, сколько месяцев второго полугодия 1999 года средняя температура была ниже 14°C .



В3

- В3. Периметр треугольника ABC равен 10. Найдите периметр треугольника FDE , вершинами которого являются середины сторон треугольника ABC .

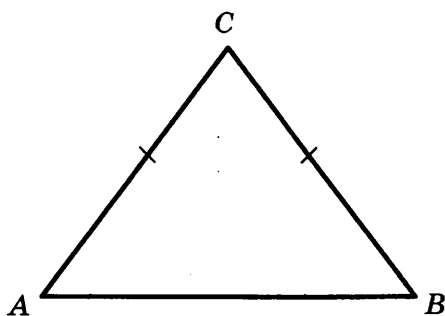


- В4.** Для изготовления книжных полок требуется заказать 60 одинаковых стекол в одной из трех фирм. Площадь каждого стекла равна $0,15 \text{ м}^2$. В таблице приведены цены на стекло и на резку стекол. Сколько рублей нужно заплатить за самый выгодный заказ?

Фирма	Стоимость стекла (руб. за 1 м^2)	Резка стекла (руб. за одно стекло)
А	90	15
Б	80	20
В	140	Бесплатно

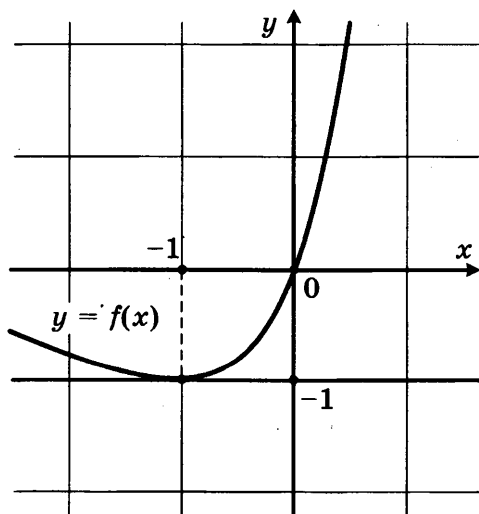
- В5.** Найдите корень уравнения $\log_5(x - 4) = 2$.

- В6.** В треугольнике ABC $AC = BC = 5$, $\sin A = \frac{4}{5}$. Найдите AB .



- В7.** Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{18} + \sqrt{162} - 5\sqrt{8}}{\sqrt{2}}$.

- В8.** На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к этому графику, проведенная в точке с абсциссой -1 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке $x_0 = -1$.



B9

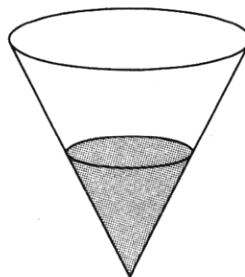
B9. В правильной четырёхугольной призме $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известно, что $BC = 3\sqrt{2}$, $CC_1 = 6$. Найдите угол между AC_1 и плоскостью ABC . Ответ дайте в градусах.

B10

B10. В среднем из каждых 50 поступивших в продажу аккумуляторов 48 аккумуляторов заряжены. Найдите вероятность того, что купленный аккумулятор не заряжен.

B11

B11. В сосуд, имеющий форму конуса, налили 50 мл жидкости до половины высоты сосуда (см. рис.) Сколько миллилитров жидкости нужно долить в сосуд, чтобы заполнить его доверху?

**B12**

B12. При температуре 0°C рельс имеет длину $l_0 = 25$ метров, а зазор между соседними рельсами равен 12 мм. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина будет меняться по закону $l(t) = l_0(1 + \alpha \cdot t)$, где $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (^\circ\text{C})^{-1}$ — коэффициент теплового расширения, t — температура (в градусах Цельсия). При какой температуре зазор между рельсами исчезнет? (Ответ выразите в градусах Цельсия.)

B13

B13. Первая труба наполняет бак объемом 570 литров, а вторая труба — бак объемом 530 литров. Известно, что одна из труб пропускает в минуту на 4 л воды больше, чем другая. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если баки были наполнены за одно и то же время?

B14

B14. Найдите наименьшее значение функции $y = 8 \operatorname{tg} x - 8x - 2\pi + 5$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

С1. а) Решите уравнение $(16^{\sin x})^{\cos x} = \left(\frac{1}{4}\right)^{\sqrt{3} \sin x}$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$.

С2. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с вершиной S , все рёбра которой равны 2, точка M — середина ребра AB , точка O — центр основания пирамиды, точка F делит отрезок SO в отношении 3:1, считая от вершины пирамиды. Найдите угол между плоскостью MBF и плоскостью ABC .

С3. Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 9^{x-3} - 9^{x-2} + 9^{x-1} > 511, \\ \log_7 \frac{3}{x} + \log_7 (x^2 - 7x + 11) \leq \log_7 \left(x^2 - 7x + \frac{3}{x} + 10\right). \end{cases}$$

С4. Окружность с центром O вписана в угол, равный 60° . Окружность большего радиуса с центром O_1 также вписана в этот угол и проходит через точку O .

а) Докажите, что радиус второй окружности вдвое больше радиуса первой.

б) Найдите длину общей хорды этих окружностей, если известно, что радиус первой окружности равен $2\sqrt{15}$.

С5. При каких a уравнение $|x^2 - 4x - 5| - 3a = |x - a| - 1$ имеет ровно три корня?

С6. При каком наибольшем n найдется n семизначных чисел, являющихся последовательными членами одной геометрической прогрессии?

ВАРИАНТ 7

Часть 1

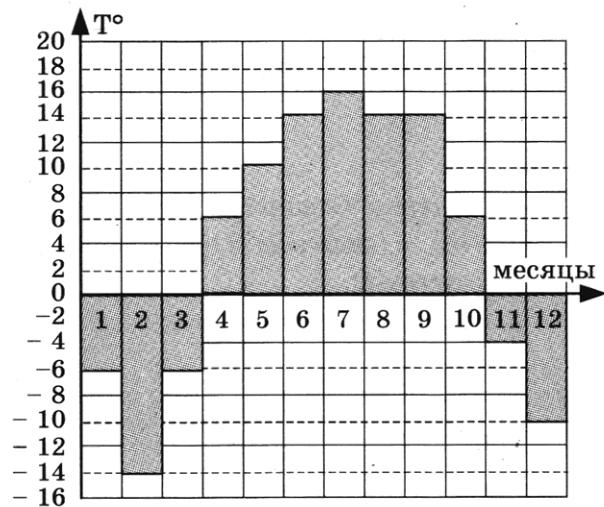
Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

В1

В2

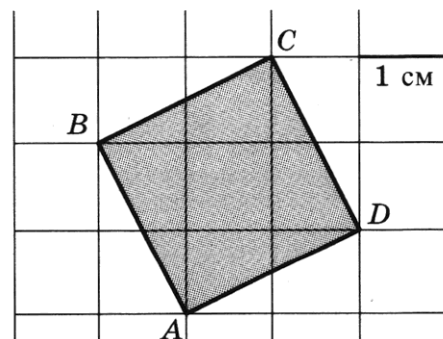
В1. Сырок стоит 5 руб. 40 коп. Какое наибольшее число сырков можно купить на 40 рублей?

В2. На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Нижнем Новгороде за каждый месяц 1994 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме разность между наибольшей и наименьшей среднемесячными температурами в 1994 году. Ответ дайте в градусах Цельсия.



В3

В3. Найдите площадь квадрата $ABCD$. Размер каждой клетки $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



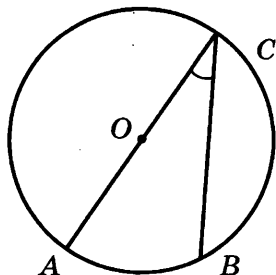
- B4.** В магазине одежды объявлена акция — если покупатель приобретает товар на сумму свыше 5000 руб., он получает скидку на следующую покупку в размере 10%. Если покупатель участвует в акции, он теряет право возвратить товар в магазин.

Покупатель В. хочет приобрести куртку ценой 4500 руб., рубашку ценой 800 руб. и кеды ценой 1600 руб. В каком случае В. заплатит за покупку меньше всего?

1. В. купит все три товара сразу.
 2. В. купит сначала куртку и рубашку, а потом кеды со скидкой.
 3. В. купит сначала куртку и кеды, а потом рубашку со скидкой.
- В ответ запишите сумму (в рублях), которую заплатит В. за покупку в этом случае.

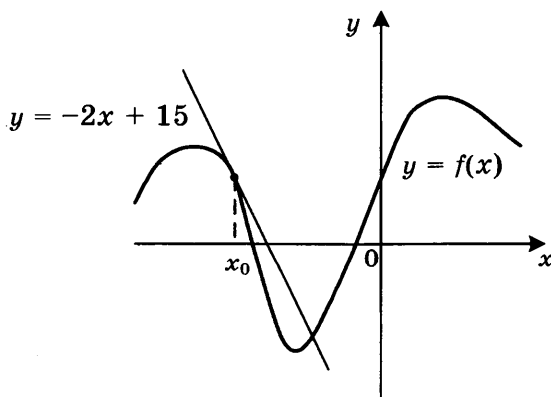
- B5.** Найдите корень уравнения $5^{4-x} = 25$.

- B6.** Найдите вписанный угол, опирающийся на дугу, которая составляет $\frac{2}{9}$ окружности. Ответ дайте в градусах.



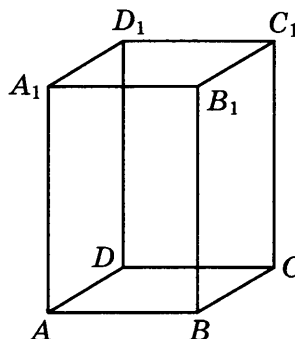
- B7.** Найдите значение выражения $\frac{5 \sin 61^\circ}{\sin 299^\circ}$.

- B8.** На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к этому графику, проведенная в точке x_0 . Уравнение касательной показано на рисунке. Найдите значение производной функции $y = -\frac{1}{4}f(x) + 5$ в точке x_0 .



B9

- B9.** Диагональ правильной четырехугольной призмы наклонена к плоскости основания под углом 30° . Боковое ребро равно 3. Найдите диагональ призмы.

**B10**

- B10.** В среднем на 150 карманных фонариков приходится три неисправных. Найдите вероятность купить работающий фонарик.

B11

- B11.** В цилиндрический сосуд, в котором находится 4 литра воды, опущена деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся в 1,5 раза. Чему равен объем детали? Ответ выразите в литрах.

B12

- B12.** В электросеть включён предохранитель, рассчитанный на силу тока 16 А. Определите, какое минимальное сопротивление должно быть у электроприбора, подключаемого к розетке в 220 вольт, чтобы сеть продолжала работать. Сила тока в цепи I связана с напряжением U соотношением $I = \frac{U}{R}$, где R — сопротивление электроприбора. (Ответ выразите в омах.)

B13

- B13.** Моторная лодка прошла против течения 24 км и вернулась обратно, затратив на обратный путь на 20 мин меньше, чем при движении против течения. Найдите скорость (в км/ч) лодки в неподвижной воде, если скорость течения равна 3 км/ч.

B14

- B14.** Найдите наименьшее значение функции $y = 5 \cos x - 6x + 4$ на отрезке $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

С1. а) Решите уравнение $(49^{\cos x})^{\sin x} = 7^{\sqrt{2} \cos x}$.

С1

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$.

С2. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с вершиной S , все рёбра которой равны 4, точка N — середина ребра AC , точка O — центр основания пирамиды, точка P делит отрезок SO в отношении 3:1, считая от вершины пирамиды. Найдите расстояние от точки B до прямой NP .

С2

С3. Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 7^{x-1} + 7^x + 7^{x+1} > 171, \\ \log_3 \frac{1}{x} + \log_3 (x^2 + 3x - 9) \leq \log_3 \left(x^2 + 3x + \frac{1}{x} - 10 \right). \end{cases}$$

С3

С4. Две окружности касаются внутренним образом. Третья окружность касается первых двух и их линии центров.

С4

а) Докажите, что периметр треугольника с вершинами в центрах трёх окружностей равен диаметру наибольшей из этих окружностей.

б) Найдите радиус третьей окружности, если известно, что радиусы первых двух равны 6 и 2.

С5. Найдите все a , при каждом из которых уравнение

С5

$$\sin |\arctg x| + a \cos \left(\frac{\arctg x}{2} \right) = \frac{a|x|}{\sqrt{1+x^2}}$$

имеет хотя бы одно решение.

С6. Найдутся ли хотя бы три десятизначных числа, делящихся на 11, в записи каждого из которых использованы все цифры от 0 до 9?

С6

ВАРИАНТ 8

Часть 1

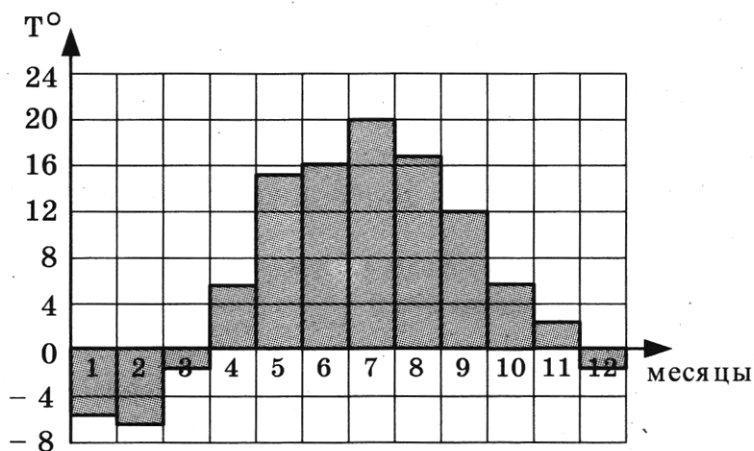
Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

В1

- В1.** Система навигации, встроенная в спинку самолетного кресла, информирует пассажира о том, что полет проходит на высоте 36 000 футов. Выразите высоту полета в метрах. Считайте, что 1 фут равен 30,5 см.

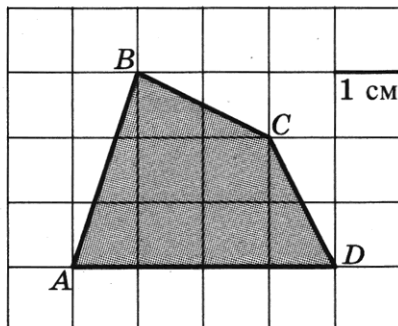
В2

- В2.** На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Минске за каждый месяц 2003 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, на сколько градусов Цельсия июль в среднем был теплее, чем июнь. Ответ дайте в градусах Цельсия.



В3

- В3.** Найдите площадь четырехугольника $ABCD$. Размер каждой клетки $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



- В4. Двое решают, как им обойдется дешевле доехать из Москвы в Санкт-Петербург — на поезде или в автомобиле. Билет на поезд стоит 540 рублей на одного человека. Автомобиль расходует 6 литров бензина на 100 километров пути, расстояние по шоссе равно 700 километрам, а цена бензина равна 18 рублям за литр. Сколько рублей придется заплатить за наиболее дешевую поездку на двоих?

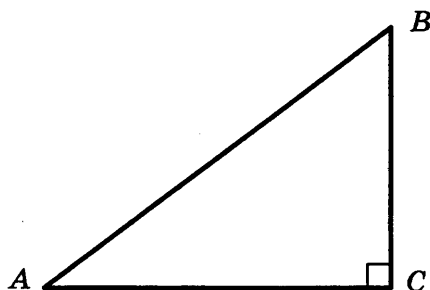
В4

- В5. Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{2}\right)^{14-5x} = 64$.

В5

- В6. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $\sin A = \frac{3}{5}$. Найдите $\cos B$.

В6

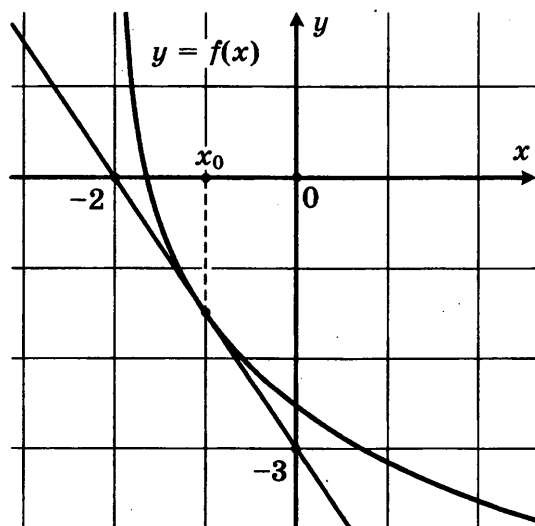


- В7. Найдите значение выражения $\sqrt{9-4\sqrt{5}} - \sqrt{5}$.

В7

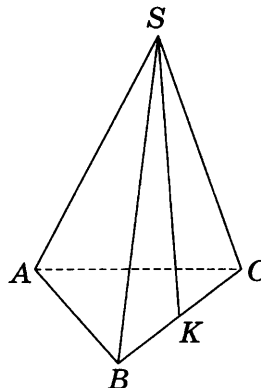
- В8. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к этому графику, проведенная в точке с абсциссой -1 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке $x_0 = -1$.

В8



B9

- B9.** В правильной треугольной пирамиде $SABC$ K — середина ребра BC , S — вершина. Известно, что $AB = 7$, а площадь боковой поверхности равна 168. Найдите длину отрезка SK .

**B10**

- B10.** В некоторой местности утро в июле может быть либо ясным, либо пасмурным. Наблюдения показали:
 Если июльское утро ясное, то вероятность дождя в этот день 0,1.
 Если июльское утро пасмурное, то вероятность дождя в течение дня равна 0,5.
 Вероятность того, что утро в июле будет пасмурным, равна 0,2.
 Найдите вероятность того, что в случайно взятый июльский день дождя не будет.

B11

- B11.** Объем конуса равен 6 см^3 . Чему равен объем цилиндра, который имеет такое же основание и такую же высоту, как и данный конус?

B12

- B12.** Для определения эффективной температуры звёзд используют закон Стефана — Больцмана, согласно которому мощность излучения нагретого тела прямо пропорциональна площади его поверхности и четвёртой степени температуры: $P = \sigma ST^4$, где $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8}$ — числовой коэффициент, площадь измеряется в квадратных метрах, температура — в градусах Кельвина, а мощность — в ваттах. Известно, что некоторая звезда имеет площадь $S = \frac{1}{256} \cdot 10^{11} \text{ м}^2$, а излучаемая ею мощность P равна $46,17 \cdot 10^{12}$, определите температуру этой звезды.

B13

- B13.** Два человека отправляются из одного и того же места на прогулку до опушки леса, находящейся в 4,3 км от места отправления. Один идет со скоростью 4 км/ч, а другой — со скоростью 4,6 км/ч. Дойдя до опушки, второй с той же скоростью возвращается обратно. На каком расстоянии от точки отправления произойдет их встреча? Ответ дайте в километрах.

B14

- B14.** Найдите наименьшее значение функции $y = (x - 7)e^{x-6}$ на отрезке $[5; 7]$.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

С1. а) Решите уравнение $15^{\cos x} = 3^{\cos x} \cdot (0,2)^{-\sin x}$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$.

С2. Основание прямой четырехугольной призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — прямоугольник $ABCD$, в котором $AB = 12$, $AD = \sqrt{31}$. Найдите косинус угла между плоскостью основания призмы и плоскостью, проходящей через середину ребра AD перпендикулярно прямой BD_1 , если расстояние между прямыми AC и $B_1 D_1$ равно 5.

С3. Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 25^x + 3 \cdot 10^x - 4 \cdot 4^x > 0, \\ \log_{1-\frac{x^2}{37}}(x^2 - 12|x| + 37) - \log_{1+\frac{x^2}{37}}(x^2 - 12|x| + 37) \geq 0. \end{cases}$$

С4. Около треугольника ABC описана окружность с центром O , угол AOC равен 60° . В треугольник ABC вписана окружность с центром M . Найдите угол AMC .

С5. При каких a уравнение $|x^2 + 4x - 5| - 3a = |x + a| - 1$ имеет ровно три корня?

С6. Можно ли привести пример пяти различных натуральных чисел, произведение которых равно 312 и

а) пять;

б) четыре;

в) три

из них образуют геометрическую прогрессию?

ВАРИАНТ 9

Часть 1

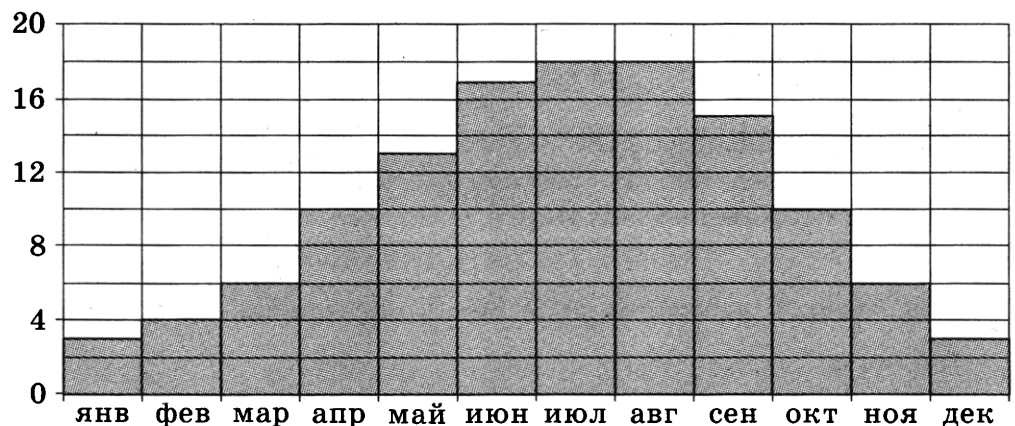
Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

В1

- В1. Школа закупает книги по цене 50 рублей за штуку. При покупке больше 10 штук магазин дает скидку 10%. Сколько книг можно купить на 1000 рублей?

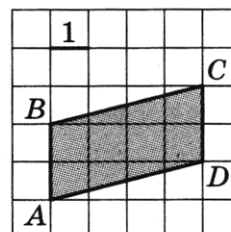
В2

- В2. На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Париже за каждый месяц 2009 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, сколько было месяцев в 2009 году, когда среднемесячная температура была равна 10 градусам Цельсия.



В3

- В3. Найдите площадь параллелограмма $ABCD$.



В4

- В4. Керамическая плитка одной и той же торговой марки выпускается трех разных размеров. Плитки упакованы в пачки. Пользуясь данными таблицы, определите, в каком случае цена одного квадратного метра плитки будет наименьшей. В ответ запишите найденную наименьшую цену квадратного метра в рублях.

Размер плитки (см)	Количество плиток в пачке	Цена пачки
20×30	20	612 р.
30×40	11	679 р. 80 к.
20×20	29	585 р. 80 к.

В5. Решите уравнение $\sqrt{7-x} = 4$.

В5

В6. Биссектриса угла A параллелограмма $ABCD$ пересекает сторону BC в точке K . Найдите периметр параллелограмма, если $BK = 7$, $CK = 8$.

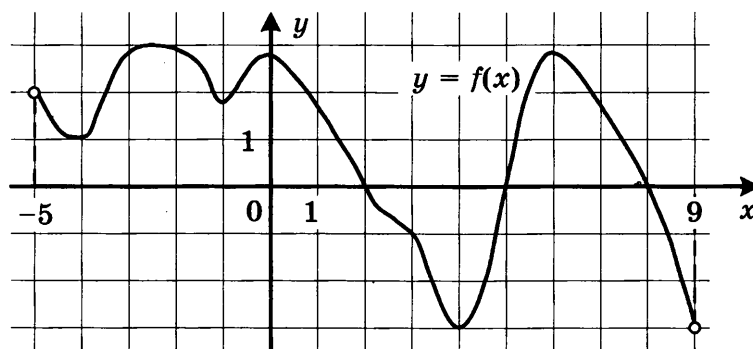
В6

В7. Вычислите $\log_5 135 - \log_5 5,4$.

В7

В8. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-5; 9)$. Найдите количество точек, в которых производная функции $f(x)$ равна 0.

В8



В9. Диагональ основания правильной четырехугольной пирамиды в два раза больше высоты боковой грани, проведенной к стороне основания пирамиды. Найдите угол между плоскостями несмежных боковых граней пирамиды. Ответ дайте в градусах.

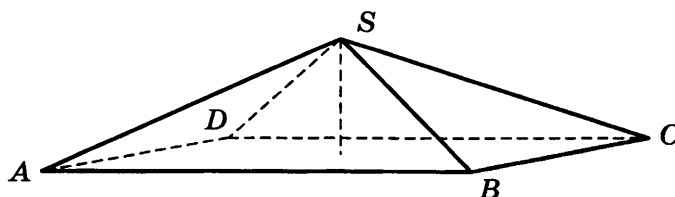
В9

В10. В сборнике билетов по биологии всего 25 билетов, в 12 из них встречается вопрос по круглым червям. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику попадет вопрос по круглым червям.

В10

В11. В правильной четырехугольной пирамиде высота равна 2, боковое ребро равно 8. Найдите ее объем.

В11



B12

B12. Высоту над землей подброшенного вверх камня можно вычислять по формуле $h(t) = 1,6 + 13t - 5t^2$, где t — время с момента броска в секундах, h — высота в метрах. Сколько секунд камень будет находиться на высоте более 6 метров?

B13

B13. Товарный поезд, идущий со скоростью 30 км/ч, проезжает мимо придорожного столба за 36 секунд. Определите длину поезда (в метрах).

B14

B14. Найдите наибольшее значение функции $y = 11x + \cos x + 10$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1

C1. Решите уравнение $3 \sin^2 x + 5 \sin x + 2 = 0$ и найдите корни, принадлежащие отрезку $\left[\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$.

C2

C2. Основанием прямой треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ является равнобедренный треугольник ABC , в котором $AB = BC = 20$, $AC = 32$. Боковое ребро призмы равно 24. Точка P принадлежит ребру BB_1 , причем $BP : PB_1 = 1 : 3$. Найдите тангенс угла между плоскостями $A_1B_1C_1$ и ACP .

C3

C3. Решите систему неравенств

$$\begin{cases} \log_{x^3 + 6x^2 + 12x + 8} (5 - x) \geq 0, \\ \frac{2}{x^2 - 4x} + \frac{1}{x^2 - 10x + 24} \leq 0. \end{cases}$$

C4

C4. На катетах AC и BC прямоугольного треугольника ABC вне треугольника построены квадраты $ACDE$ и $BFKC$. Точка M — середина гипотенузы AB , H — точка пересечения прямых CM и DK .

а) Докажите, что $CM \perp DK$.

б) Найдите MH , если известно, что катеты треугольника ABC равны 60 и 80.

- С5.** Найдите значения параметра a , для каждого из которых при любом значении параметра b имеет хотя бы одно решение система уравнений

$$\begin{cases} (1 + 3x^2)^a + (b^2 - 4b + 5)^b = 2, \\ x^2 y^2 + (b - 2)xy + a^2 + 2a = 3. \end{cases}$$

- С6.** Дана бесконечная арифметическая прогрессия, первый член которой равен 2014, а разность равна 13. Каждый член прогрессии заменили суммой его цифр. С полученной последовательностью поступили также и действовали так до тех пор, пока не получилась последовательность однозначных чисел.

- Найдите тысячное число получившейся последовательности.
- Найдите сумму первой тысячи чисел получившейся последовательности.
- Чему может равняться наибольшая сумма 1010 чисел получившейся последовательности, идущих подряд?

ВАРИАНТ 10

Часть 1

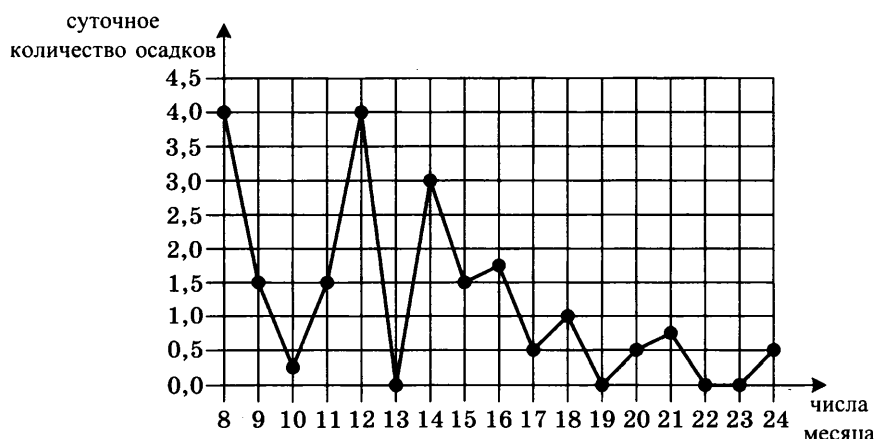
Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

В1

- В1.** В квартире, где проживает Дмитрий, установлен прибор учёта расхода холодной воды (счётчик). 1 июня счётчик показывал расход 178 куб.м воды, а 1 июля — 189 куб.м. Какую сумму должен заплатить Дмитрий за холодную воду за июнь, если цена за один куб.м холодной воды составляет 19 р. 60 коп.? Ответ дайте в рублях.

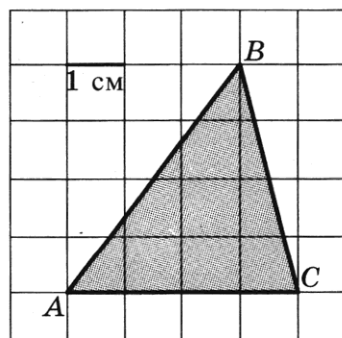
В2

- В2.** На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Томске с 8 по 24 января 2005 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней из данного периода осадков не было.



В3

- В3.** Найдите площадь треугольника ABC . Размер каждой клетки 1 см $\times$ 1 см. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



- B4.** Семья из трех человек планирует поехать из Санкт-Петербурга в Вологду. Можно ехать поездом, а можно — на своей машине. Билет на поезд на одного человека стоит 760 рублей. Автомобиль расходует 13 литров бензина на 100 километров пути, расстояние по шоссе равно 700 км, а цена бензина равна 17 рублей за литр. Сколько рублей придется заплатить за наиболее дешевую поездку на троих?

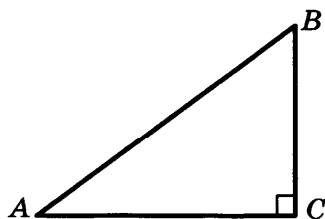
B4

- B5.** Найдите корень уравнения $\sqrt{4x + 5} = 5$.

B5

- B6.** В треугольнике ABC угол C равен 90° , $\cos A = \frac{4}{5}$. Найдите $\sin B$.

B6

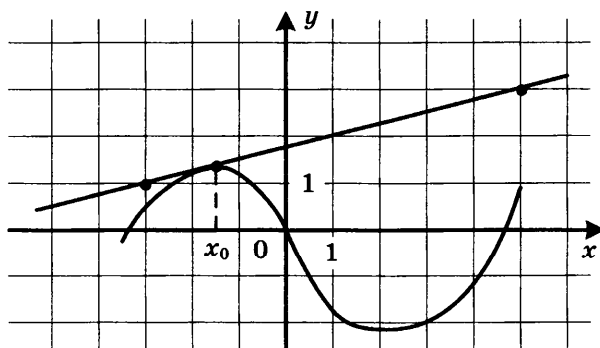


- B7.** Найдите значение выражения $7 \cdot 5^{\log_5 2}$.

B7

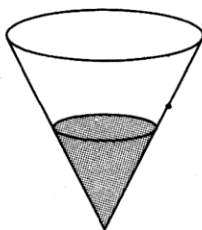
- B8.** На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .

B8



- B9.** В сосуд, имеющий форму конуса, налили 25 мл жидкости до половины высоты сосуда (см. рис.) Сколько миллилитров жидкости нужно долить в сосуд, чтобы заполнить его доверху?

B9

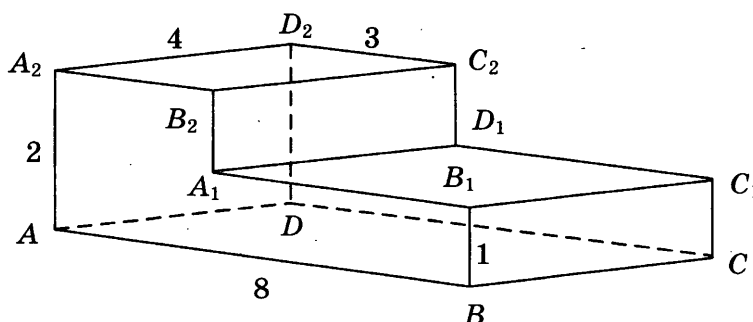


B10

B10. Монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что первые два броска закончатся одинаково.

B11

B11. Найдите расстояние между вершинами A и C_1 многогранника, изображенного на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые.

**B12**

B12. Масса радиоактивного вещества уменьшается по закону $m(t) = m_0 2^{-\frac{t}{T}}$. В лаборатории получили вещество, содержащее в начальный момент времени $m_0 = 12$ мг изотопа натрия-24, период полураспада которого равен $T = 15$ ч. В течение скольких часов содержание натрия-24 в веществе будет превосходить 3 мг?

B13

B13. Теплоход, скорость которого в неподвижной воде равна 20 км/ч, проходит по течению реки до пункта назначения и после стоянки возвращается в исходный пункт. Найдите расстояние, пройденное теплоходом за весь рейс, если скорость течения равна 4 км/ч, стоянка длится 3 часа, а в исходный пункт теплоход возвращается через 13 часов после отплытия из него. Ответ дайте в километрах.

B14

B14. Найдите наибольшее значение функции $y = 4x - 4 \operatorname{tg} x + \pi - 9$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1. а) Решите уравнение $19 \cdot 4^x - 5 \cdot 2^{x+2} + 1 = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-5; -4]$.

C1

C2. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$, все ребра которой равны 1, найдите косинус угла между прямыми AB_1 и BC_1 .

C2

C3. Решите систему неравенств

$$\begin{cases} \frac{2x^2 - 10x + 6}{x - 5} \leq x, \\ 1 + \log_6(4 - x) \leq \log_6(16 - x^2). \end{cases}$$

C3

C4. На сторонах AC и BC треугольника ABC вне треугольника построены квадраты $ACDE$ и $BFKC$. Точка M — середина стороны AB .

C4

а) Докажите, что $CM = \frac{1}{2} DK$.

б) Найдите расстояния от точки M до центров квадратов, если $AC = 6$, $BC = 10$ и $\angle ACB = 30^\circ$.

C5. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$a^2 + 11|x + 2| + 3\sqrt{x^2 + 4x + 13} = 5a + 2|x - 2a + 2|$$

имеет хотя бы один корень.

C5

C6. Решите уравнение $3^m + 4^n = 5^k$ в натуральных числах.

C6

ОТВЕТЫ

Вариант 1

B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11	B12	B13	B14
34	1400	2,25	1160	7	6	2	4	15	0,17	9800	1	18	7

C1	а) $\pi k; \frac{5\pi}{6} + 2\pi k; \frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$; б) $-5\pi; -4\pi$
C2	14
C3	3
C4	0,96
C5	$\left(-\infty; -\frac{9}{40}\right)$
C6	2011, 3015

Вариант 2

B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11	B12	B13	B14
98	30	15	0,84	9	124	2	4	18	0,999	2	2,25	6	-8,25

C1	$2\pi n, \pm \arccos \frac{1}{6} + 2\pi m, n, m \in \mathbb{Z}; -2\pi - \arccos \frac{1}{6}, -2\pi + \arccos \frac{1}{6}$
C2	2
C3	$[\log_3 30; 4)$
C4	289
C5	$-\frac{9}{4} < a \leq -2$
C6	$a = -3, b = -1$

Вариант 3

B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11	B12	B13	B14
32	5	69	200	25	36	-8	3	357	0,5	4	5,5	16	28

C1	а) $\pm \frac{\pi}{2} + 2\pi k; \pm \frac{3\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ б) $-\frac{3\pi}{2}; -\frac{5\pi}{4}$
C2	$\frac{7\sqrt{6}}{6}$
C3	$\left(\frac{11}{18}; \log_3 2\right]$
C4	7,2 или 12
C5	$\left(-\infty; -\frac{1}{3}\right)$
C6	а) нет, б) 1, 37, 73, в) все числа

Вариант 4

B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11	B12	B13	B14
26	5	12	1020	42	0,5	-9	6	12	0,1	4	500	3	20

C1	a) $\left\{ \left((-1)^n \frac{\pi}{4} + \pi n; \frac{\pi}{2} + \pi k \right) \mid n, k \in \mathbb{Z} \right\}$; б) $\frac{3\pi}{2}; \frac{9\pi}{4}; \frac{5\pi}{2}$
C2	$\arctg 3$ или $\arctg \frac{21}{17}$
C3	$0; (1; \log_2 3)$
C4	49
C5	$[7 - \sqrt{39}; 7 + \sqrt{39}]; [-5 - \sqrt{15}; -5 + \sqrt{15}]$
C6	а) нет; б) нет; в) 16

Вариант 5

B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11	B12	B13	B14
1449	4000000	13	28060	45	34	2	4	10	0,1	30	7	9	16

C1	а) $2 \pm \sqrt{2}$; б) $2 - \sqrt{2}$
C2	2
C3	$[-2; -1); (-1; 0); (0; 1); (1; 2]$
C4	1:10
C5	$0,5 \leq k < 1 + \frac{\sqrt{17}}{2}$ или $k > 1 + \frac{\sqrt{17}}{2}$
C6	$x_1 = 12, x_2 = 13$

Вариант 6

B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11	B12	B13	B14
1500	4	5	1260	29	6	2	0	45	0,04	350	40	53	-3

C1	а) $\pi k; \pm \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$; б) $2\pi; \frac{17\pi}{6}; 3\pi; \frac{19\pi}{6}$
C2	$\arctg \frac{\sqrt{2}}{2}$
C3	$[5; +\infty)$
C4	15
C5	$0; \frac{49}{16}$
C6	11

Вариант 7

B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11	B12	B13	B14
7	30	5	6740	2	40	-5	0,5	6	0,98	2	13,75	21	9

C1	а) $\frac{\pi}{2} + \pi k$; $\frac{\pi}{4} + 2\pi k$; $\frac{3\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$; б) $\frac{5\pi}{2}$; $\frac{11\pi}{4}$; $\frac{7\pi}{2}$
C2	2
C3	$[2; +\infty)$
C4	3
C5	$(-\infty; 0]$; $(2 + \sqrt{2}; +\infty)$
C6	Да

Вариант 8

B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11	B12	B13	B14
10980	4	7,5	756	4	0,6	-2	-1,5	16	0,82	18	1200	4	-1

C1	а) $\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$; б) $-\frac{11\pi}{4}$; $-\frac{7\pi}{4}$
C2	$\frac{\sqrt{2}}{4}$
C3	6
C4	165° или 105°
C5	$0; \frac{49}{16}$
C6	а) нет, б) нет, в) да

Вариант 9

B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11	B12	B13	B14
22	2	8	505	-9	44	2	6	90	0,48	80	1,8	300	11

C1	$-\frac{\pi}{2} + 2\pi n, (-1)^{m+1} \arcsin \frac{2}{3} + \pi m, n, m \in \mathbb{Z}; \frac{3\pi}{2}, 2\pi - \arcsin \frac{2}{3}, \pi + \arcsin \frac{2}{3}$
C2	0,5
C3	$(0; 4)$
C4	98
C5	$a = -3; a = 1$
C6	а) 7; б) 5002; в) 5054

Вариант 10

B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11	B12	B13	B14
215,6	4	8	1547	5	0,8	14	0,25	175	0,5	9	30	192	-5

C1	a) $0; -\log_2 19$; б) $-\log_2 19$
C2	$\frac{1}{4}$
C3	2; $[3; 4)$
C4	7
C5	$\left[\frac{9-3\sqrt{5}}{2}; \frac{9+3\sqrt{5}}{2} \right]$
C6	$m = n = k = 2$

РЕШЕНИЕ ЗАДАНИЙ

Вариант 7

Часть 2

C1. а) Решите уравнение $(49^{\cos x})^{\sin x} = 7^{\sqrt{2} \cos x}$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$.

Решение.

а) Преобразуем уравнение:

$$7^{2 \cos x \sin x} = 7^{\sqrt{2} \cos x}; \quad 2 \sin x \cos x = \sqrt{2} \cos x; \quad \cos x (2 \sin x - \sqrt{2}) = 0;$$

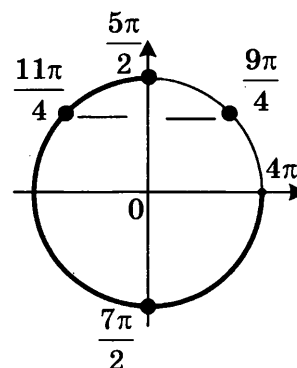
$$\cos x = 0 \text{ или } \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Следовательно, $x = \frac{\pi}{2} + \pi k$, $x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k$ или $x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi k$, где $k \in \mathbb{Z}$.

б) С помощью единичной окружности отберем

корни на отрезке $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$.

Получаем: $\frac{5\pi}{2}$, $\frac{11\pi}{4}$, $\frac{7\pi}{2}$.



Ответ: а) $x = \frac{\pi}{2} + \pi k$, $x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k$, $x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$. **б)** $\frac{5\pi}{2}$, $\frac{11\pi}{4}$, $\frac{7\pi}{2}$.

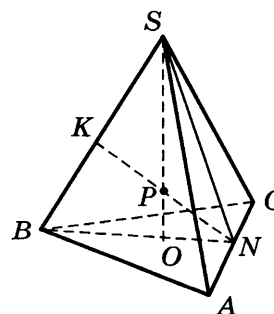
C2. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с вершиной S , все рёбра которой равны 4, точка N — середина ребра AC , точка O — центр основания пирамиды, точка P делит отрезок SO в отношении $3:1$, считая от вершины пирамиды. Найдите расстояние от точки B до прямой NP .

Решение:

Точка O принадлежит отрезку BN , значит точка P , лежащая на отрезке SO , находится в плоскости SBN . Поэтому прямая PN содержится в плоскости SBN и пересекает SB в точке K .

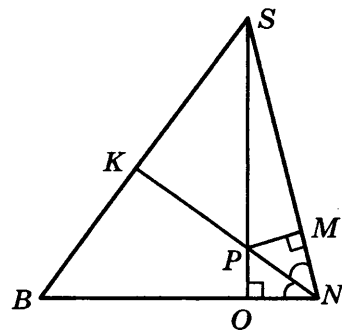
$\triangle SBN$ равнобедренный, поскольку отрезки SN и BN — медианы одинаковых равносторонних треугольников SAC и BAC . Поэтому $SN = BN$. В точке O пересекаются медианы

основания, значит, $ON = \frac{1}{3}BN = \frac{1}{3}SN$.



Опустим перпендикуляр из точки P на сторону SN . Пусть он пересекает SN в точке M . Треугольники SPM и SNQ подобны, поэтому $\frac{SP}{PM} = \frac{SN}{ON} = 3$.

Значит, $PM = \frac{1}{3}SP = PO$. Следовательно треугольники NPO и NPM равны и PN — биссектриса угла SNB . В равнобедренном треугольнике биссектриса является медианой и высотой. Значит, $NK \perp BS$ и поэтому расстояние от точки B до прямой PN равно $BK = \frac{1}{2}BS = 2$.



Ответ: 2.

С3. Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 7^{x-1} + 7^x + 7^{x+1} > 171, \\ \log_3 \frac{1}{x} + \log_3 (x^2 + 3x - 9) \leq \log_3 \left(x^2 + 3x + \frac{1}{x} - 10 \right). \end{cases}$$

Решение.

Из первого неравенства получаем:

$$7^{x-1} (1 + 7 + 49) > 171; \quad 7^{x-1} > 3; \quad x - 1 > \log_7 3; \quad x > 1 + \log_7 3.$$

Решим второе неравенство. Сделаем замену $a = \frac{1}{x}$, $b = x^2 + 3x - 9$. Неравенство принимает вид

$$\begin{aligned} \log_3 a + \log_3 b &\leq \log_3 (a + b - 1); \\ \begin{cases} \log_3 ab \leq \log_3 (a + b - 1), \\ a > 0; \end{cases} &\quad \begin{cases} ab \leq a + b - 1, \\ a > 0, \\ b > 0. \end{cases} \end{aligned}$$

В первом из полученных неравенств перенесем все члены в левую часть и разложим ее на множители: $(a - 1)(b - 1) \leq 0$.

Сделаем обратную замену:

$$\begin{cases} \left(\frac{1}{x} - 1 \right) (x^2 + 3x - 10) \leq 0, \\ \frac{1}{x} > 0, \\ x^2 + 3x - 9 > 0; \\ b > 0 \end{cases} \quad \begin{cases} (x - 1)(x^2 + 3x - 10) \geq 0, \\ x > 0, \\ x^2 + 3x - 9 > 0; \end{cases}$$

Из неравенства $x > 1 + \log_7 3$ следует, что $x > 1$. Учитывая это, перейдем к системе

$$\begin{cases} x^2 + 3x - 10 \geq 0, \\ x^2 + 3x - 9 > 0. \end{cases}$$

Второе неравенство можно отбросить, поскольку оно выполняется, если выполняется первое. Получаем:

$$x^2 + 3x - 10 \geq 0.$$

Решение: $x \leq -5$ или $x \geq 2$.

Учитывая условие $x > 1 + \log_7 3$, получаем: $x \geq 2$.

Ответ: $[2; +\infty)$.

С4. Две окружности касаются внутренним образом. Третья окружность касается первых двух и их линии центров.

а) Докажите, что периметр треугольника с вершинами в центрах трёх окружностей равен диаметру наибольшей из этих окружностей.

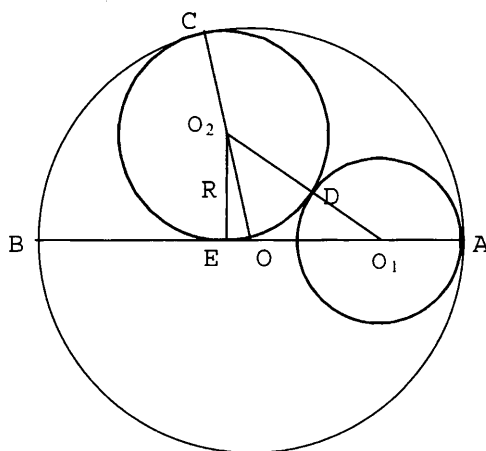
б) Найдите радиус третьей окружности, если известно, что радиусы первых двух равны 6 и 2.

Решение:

а) Пусть AB — диаметр большей из трёх окружностей, O — её центр, O_1 — центр окружности радиуса r , касающейся окружности с диаметром AB в точке A , O_2 — центр окружности радиуса R , касающейся окружности с диаметром AB в точке C , окружности с центром O_1 — в точке D , отрезка AB — в точке E .

Точки O , O_2 и C лежат на одной прямой, поэтому $OO_2 = OC - O_2C = OC - R$. Аналогично $OO_1 = OA - O_1A = OA - r$ и $O_1O_2 = O_1D + O_2D = r + R$. Следовательно, периметр треугольника OO_1O_2 равен

$$OO_1 + OO_2 + O_1O_2 = OA - r + OC - R + r + R = OA + OC = 2OA = AB.$$



б) Пусть $OA = 6$, $r = 2$. Тогда

$$O_2E = R, O_1O_2 = 2 + R, OO_1 = OA - O_1A = 6 - 2 = 4, OO_2 = OC - O_2C = 6 - R.$$

Из прямоугольных треугольников O_1O_2E и OO_2E находим, что

$$O_1E = \sqrt{O_1O_2^2 - O_2E^2} = \sqrt{(2 + R)^2 - R^2} = \sqrt{4 + 4R},$$

$$OE = \sqrt{OO_2^2 - O_2E^2} = \sqrt{(6 - R)^2 - R^2} = \sqrt{36 - 12R},$$

а так как $O_1E = OO_1 + OE$, то $\sqrt{4 + 4R} = 4 + \sqrt{36 - 12R}$. Из этого уравнения находим, что $R = 3$ (это значит, что диаметр искомой окружности равен радиусу наибольшей из трёх окружностей, то есть точка E совпадает с O).

Ответ: 3.

С5. Найдите все a , при каждом из которых уравнение $\sin|\arctg x| + a \cos\left(\frac{\arctg x}{2}\right) = \frac{a|x|}{\sqrt{1+x^2}}$ имеет хотя бы одно решение.

Решение:

Воспользуемся формулой $\sin(\operatorname{arctg} x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$ и преобразуем правую часть уравнения:

$$\frac{a|x|}{\sqrt{1+x^2}} = a|\sin(\operatorname{arctg} x)| = a\sin|\operatorname{arctg} x|.$$

Ввиду чётности косинуса $a\cos\left(\frac{\operatorname{arctg} x}{2}\right) = a\cos\left(\frac{1}{2}|\operatorname{arctg} x|\right)$. Таким образом, уравнение принимает вид $\sin|\operatorname{arctg} x| + a\cos\left(\frac{1}{2}|\operatorname{arctg} x|\right) = a\sin|\operatorname{arctg} x|$.

Введём переменную $t = \frac{1}{2}|\operatorname{arctg} x|$; заметим, что $0 \leq t < \frac{\pi}{4}$. Преобразуем уравнение:

$$\begin{aligned}\sin 2t + a \cos t &= a \sin 2t; \\ 2(1-a) \cos t \sin t + a \cos t &= 0; \\ \cos t(2(1-a) \sin t + a) &= 0.\end{aligned}$$

Так как $0 \leq t < \frac{\pi}{4}$, $\cos t \neq 0$. Разделим обе части на $\cos t$:

$$2(1-a) \sin t + a = 0; \quad \sin t = \frac{a}{2(a-1)}.$$

Это уравнение имеет решения на промежутке $\left[0; \frac{\pi}{4}\right)$, если и только если

$0 \leq \frac{a}{2(a-1)} < \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$. Таким образом, нужно решить систему неравенств

$$\begin{cases} \frac{a}{a-1} \geq 0, \\ \frac{a}{a-1} < \sqrt{2}. \end{cases}$$

Решение первого неравенства: $a \leq 0$ или $a > 1$. Решение второго неравенства: $a < 1$ или $a > 2 + \sqrt{2}$. Получаем решение системы: $a \leq 0$, $a > 2 + \sqrt{2}$.

Ответ: $(-\infty; 0]; (2 + \sqrt{2}; +\infty)$.

С6. Найдутся ли хотя бы три десятизначных числа, делящихся на 11, в записи каждого из которых использованы все цифры от 0 до 9?

Решение:

Число делится на 11 тогда и только тогда, когда разность между суммами его цифр, стоящих на нечётных и на чётных местах, делится на 11.

Запишем все цифры подряд: 9876543210. В написанном числе указанная разность сумм равна 5. Меняя местами, например, 5 и 8, мы одну сумму увеличиваем на 3, а другую уменьшаем на 3. Значит, разность между суммами его цифр, стоящих на нечётных и на чётных местах, становится равной 11. Меняя местами, например, 4 и 7, или 3 и 6, получаем требуемые примеры.

Примечание. В задаче не требуется нахождение всех чисел, обладающих указанным свойством.

Ответ: Да.

[illegible]

Homework variants

Перепишите значения указанных выше полей из БЛАНКА РЕГИСТРАЦИИ.
Отвечая на задания теста, пишите аккуратно и разборчиво, соблюдая разметку страницы.
Не забудьте указать номер задания, на которое Вы отвечаете, например, **C1**.
Условия задания переписывать не нужно.

Данный бланк использовать только совместно с двумя другими бланками из данного пакета

55

Справочное издание

**Высоцкий И.Р., Захаров П.И., Панферов В.С.,
Посицельский С.Е., Семенов А.В., Семенова М.А., Сергеев И.Н.,
Смирнов В.А., Шестаков С.А., Шноль Д.Э., Ященко И.В.**

ЕГЭ

МАТЕМАТИКА

ТИПОВЫЕ ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

Издательство **«ЭКЗАМЕН»**

Гигиенический сертификат
№ РОСС RU. AE51. Н 16466 от 25.03.2013 г.

Главный редактор *Л.Д. Лаппо*
Редактор *И.М. Бокова*
Технический редактор *Л.В. Павлова*
Корректор *Л.К. Корнилова*
Дизайн обложки *Л.В. Демьянова*
Компьютерная верстка *А.П. Юскова, Е.Ю. Лысова*

107045, Москва, Луков пер., д. 8.

www.examen.biz

Е-mail: по общим вопросам: info@examen.biz;
по вопросам реализации: sale@examen.biz
тел./факс 641-00-30 (многоканальный)

Общероссийский классификатор продукции
ОК 005-93, том 2; 953005 — книги, брошюры, литература учебная

Отпечатано в ООО "Красногорская типография". 143405, Московская область,
г. Красногорск. Коммунальный квартал, д. 2. www.ktprint.ru

По вопросам реализации обращаться по тел.: 641-00-30 (многоканальный).