Классический курс

10

Н. А. Парфентьева

Физика

Решебник

ПРОСВЕЩЕНИЕ
ИЗДАТЕЛЬСТВО

Классический курс

Н. А. Парфентьева

физика

Решебник

10 класс

Пособие для учителей общеобразовательных учреждений

Москва
«Просвещение»
2011

УДК 372.8:53
ББК 74.262.22
П18

Серия «Классический курс» основана в 2007 году

Парфентьева Н. А.

П18 Физика. Решебник. 10 класс : пособие для учителей общеобразоват. учреждений / Н. А. Парфентьева. — М. : Просвещение, 2011. — 144 с. : ил. — (Классический курс). — ISBN 978-5-09-020904-5.

Пособие входит в учебно-методический комплект «Классический курс» по физике и содержит ответы на вопросы и решения задач из учебника для 10 класса авторов Г. Я. Мякишева, Б. Б. Буховцева, Н. Н. Сотского.

Кроме этого, в пособии представлены решения наиболее сложных задач из сборника задач по физике автора Н. А. Парфентьевой, входящего в состав учебно-методического комплекта «Классический курс».

Пособие поможет учителю в обучении решению задач и формировании у учащихся навыков в применении теоретических знаний на практике.

УДК 372.8:53
ББК 74.262.22

Учебное издание

Серия «Классический курс»

Парфентьева Наталия Андреевна

ФИЗИКА

Решебник
10 класс

Пособие для учителей общеобразовательных учреждений

ЦЕНТР ЕСТЕСТВОЗНАНИЯ

Руководитель Центра *В. И. Егудин*. Зам. руководителя Центра *Е. К. Липкина*. Редактор *Г. Н. Федина*. Младший редактор *Т. И. Данилова*. Художники *М. Е. Савельева*, *С. А. Крутиков*. Художественный редактор *Т. В. Глушкова*. Технический редактор и верстальщик *Н. В. Лукина*. Корректоры *И. П. Ткаченко*, *А. К. Райхчин*

Налоговая льгота — Общероссийский классификатор продукции ОК 005-93—953000. Изд. лиц. Серия ИД № 05824 от 12.09.01. Подписано в печать с оригинал-макета 07.09.10. Формат $60 \times 90^{1}/_{16}$. Бумага офсетная. Гарнитура Школьная. Печать офсетная. Уч.-изд. л. 8,93. Тираж 7000 экз. Заказ № 3950.

Открытое акционерное общество «Издательство «Просвещение».
127521, Москва, 3-й проезд Марьиной рощи, 41.

Отпечатано в полном соответствии с качеством предоставленных издательством материалов в ОАО «Тверской ордена Трудового Красного Знамени полиграфкомбинат детской литературы им. 50-летия СССР». 170040, г. Тверь, проспект 50 лет Октября, 46.

ISBN 978-5-09-020904-5

© Издательство «Просвещение», 2011
© Художественное оформление.
Издательство «Просвещение», 2011
Все права защищены

Предисловие

Пособие входит в учебно-методический комплект «Классический курс» по физике и содержит ответы на вопросы и решения задач из учебника для 10 класса авторов Г. Я. Мякишева, Б. Б. Буховцева, Н. Н. Сотского. Главная цель издания — обучение решению задач, а также содействие формированию навыков в применении теоретических знаний на практике.

Решение задач невозможно без изучения теории и понимания физических законов. Поэтому в начале каждого раздела, для напоминания, приведены основные формулы, отражающие законы и понятия, которые подробно рассмотрены в учебнике.

Кроме этого, в пособии представлены решения наиболее сложных задач из сборника задач по физике автора Н. А. Парфентьевой, входящего в состав учебно-методического комплекта «Классический курс».

Пособие подготовлено для вышеуказанного учебника, начиная с 17-го издания. Необходимые по ходу текста ссылки на материал учебников ранних изданий приведены в круглых скобках. Если какие-то вопросы или задачи отсутствуют в учебнике раннего издания, то в круглых скобках стоит знак «–».

Желаем успеха!

Физика. 10 класс.
Г. Я. Мякишев, Б. Б. Буховцев, Н. Н. Сотский

МЕХАНИКА

В разделе физики «Механика» изучаются механическое движение, условия и причины, вызывающие данное движение, а также условия равновесия тел.

КИНЕМАТИКА (главы 1 и 2)

Средняя скорость перемещения $\vec{v}_{ср} = \Delta\vec{r}/t$.

Средняя скорость прохождения пути $v_{ср1} = s/t$.

Мгновенная скорость $\vec{v}_{мгн} = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$.

Мгновенная скорость тела при равномерном прямолинейном движении

$$\vec{v}_{мгн} = \vec{v}_{ср} = \Delta\vec{r}/\Delta t.$$

Закон движения тела при равномерном прямолинейном движении:

$$x = x_0 \pm vt.$$

Классический закон сложения скоростей $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{v}'$.

Среднее ускорение при движении с переменной скоростью

$$\vec{a}_{ср} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}.$$

Скорость тела при прямолинейном равноускоренном движении

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t.$$

Закон движения тела $\Delta\vec{s} = \vec{v}_0 t + \dfrac{\vec{a}t^2}{2}$.

При движении точки вдоль оси OX

$$v_x = \pm v_0 \pm at;\ \ x - x_0 = \pm v_0 t \pm \frac{at^2}{2}.$$

Угловая скорость при равномерном вращении

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{\varphi - \varphi_0}{\Delta t}.$$

Угол поворота $\varphi = \varphi_0 + \omega t$; при $t = 0$, $\varphi = \varphi_0$.

Связь линейной и угловой скорости: $v = r\omega$.

Центростремительное (нормальное) ускорение

$$a_{цс} = v^2/r = \omega^2 r = v\omega.$$

🕮 Ответы на вопросы к § 4

1. Телом отсчёта называется тело, относительно которого рассматривается движение. Например, движение автобуса можно рассматривать относительно дороги (телом отсчёта является дорога), относительно параллельно движущейся машины (телом отсчёта является машина).

2(–). Положение точки в пространстве можно задать двумя способами: координатами точки, выбрав координатные оси, или радиус-вектором, проведённым из начала координат в данную точку.

3(–). Если точка движется по прямой, для определения её положения достаточно знать одну её координату, при движении по плоскости — две координаты, при движении в пространстве — три координаты.

4(–). Радиус-вектором называется вектор, проведённый из начала координат в данную точку.

5(§ 6, 1). Проекцией вектора $\vec{a}$ ($\overrightarrow{AB}$) на какую-либо ось называется длина отрезка A_1B_1 между проекциями точек A и B на эту ось, взятую со знаком «+» или «–».

6(§ 6, 2). Проекция a_x вектора $\vec{a}$ в случае, когда вектор $\overrightarrow{A_1B_1}$ направлен так же, как и ось OX, положительна: $a_x = +A_1B_1$.

7(§ 6, 3). Проекция a_x вектора $\vec{a}$ в случае, когда вектор $\overrightarrow{A_1B_1}$ направлен противоположно оси OX, отрицательна: $a_x = -A_1B_1$.

8(§ 6, 4). Проекция вектора на перпендикулярную к нему ось равна нулю.

🕮 Ответы на вопросы к § 6 (§ 8)

1. Перемещение точки — вектор, соединяющий начальное и конечное положения точки. При движении тела перемещения разных его точек могут быть различны.

2(3). Путь, пройденный точкой, и модуль её перемещения равны только в случае прямолинейного однонаправленного движения.

🕮 Ответы на вопросы к § 8 (§ 10)

1. Уравнение равномерного прямолинейного движения точки в векторной форме имеет вид $\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}t$.

2. Уравнение равномерного прямолинейного движения при движении точки по оси OY: $y = y_0 + v_yt$ или $y = y_0 \pm vt$, где v — модуль вектора скорости. В случае если направление скорости совпадает с направлением оси OY, выбираем знак «+», в случае когда направления скорости и оси противоположны, выбираем знак «–».

Уравнение равномерного прямолинейного движения при движении точки по оси OZ: $z = z_0 + v_zt$ или $z = z_0 \pm vt$, где v — модуль вектора скорости. В случае если направление скорости совпадает с направлением оси OZ, выбираем знак «+», в случае когда направления скорости и оси противоположны, выбираем знак «–».

Решение задач из упражнения 1

Задача 1(2).

Дано:
$x_0 = 12$ м
$t = 6$ с
$v = 3$ м/с
x, l — ?

Решение:

По условию задачи точка движется прямолинейно и равномерно.

Уравнение движения в данном случае: $x = x_0 + v_x t$.

Так как скорость направлена в сторону, противоположную положительному направлению оси X (рис. 1.1), то $v_x = -v$ и уравнение движения примет вид $x = x_0 - vt$.

Координата точки в момент времени $t = 6$ с

$x = 12 - 3 \cdot 6$ (м) $= -6$ м.

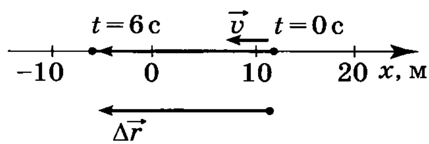


Рис. 1.1

В нашем случае путь равен модулю перемещения, так как движение происходит всё время в одном направлении.

$|\Delta\vec{r}| = |-6 - 12|$ (м) $= 18$ м.

В данном случае модуль перемещения равен пройденному точкой пути.

Ответ: –6 м; 18 м.

Задача 2(4).

Дано:
$0 < t < 3$ с
$3 < t < 7$ с
$7 < t < 9$ с
v_1, v_2, v_3 — ?
Графики:
$|v_x|$, v_x
и s от t — ?

Решение:

Из графика очевидно, что в интервале времени от 0 до 3 с точка двигалась в направлении, противоположном положительному направлению оси X.

Проекция скорости точки

$$v_{x1} = \frac{-4-2}{3}\left(\frac{\text{м}}{\text{с}}\right) = -2\ \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

В интервале от 3 до 7 с координата точки не изменялась, следовательно, скорость была равна нулю.

В течение интервала времени от 7 до 9 с координата точки изменилась от –4 до 0 м, следовательно, проекция скорости

$$v_{x3} = \frac{0-(-4)}{2}\left(\frac{\text{м}}{\text{с}}\right) = 2\ \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

На рисунке 1.2 показан график зависимости проекции скорости от времени, а на рисунке 1.3 — график зависимости модуля скорости от времени.

Если координата точки может уменьшаться в зависимости от направления движения, то путь, пройденный точкой, всё время увеличивается.

За первые 3 с точка прошла путь, равный 6 м, затем на 4 с точка останавливается и за последние 2 с точка проходит

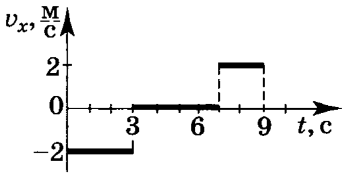


Рис. 1.2

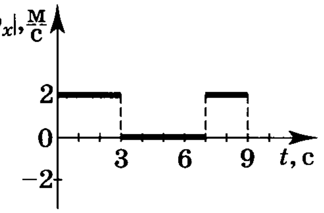


Рис. 1.3

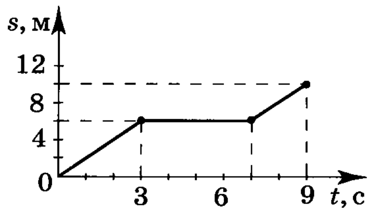


Рис. 1.4

путь, равный 4 м. Таким образом, пройденный точкой путь равен 10 м.

На рисунке 1.4 изображена зависимость пути от времени.

Обратим внимание на то, что модуль перемещения точки равен 2 м.

🕮 Ответы на вопросы к § 9 (§ 11)

1(–). Средней скоростью перемещения называется вектор, равный отношению перемещения точки к промежутку времени, за который это перемещение произошло: $\vec{v}_{\text{ср}} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$. Средняя скорость перемещения — это скорость такого равномерного движения, при котором точка за то же время, что и при переменном движении, попадает из начального положения в конечное, двигаясь вдоль прямой, соединяющей эти точки.

2(1). Мгновенная скорость — это скорость в данный момент времени.

3(2). Мгновенная скорость направлена по касательной к траектории в данной точке.

4(3). Если модуль скорости не изменяется, то это не означает, что скорость точки постоянна, так как она может изменяться по направлению.

5(–). Средняя путевая скорость или средняя скорость движения равна отношению пути, пройденного точкой, ко времени, за которое этот путь пройден: $v_{\text{ср}.s} = \frac{s}{t}$.

Решение задач из упражнения 2

Задача 1.

Дано:
$v_1 = 36$ км/ч $= 10$ м/с
$v_2 = 20$ м/с

$v_{1отн2}$, $v_{2отн1}$ — ?

Решение:

Обратим внимание на то, что при записи данных задачи мы сразу же значения скорости привели к одной системе единиц. Рассмотрим движение первого автомобиля относительно второго (рис. 1.5). Со вторым автомобилем связываем подвижную систему отсчёта.

Согласно классическому закону сложения скоростей скорость первого автомобиля равна векторной сумме двух скоростей — скорости второго автомобиля и скорости первого автомобиля относительно второго: $\vec{v}_1 = \vec{v}_2 + \vec{v}_{1отн2}$.

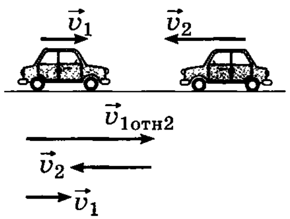


Рис. 1.5

Таким образом, скорость первого автомобиля относительно второго

$$\vec{v}_{1отн2} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2.$$

В проекции на ось OX: $v_{1отн2} = v_1 - (-v_2)$.

Учитывая направления скоростей, имеем

$$v_{1отн2} = 10 - (-20)\ (м/с) = 30\ м/с.$$

Очевидно, что скорость второго автомобиля относительно первого равна по модулю и направлена в противоположную сторону.

Ответ: 30 м/с; 30 м/с.

Задача 2.

Дано:
$v_1 = 72$ км/ч $=$
$= 20$ м/с
$v_2 = 102$ км/ч $=$
$= 30$ м/с
$l_1 = 900$ м
$l_2 = 140$ м

t — ?

Решение:

Относительная скорость поездов

$v_{отн1} = v_{отн2} = v_1 + v_2$ (см. задачу 1).

Любая точка каждого из поездов, пока они проносятся мимо друг друга, проходит расстояние $l_1 + l_2$.

Тогда время движения поездов

$$t = \frac{l_1 + l_2}{v_1 + v_2}; \quad t = \frac{900 + 140}{20 + 30}\ (с) = 20{,}8\ с.$$

Ответ: 20,8 с.

Ответы на вопросы к § 11 (§ 13)

1. Ускорением называется предел отношения изменения скорости $\Delta\vec{v}$ к промежутку времени Δt, за которое это изменение произошло при стремлении промежутка времени к нулю. Ускорение характеризует быстроту изменения скорости.

2. Если при прямолинейном движении модуль скорости увеличивается, то ускорение и скорость направлены в одну сторону, если модуль скорости уменьшается, то ускорение и скорость направлены в противоположные стороны.

3(4). Ускорение тела (точки) может быть отлично от нуля, если скорость равна нулю. Так, если бросить тело вертикально вверх, то в наивысшей точке подъёма скорость равна нулю, а ускорение отлично от нуля, и благодаря ему в последующие моменты времени скорость тела увеличивается. Ускорение пропорционально не скорости, а скорости её изменения.

Ответы на вопросы к § 12 (§ 14)

1. Если вектор изменения скорости за равные промежутки времени остаётся постоянным, то ускорение постоянно.

2. При прямолинейном равноускоренном движении ускорение и скорость направлены в одну сторону, при равнозамедленном движении — в противоположные стороны.

3. Единицей ускорения в Международной системе единиц (СИ) является метр на секунду в квадрате (м/с^2). Единицами ускорения также могут быть см/с^2, м/мин^2, км/ч^2 и т. д.

Решение задач из упражнения 3

Задача 1.

Дано:
$v_0 = 4$ м/с
$a = 2$ м/с^2
$t = 4$ с

v_x — ?

Решение:

Движение точки равноускоренное. Проекции скорости и ускорения на ось X (рис. 1.6) положительны: $v_{0x} = 4$ м/с, $a_x = a = 2$ м/с^2.

Скорость точки изменяется по закону:

$$v_x = v_{0x} + a_x t.$$

Подставив числовые данные, получим значение скорости:

$$v_x = 4 + 2 \cdot 4 \text{ (м/с)} = 12 \text{ м/с}.$$

Ответ: 12 м/с.

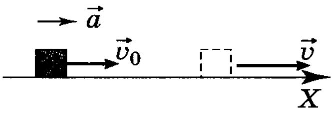


Рис. 1.6

Задача 2(3).

Дано:
$x_0 = 10$ м
$v_0 = 20$ м/с
$a = 10$ м/с^2
$t = 1, 2, 3, 4$ с

x_1, x_2, x_3, x_4 — ?

Решение:

Движение тела равноускоренное. Проекция скорости на ось OX отрицательна: $v_{0x} = -20$ м/с, а проекция ускорения положительна, так как оно направлено противоположно начальной скорости: $a_x = 10$ м/с^2.

Уравнение движения тела имеет вид

$$x = x_0 + v_{0x}t + \frac{at^2}{2}.$$

Сделаем таблицу для удобства расчётов.

Время, с	$-v_0t$, м	$x_0 + v_{0x}t$, м	$at^2/2$, м	x, м
1	–20	–10	5	–5
2	–40	–30	20	–10
3	–60	–50	45	–5
4	–80	–70	80	10

Мы видим, что сначала тело двигалось в направлении, противоположном положительному направлению оси OX, по направлению начальной скорости. Запишем зависимость скорости от времени: $v_x = v_{0x} + a_x t$. Подставив числовые данные задачи, получим выражение $v_x = -20 + 10t$.

Отсюда следует, что через 2 с после начала движения скорость тела станет равной нулю. После остановки оно начнёт двигаться в положительном направлении оси OX и через 4 с значение его координаты будет положительным.

Ответ: –5 м; –10 м; –5 м; 10 м.

Задача 3(4).

Дано:
$a_1 = a_2 = 2$ м/с^2
$v_1 = 36$ км/ч $= 10$ м/с
$v_2 = 72$ км/ч $= 20$ м/с
$l = 300$ м
t — ?

Решение:

Направим ось OX вниз, вдоль горы (рис. 1.7). Начало координат совместим с начальным положением первого мотоциклиста. Тогда уравнение движения первого мотоциклиста имеет вид $x_1 = v_1 t + \frac{at^2}{2}$.

Уравнение движения второго мотоциклиста имеет вид $x_2 = l - v_2 t + \frac{at^2}{2}$.

Условие встречи математически выражается равенством координат движущихся тел: $x_1 = x_2$ или $v_1 t + \frac{at^2}{2} = l - v_2 t + \frac{at^2}{2}$.

Из последнего уравнения найдём время встречи: $t = \frac{l}{v_1 + v_2}$, $t = \frac{300}{10 + 20}$ (с) = 10 с.

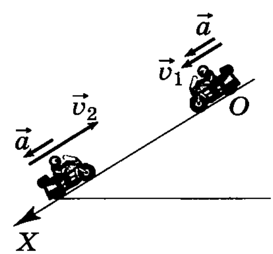


Рис. 1.7

Ответ: 10 с.

Замечание. В условии задачи дано лишнее данное, а именно ускорение тел. Это не должно вас смущать, так как иногда в формулировках задач встречаются лишние значения, которые не нужны для того, чтобы дать ответ на вопрос задачи.

Ускорение нам пригодилось бы, если нужно было узнать место встречи мотоциклистов.

Решение задач из упражнения 4

Задача 1.

Дано:
$t = 2$ с
h, $v_к$ — ?

Решение:

Движение камня прямолинейное и равноускоренное. Начальная скорость равна нулю:

$$v_0 = 0.$$

Направим ось OY вертикально вниз, совместив начало координат с начальным положением камня (рис. 1.8).

Тогда уравнение движения запишем в виде

$$y = y_0 + v_{0y}t + \frac{a_y t^2}{2}.$$

По условию задачи y_0, $v_0 = 0$, а $a_y = g$.

Тогда $y = \frac{gt^2}{2}$.

Так как время падения известно, то, подставив в последнее уравнение $t = 2$ с, получим

$$h = \frac{10 \cdot 2^2}{2} \text{ (м)} = 20 \text{ м}.$$

Движение равноускоренное, скорость камня со временем изменяется по закону: $v_y = gt$.

$$v_к = v_y = 10 \cdot 2 \text{ (м/с)} = 20 \text{ м/с}.$$

Ответ: 20 м; 20 м/с.

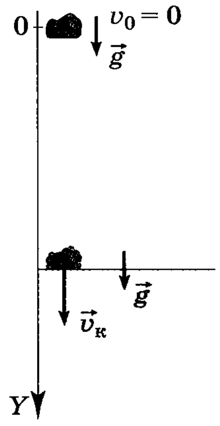


Рис. 1.8

Задача 2(5).

Дано:
$v = 20$ м/с
$h = 10$ м
$t_п$, L, $v_к$ — ?

Решение:

Движение камня криволинейное и равноускоренное с ускорением свободного падения $g = 10$ м/с².

Уравнение движения в векторном виде:

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a}t^2}{2}. \qquad (1)$$

Выберем оси координат, как показано на рисунке 1.9.

Проекции скорости на выбранные оси: $v_x = v_0$, $v_y = 0$.

Проекции ускорения: $a_x = 0$, $a_y = -g$.

Уравнение (1) в проекциях на оси OX и OY имеет вид

$$x = v_0 t, \qquad (2)$$

$$y = h - \frac{gt^2}{2}. \qquad (3)$$

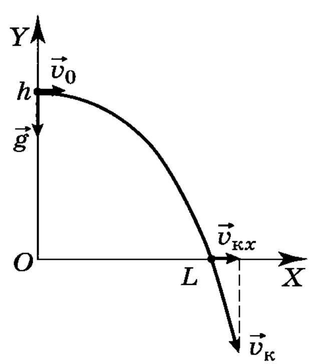


Рис. 1.9

Условие падения камня: $y = 0$. Тогда из уравнения (3) получим $0 = h - \frac{gt_п^2}{2}$,

следовательно, $t_п = \sqrt{\frac{2h}{g}}$.

Подставив эту формулу в выражение (2), определим дальность полёта:

$$L = v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}}.$$

Направим ось OY вертикально вниз (рис. 1.10), совместив начало координат с начальным положением камня.

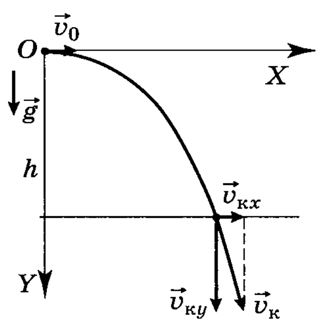


Рис. 1.10

Тогда уравнение движения можем записать в виде

$$y = y_0 + v_{0y}t + \frac{a_y t^2}{2}.$$

По условию задачи $y_0 = 0$, $v_0 = 0$, а $a_y = g$.

Тогда $y = \frac{gt^2}{2}$.

Скорость при движении камня изменяется по закону:

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{g}t,$$

или в проекциях на выбранные оси: $v_x = v_0 = \text{const}$, $v_y = +gt$.

Подставив в последнее выражение время падения камня, для проекции OY конечной скорости имеем

$$v_{\text{к}y} = g\sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{2gh}.$$

В результате $v_\text{к} = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$.

Произведём расчёты. $t_\text{п} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10}{10}} = \sqrt{2}$ (с) $\approx 1{,}4$ с.

$$L = 20\sqrt{\frac{2 \cdot 10}{10}} \text{ (м)} \approx 28 \text{ м}. \quad v_\text{к} = \sqrt{20^2 + 2 \cdot 10 \cdot 10} \text{ (м/с)} \approx 24{,}5 \text{ м/с}.$$

Ответ: $\approx 1{,}4$ с; ≈ 28 м; $\approx 24{,}5$ м/с.

Замечание. Мы решили задачу формально, записав уравнение движения с постоянным ускорением.

Однако следует задуматься и понять, как рассматривать такой тип сложного движения. На основе закона о независимости движений можно представить данное движение как сумму двух независимых движений: равномерного движения по горизонтали и равноускоренного движения по вертикали. Когда мы выбирали систему координат, то фактически именно это и имели в виду.

В некоторых задачах, как мы увидим далее, следует рассматривать движение, выбрав иначе направление осей координат.

Задача 3(6).

Дано:
$v_0 = 20$ м/с
$\alpha = 45°$
$t = 2$ с

1) H — ?
2) L — ?
3) v_H — ?
4) v_B, x_B, y_B — ?

Решение:

Движение мяча криволинейное и равноускоренное с ускорением свободного падения $g = 10$ м/с^2.

Уравнение движения в векторном виде:

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a}t^2}{2}. \qquad (1)$$

Выберем оси координат, как показано на рисунке 1.11.

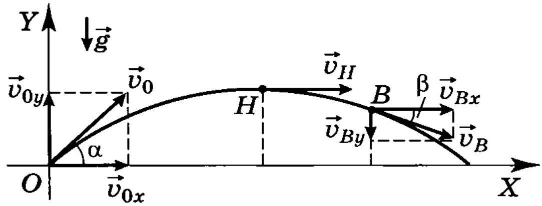


Рис. 1.11

Проекции начальной скорости на выбранные оси:

$$v_{0x} = v_0 \cos\alpha,$$
$$v_{0y} = v_0 \sin\alpha.$$

Проекции ускорения: $a_x = 0$, $a_y = -g$.

Уравнение (1) в проекциях на оси OX и OY имеет вид

$$x = (v_0 \cos\alpha)t, \tag{2}$$

$$y = (v_0 \sin\alpha)\, t - \frac{gt^2}{2}. \tag{3}$$

Уравнения для проекций скорости:

$$\begin{aligned} v_x &= v_0 \cos\alpha = \text{const}, \\ v_y &= v_0 \sin\alpha - gt. \end{aligned} \tag{4}$$

1) Время подъёма равно времени падения мяча. Тогда

$$t_{\text{под}} = \frac{v_0 \sin\alpha}{g}.$$

Подставив это выражение в формулу (3), получим максимальную высоту подъёма:

$$y = H = (v_0 \sin\alpha)\frac{v_0 \sin\alpha}{g} - \frac{g}{2}\left(\frac{v_0 \sin\alpha}{g}\right)^2 = \frac{(v_0 \sin\alpha)^2}{2g}.$$

2) Для определения дальности полёта мяча необходимо знать время полёта.

Находим его из уравнения (3) и условия — в момент падения координата $y = 0$. $0 = (v_0 \sin\alpha)t_\text{п} - \dfrac{gt_\text{п}^2}{2}$.

Откуда $t_\text{п} = \dfrac{2v_0 \sin\alpha}{g}$.

Подставив это выражение в уравнение (2), получим

$$L = v_0 \cos\alpha \frac{2v_0 \cos\alpha}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}.$$

3) Проекция скорости на горизонтальную ось постоянна, в наивысшей точке подъёма проекция скорости на ось OY равна нулю, так как скорость направлена горизонтально.

Тогда при $y = H$ скорость мяча $v_H = v_{0x} = v_0 \cos\alpha$.

4) Вычислив время подъёма, определим, где будет находиться мяч через 2 с после начала движения. Время подъёма

$$t_{\text{под}} = \frac{20 \sin 45^\circ}{10} \text{ (с)} = 1{,}4 \text{ с}.$$

Следовательно, в момент времени, равный 2 с, мяч уже падал. Обозначим на рисунке точку, в которой он находился, буквой B.

Определим координаты мяча и его скорость:

$$x = (v_0 \cos\alpha)\, t_B, \quad y = (v_0 \sin\alpha) t_B - \frac{g t_B^2}{2}.$$

Для скорости имеем $v_B = \sqrt{(v_0 \cos\alpha)^2 + (v_0 \sin\alpha - g t_B)^2}$.

Угол, под которым направлена скорость в точке B, определяем по формуле $\operatorname{tg}\beta = \dfrac{(v_0 \sin\alpha) - g t_B}{v_0 \cos\alpha}$.

Произведём расчёты.

1) $H = \dfrac{(20 \sin 45^\circ)^2}{2 \cdot 10}$ (м) = 10 м.

2) $L = \dfrac{20^2 \sin 90^\circ}{10}$ (м) = 40 м.

3) $v_H = 20 \cos 45^\circ \approx 14$ м/с.

4) $v_B = \sqrt{(20 \cos 45^\circ)^2 + (20 \sin 45^\circ - 10 \cdot 2)^2} \approx 15$ м/с.

$\operatorname{tg}\beta = \dfrac{20 \sin 45^\circ - 10 \cdot 2}{20 \cos 45^\circ} = -0{,}41, \quad \beta \approx -22^\circ,$

$x_B = (20 \cos 45^\circ) \cdot 2$ (м) ≈ 28 м,

$y_B = (20 \sin 45^\circ) \cdot 2 - \dfrac{10 \cdot 2^2}{2}$ (м) ≈ 8 м.

Ответ: 10 м; 40 м; ≈14 м/с; ≈15 м/с; ≈28 м; ≈8 м.

🕮 Ответы на вопросы к § 17 (§ 19)

1. Скорость постоянна по модулю, но направление скорости непрерывно изменяется, поэтому скорость точки непостоянна.

2. При равномерном движении по окружности точка движется с постоянным по модулю центростремительным ускорением, которое всегда направлено к центру окружности. Направление ускорения изменяется. Следовательно, оно непостоянно.

3. Ускорение направлено к центру окружности, по которой движется конец стрелки часов.

🕮 Ответы на вопросы к § 18 (§ 20)

1. Абсолютно твёрдым телом называется тело, расстояние между любыми точками которого остаётся постоянным. На самом деле тела деформируются, но если деформация незначительна и ею можно пренебречь, то тела считают абсолютно твёрдыми. Абсолютно твёрдое тело — это модель реального тела, которой удобно пользоваться при решении некоторых задач.

2. Поступательное движение — это движение, при котором отрезок, соединяющий любые две точки твёрдого тела, остаётся параллельным самому себе. При поступательном движении траектории всех точек тела одинаковы.

3. Движение поршня насоса в двигателе машины на прямой дороге; самолёта, совершающего посадку.

Ответы на вопросы к § 19 (§ 21)

1(2). Ось вращения — прямая, которой принадлежат центры окружностей, по которым движутся различные точки вращающегося твёрдого тела.

2(3). Угловая скорость равна отношению угла поворота тела или угла поворота радиус-вектора, соединяющего ось вращения с любой точкой твёрдого тела, к промежутку времени, за который этот поворот произошёл. Угловая скорость характеризует быстроту вращения тела относительно оси.

3(4). Минутная стрелка совершает полный оборот за 1 ч, а часовая — за 12 ч. Следовательно, угловая скорость минутной стрелки больше угловой скорости часовой стрелки в 12 раз.

Решение задач из упражнения 5

Задача 1.

Дано:
$v = 95$ м/с
$d = 30$ см $= 0{,}3$ м

n — ?

Решение:

Число оборотов в секунду связано с угловой скоростью вращения соотношением $n = \dfrac{\omega}{2\pi}$.

Связь линейной скорости с угловой имеет вид $v = \omega r = \dfrac{\omega d}{2}$.

Окончательно число оборотов $n = \dfrac{2v}{2\pi d} = \dfrac{v}{\pi d}$.

Подставим данные задачи: $n = \dfrac{95}{3{,}14 \cdot 0{,}3}\left(\dfrac{\text{об}}{\text{с}}\right) \approx 100$ об/с.

В задаче требуется определить максимально возможное число оборотов диска в минуту, поэтому $n = 100 \cdot 60 = 6000$ (об/мин).

Ответ: 6000 об/мин.

Задача 2.

Дано:
$l = 3{,}5$ м
$\Delta t = 15$ мин

v, $\Delta\varphi$ — ?

Решение:

Период вращения конца минутной стрелки равен 1 ч или 3600 с.

Модуль скорости конца минутной стрелки $v = \dfrac{2\pi}{T} l$.

Подставим значения:

$$v = \frac{2 \cdot 3{,}14}{3600} \cdot 3{,}5 \approx 6{,}1 \cdot 10^{-3}\left(\frac{\text{м}}{\text{с}}\right).$$

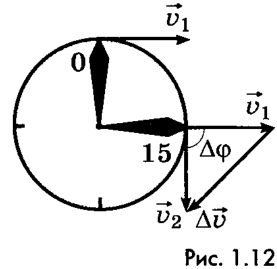


Рис. 1.12

За 15 мин стрелка поворачивается на угол, равный $\pi/2$.

Как видно из рисунка 1.12, на такой же угол поворачивается вектор линейной скорости.

Очевидно, $\Delta\varphi = \pi/2$.

Ответ: 0,61 см/с; $\pi/2$.

Закон всемирного тяготения $F = G\dfrac{m_1 m_2}{r_{12}^2}$, где r_{12} — расстояние между материальными точками или центрами шаров; G — гравитационная постоянная, $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ Н · м²/кг².

Сила тяготения, действующая на тело массой m, находящееся над поверхностью Земли на высоте h: $F = G\dfrac{mM_З}{(R_З + h)^2}$, где $M_З$ — масса Земли; $R_З$ — радиус Земли.

Ускорение свободного падения $g = G\dfrac{M}{R_З^2} = 9{,}81$ м/с².

Сила упругости $F_{упр\ x} = -kx$, где k — коэффициент упругости (жёсткость).

Для характеристики упругих свойств вещества вводится величина E, называемая **модулем Юнга**.

Напряжение $\sigma = \dfrac{F}{S}$, где S — площадь поперечного сечения твёрдого тела, на которое действует сила F.

Относительная деформация $\varepsilon = \dfrac{x}{l_0}$, где l_0 — длина тела до деформации.

Закон Гука $\varepsilon = \dfrac{1}{E}\sigma$, где E — модуль Юнга.

Сила трения покоя $\vec{F}_{тр.\ покоя} = -\vec{F}$.

Сила трения скольжения $F_{тр} = \mu N$, где μ — коэффициент трения; N — модуль силы нормальной реакции опоры.

Ответы на вопросы к § 20 (§ 22)

1. Основное утверждение механики: изменение скорости тела всегда вызвано воздействием на него каких-либо других тел.

Примеры: 1) Если отпустить воздушный шар, заполненный гелием, то он начинает двигаться вверх, так как сила Архимеда больше силы тяжести. Шар был неподвижен, когда сумма силы тяжести и силы натяжения нити, к которой он привязан, была равна силе Архимеда.

2) Тележка начинает двигаться после того, как её толкнут, — результат взаимодействия тележки и человека.

3) Ветки деревьев наклоняются в результате порывов ветра — результат взаимодействия ветра и дерева.

4) Вратарь останавливает летящий на него мяч — результат взаимодействия человека и мяча.

2. Тело может двигаться равномерно и прямолинейно, если на него не действуют другие тела. Если же тело взаимодействует с другими телами, но действие этих тел скомпенсировано, то тело также движется равномерно и прямолинейно или находится в состоянии покоя.

🕮 Ответы на вопросы к § 21 (§ 23)

1. Материальная точка — это тело, размерами которого можно пренебречь по сравнению с рассматриваемыми расстояниями. Материальная точка — это модель реального тела. Тело рассматривается как точка, имеющая массу.

2. Понятием материальная точка удобно пользоваться для описания движения, так как положение её в пространстве можно задавать так же, как и положение геометрической точки. Если движение тела поступательное, то тело мы тоже можем считать материальной точкой, так как все его точки движутся одинаково.

3. Брошенный вверх камень можно считать материальной точкой в двух случаях: 1) высота его подъёма много больше размеров камня; 2) он не вращается в воздухе, а движется поступательно.

🕮 Ответы на вопросы к § 22 (§ 24)

1. Инерциальные системы отсчёта в действительности существуют. Конечно, невозможно, находясь на Земле, избавиться от всех видов взаимодействия тела. На него будет действовать, по крайней мере, сила тяжести.

Но если тело взаимодействует с несколькими телами, то действие этих тел может быть скомпенсировано, и найдётся такая система отсчёта, относительно которой тело будет двигаться прямолинейно и равномерно.

2. Инерциальными системами отсчёта называются системы, относительно которых тело будет двигаться прямолинейно и равномерно, если на него не действуют другие тела или действие этих тел скомпенсировано.

3. Установить, что данная система отсчёта является инерциальной, можно только опытным путём.

🕮 Ответы на вопросы к § 23 (§ 25)

1. Сила $\vec{F}$ — количественная мера взаимодействия тел.

2. Две силы считаются равными по модулю, если они действуют на тело в противоположных направлениях и не изменяют его скорость.

3. Сила — векторная величина. Силы складываются по правилу сложения векторов: $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$.

🕮 Ответы на вопросы к § 24 (§ 26)

1. Чем больше сила, действующая на тело, тем больше его ускорение.

2. Стремление тел сохранять первоначальное состояние называется явлением инерции.

После нажатия на тормоз машина продолжает некоторое время двигаться. Также нельзя мгновенно увеличить её скорость до прежнего значения.

Поезд начинает тормозить на достаточно большом расстоянии от станции.

Пассажиры должны держаться за перекладину в автобусе, чтобы не упасть при его торможении и в начале движения.

Птица, разогнавшись, перестаёт махать крыльями и летит по инерции.

Водный лыжник, бросив фал, по инерции скользит на водных лыжах до берега.

3. Если тело движется прямолинейно и скорость его увеличивается, то направление действующей на него силы совпадает с направлением скорости.

Так, в случае падения тела направление силы тяжести совпадает с направлением его скорости, а в случае подъёма уже нет.

С направлением силы всегда совпадает направление ускорения.

🕮 Ответы на вопросы к § 25 (§ 27)

1(–). Инертность — свойство тела сохранять первоначальное состояние. Масса — мера инертности тела. Чем больше масса тела, тем больше должна быть действующая на него сила, чтобы оно двигалось с определённым ускорением.

2(3). Первый закон Ньютона позволяет определить те системы отсчёта, в которых справедливы законы механики, т. е. определить инерциальные системы отсчёта. Именно в инерциальных системах отсчёта сила возникает в результате взаимодействия тел. Первый закон Ньютона — самостоятельный и очень важный закон.

3(4). Второй закон Ньютона справедлив для материальной точки и для произвольного тела. Однако из этого закона мы не определяем ускорение всего тела, а определяем ускорение его центра тяжести.

4(5). Материальная точка движется равномерно и прямолинейно, если на неё не действуют силы или геометрическая сумма действующих сил равна нулю.

5(6). Для движения тела с постоянным ускорением необходимо, чтобы действующие на него силы были постоянны, а его движение поступательное.

🕮 Ответы на вопросы к § 26 (§ 28)

1. Правильная запись третьего закона Ньютона: $\vec{F}_{1,\,2} = -\vec{F}_{2,\,1}$, т. е. силы равны по модулю, противоположны по направлению, направлены вдоль одной прямой, одинакового физического происхождения и приложены к разным телам. Соотношение *б* справедливо для модулей сил.

2. Помимо сил взаимодействия телеги и лошади, на каждое из этих тел действуют другие силы.

Лошадь копытами толкает дорогу, а дорога толкает лошадь в сторону перемещения, на телегу действует сила трения, направленная в противоположную перемещению сторону. Если сила со стороны дороги, действующая на лошадь, будет равна силе трения, действующей на телегу, то лошадь с телегой будут неподвижны, если больше — телега и лошадь будут двигаться.

Ответы на вопросы к § 27 (§ 29)

1. За основные единицы в Международной системе единиц в механике приняты метр, секунда и килограмм. Производные единицы выводят из уравнений, связывающих различные физические величины. Так, скорость определяется отношением пути ко времени, за который этот путь пройден. Единицей скорости в СИ является метр на секунду (м/с).

2. Основной в СИ является масса.

Решение задач из упражнения 6

Задача 1.

Дано:	Решение:
$\vec{F}$	Направления ускорения и силы, действующей на шар, совпадают: $\vec{F} \uparrow\uparrow \vec{a}$.
Направления ускорения и скорости шара — ?	Направление силы не указывает направление движения (скорости). Поэтому направление скорости может быть любым.

Задача 2(4).

Дано:	Решение:
$m = 5$ кг $t = 2$ с $v_1 = 2$ м/с $v_2 = 8$ м/с	На груз, подвешенный к динамометру, действуют две силы: сила тяжести $m\vec{g}$ и сила $\vec{F}$ натяжения пружины динамометра (рис. 1.13).
F — ?	Именно значение этой силы показывает динамометр, и его надо определить.

Согласно второму закону Ньютона

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{F}. \qquad (1)$$

Телом отсчёта может быть пол или стены комнаты. Ось X направим вертикально вниз. Тогда в проекции на эту ось уравнение (1) запишем в виде $ma = mg - F$.

Ускорение, по определению, равно отношению изменения скорости к промежутку времени, за которое это изменение произошло: $a = \frac{v_2 - v_1}{t}$. Тогда

$$F = m\left(g - \frac{v_2 - v_1}{t}\right).$$

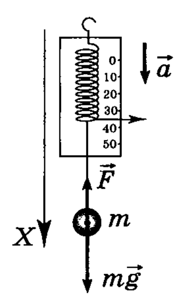


Рис. 1.13

Произведём расчёт.

$$F = 5\left(10 - \frac{8-2}{2}\right)\ (\text{Н}) = 35\ \text{Н}.$$

Ответ: 35 Н.

Задача 3(5).

Дано:
$m = 50$ кг
$t = 3$ с
$v_2 = 2$ м/с
$v_1 = 8$ м/с
$F_д$ — ?

Решение:

Рассмотрим движение тела относительно шахты лифта. На тело, находящееся в лифте, действуют две силы: сила тяжести $m\vec{g}$ и сила нормального давления со стороны пола $\vec{N}$ (рис. 1.14).

По третьему закону Ньютона сила, с которой тело давит на пол, равна по модулю, но направлена в противоположную сторону силе, с которой пол лифта давит на тело:

$$\vec{F}_д = -\vec{N}.$$

Таким образом, если мы определим силу $\vec{N}$, то сможем ответить на вопрос задачи. Согласно второму закону Ньютона

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N}. \qquad (1)$$

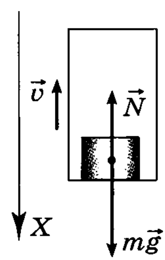


Рис. 1.14

Ось X направим вертикально вниз. Тогда в проекции на эту ось уравнение (1) запишем в виде

$$ma = mg - N. \qquad (2)$$

Ускорение, по определению, равно отношению изменения скорости к промежутку времени, за которое это изменение произошло (учтём, что скорость тела направлена вверх): $a = \dfrac{-v_2 - (-v_1)}{t} = \dfrac{v_1 - v_2}{t}$. Тогда из уравнения (2) следует $F_д = N = m\left(g - \dfrac{v_1 - v_2}{t}\right)$.

Произведём расчёт. $F_д = 50\left(10 - \dfrac{8-2}{3}\right)$ (Н) = 400 Н.

Ответ: 400 Н.

Задача 4(6).

Дано:
$m = 1000$ т $= 10^6$ кг
$s = 600$ м
$v_1 = 36$ км/ч $= 10$ м/с
$v_2 = 54$ км/ч $= 15$ м/с
$F_{тяги} = 147$ кН $=$
$= 1{,}47 \cdot 10^5$ Н
$F_с$ — ?

Решение:

Обратите внимание на то, что при записи данных задачи мы сразу же внесистемные единицы выразили в СИ.

На поезд действуют 4 силы: сила тяжести, сила нормального давления со стороны рельсов, сила сопротивления и сила тяги (рис. 1.15).

Согласно второму закону Ньютона

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_с + \vec{F}_{тяги}. \qquad (1)$$

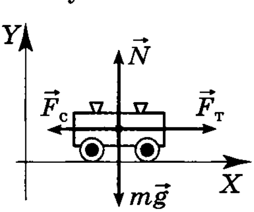


Рис. 1.15

Выберем систему координат, как показано на рисунке.

Так как поезд едет по горизонтальному пути, то в проекции на ось Y уравнение (1) имеет вид $0 = N - mg$.

В проекции на ось X:

$$ma = F_{тяги} - F_с.$$

Откуда сила сопротивления

$$F_{с} = F_{тяги} - ma. \qquad (2)$$

Ускорение найдём из уравнения движения тепловоза. Движение равноускоренное, уравнение имеет вид

$$x = v_1 t + \frac{at^2}{2}. \qquad (3)$$

Для скорости имеем $v_2 = v_1 + at$.

Отсюда, выразив t и подставив его в уравнение (3), получим

$$x = s = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2a}.$$

Из последнего уравнения найдём ускорение a и, подставив его в соотношение (2), получим выражение для силы сопротивления:

$$F_{с} = F_{тяги} - m\frac{v_2^2 - v_1^2}{2s}.$$

Произведём расчёт.

$$F_{с} = 1{,}47 \cdot 10^5 - 10^6 \cdot \frac{225 - 100}{2 \cdot 600}\ (\text{Н}) = (1{,}47 - 1{,}04) \cdot 10^5\ \text{Н} = 4{,}3 \cdot 10^4\ \text{Н}.$$

Ответ: 43 кН.

Задача 5(8).

Дано:
$m = 100$ г $= 0{,}1$ кг
$l = 1$ м
$v_1 = 2$ м/с
$v_2 = 4$ м/с

F_1, F_2 — ?

Решение:

Обратите внимание на то, что при записи данных задачи мы сразу же массу выразили в СИ.

Рассмотрим движение шарика относительно Земли.

На шарик при вращении действуют две силы: сила тяжести $m\vec{g}$ и сила $\vec{F}_{1(2)}$ со стороны стержня, на котором он закреплён.

Согласно второму закону Ньютона

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{F}_{1(2)}. \qquad (1)$$

Отметим, что направление сил F_1 или F_2 неоднозначно. Если ускорение шарика больше ускорения свободного падения, то сила со стороны стержня, действующая на шарик, направлена вниз, т. е. в ту же сторону, что и сила тяжести. Если же ускорение шарика меньше, то искомая сила направлена вверх.

Так как по условию задачи шарик движется равномерно, то его ускорение является центростремительным: $a = \frac{v^2}{r} = \frac{v^2}{l}$ (в данном случае радиус окружности, по которой движется шарик, равен длине стержня).

Подсчитаем значения ускорения в двух случаях:

$$a_1 = \frac{2^2}{1}\ (\text{м/с}^2) = 4\ \text{м/с}^2; \quad a_2 = \frac{4^2}{1}\ (\text{м/с}^2) = 16\ \text{м/с}^2.$$

Следовательно, в первом случае сила, с которой стержень действует на шарик, направлена вверх, а во втором — вниз (рис. 1.16).

Направим ось X к центру окружности. Тогда в проекции на эту ось уравнение (1) запишем в виде

$$ma = mg - F_1 \quad (v_1 = 2 \text{ м/с}),$$
$$ma = mg + F_2 \quad (v_2 = 4 \text{ м/с}).$$

Тогда $F_1 = m\left(g - \frac{v_1^2}{l}\right)$, $F_2 = m\left(\frac{v_2^2}{l} - g\right)$.

Произведём расчёты.

$F_1 = 0{,}1 \cdot (10 - 4)\ (\text{Н}) = 0{,}6$ Н (направлена вверх), $F_2 = 0{,}1 \cdot (16 - 10)\ (\text{Н}) = 0{,}6$ Н (направлена вниз).

Ответ: 0,6 Н вверх; 0,6 Н вниз.

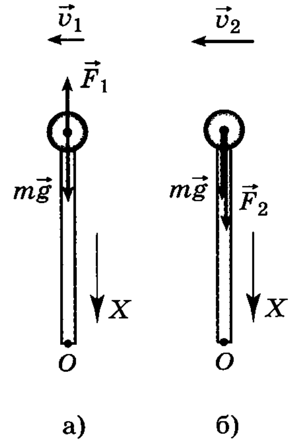


Рис. 1.16

Задача 6(10).

Дано:	Решение:
$m_1 = 2$ кг $m_2 = 4$ кг $F = 84$ Н	Рассмотрим движение грузов относительно Земли.
$a,\ T$ — ?	На первый груз действуют сила $\vec{F}$, сила тяжести $m_1\vec{g}$ и сила натяжения нити $\vec{T}$, направленная вниз (рис. 1.17).

На второй груз действуют сила тяжести $m_2\vec{g}$ и сила натяжения нити $\vec{T}'$, направленная вверх.

По второму закону Ньютона для каждого груза запишем:

$$m_1\vec{a} = \vec{F} + m_1\vec{g} + \vec{T}, \quad (1)$$
$$m_2\vec{a} = m_2\vec{g} + \vec{T}'. \quad (2)$$

Ускорения грузов равны, так как по условию задачи они связаны нерастяжимой нитью.

Силы натяжения вдоль нити также равны по модулю. Так как ничего не говорится о массе нити, ею можно пренебречь. Если бы масса нити была отлична от нуля, то сила натяжения увеличивалась бы от второго тела к первому, так как нужно было бы сообщать ускорение и каждому отрезку нити.

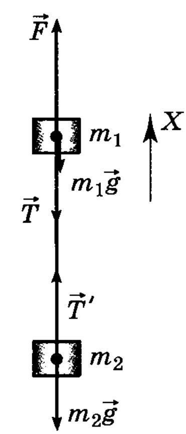


Рис. 1.17

Таким образом, $T = T'$.

Ось X направим вверх. Запишем уравнения (1) и (2) в проекции на ось X:

$$m_1 a = F - m_1 g - T, \quad (3)$$
$$m_2 a = T - m_2 g. \quad (4)$$

Сложив левые и правые части уравнений, получим

$$(m_1 + m_2)\,a = F - (m_1 + m_2)\,g.$$

Откуда $a = \frac{F - (m_1 + m_2)\,g}{m_1 + m_2} = \frac{F}{m_1 + m_2} - g$.

Подставив выражение для a в уравнение (4), для силы натяжения нити получим $T = \frac{m_2 F}{m_1 + m_2}$.

Произведём расчёты.

$$a = \frac{84}{2+4} - 9{,}8\ (\text{м/с}^2) = 4{,}2\ \text{м/с}^2.\quad T = \frac{4 \cdot 84}{2+4}\ (\text{Н}) = 56\ \text{Н}.$$

Ответ: 4,2 м/с^2; 56 Н.

Замечание. При расчётах мы ускорение свободного падения считали равным 9,8 м/с^2. Это объясняется тем, что в условии задачи в значении силы даны две значащие цифры, следовательно, если вы берёте значения постоянных или какие-либо табличные данные, то они должны содержать не меньше значащих цифр, чем в условии задачи.

🕮 Ответы на вопросы к § 33 (§ 35)

1(2). Закон всемирного тяготения справедлив для материальных точек, а также для однородных тел шаровой формы. Однако все тела, имеющие массу, притягиваются друг к другу, но расчёт силы притяжения тел произвольной формы по формуле $F = G\frac{m_1 m_2}{R^2}$ сделать нельзя.

2(3). Силы, принадлежащие прямой, проходящей через материальные точки или центры тяжести тел, называются центральными силами.

3(–). Гравитационная постоянная численно равна силе притяжения между двумя материальными точками, имеющими массу по 1 кг и находящимися на расстоянии 1 м. Очевидно, что эта сила и соответственно гравитационная постоянная очень малы.

4(6). Состояние невесомости — это состояние, при котором вес тела равен нулю, т. е. тело не давит на опору и одни части тела не давят на другие. В состоянии невесомости тело находится, если на него действует только гравитационная сила, сообщающая всем частям тела одинаковое ускорение.

5(7). Вес тела — это сила, с которой тело действует на горизонтальную опору или подвес.

6(8). Когда парашютист ещё не раскрыл парашют, он падает с ускорением свободного падения, следовательно, он находится в состоянии невесомости. Как только он раскрыл парашют, то на парашют начинает действовать сила сопротивления, натягиваются верёвки, соединяющие парашютиста с парашютом. Парашютист уже не будет находиться в невесомости.

🕮 Ответы на вопросы к § 35 (§ 37)

1. Силы упругости возникают при деформации тел. При этом может быть любой вид деформации: удлинение, сжатие, сдвиг.

2(4). Рессоры автомобиля — это пружины. При смещении кузова пружины деформируются, что вызывает появление сил упругости, препятствующих его дальнейшему смещению.

3(5). Закон Гука выполняется только в случае упругих деформаций. Упругими деформациями называются такие деформации, при которых тело возвращает свои первоначальные размеры и форму, как только перестают действовать силы, вызвавшие его деформацию.

🕮 Ответы на вопросы к § 36 (§ 38)

1. Именно благодаря силам трения мы можем перемещаться по земле. Сила трения держит заколоченный гвоздь в доске, не позволяет скатываться телам с горки, задерживает снег на скате крыши.

2. На губках тисков зазубрины сделаны для того, чтобы улучшить сцепление губок тисков и тела. Тогда удерживаемое ими тело не будет выскальзывать.

3. Рельефный рисунок на шинах увеличивает силу сцепления с дорогой, а следовательно, и силу трения, действующую на ведущие колёса. Если бы шины были идеально гладкими, то колёса вращались бы вокруг оси и машина не двигалась бы.

🕮 Ответы на вопросы к § 38 (§ 40)

1(2). Сила трения покоя появляется тогда, когда на тело начинает действовать сила, стремящаяся вызвать его движение. При движении одного тела относительно другого возникает сила трения скольжения. Необходимым условием появления сил трения является наличие силы, прижимающей тела друг к другу.

2(3). Если на тело, лежащее на горизонтальной поверхности, действует сила, параллельная этой поверхности, но при этом тело остаётся неподвижным, то модуль силы трения покоя равен модулю этой силы, а направление силы трения покоя противоположно её направлению.

3(4). Сила трения покоя изменяется от нуля до максимального значения, равного произведению коэффициента трения на модуль силы нормальной реакции опоры.

4(5). Ускоряет автомобиль или тепловоз сила трения, действующая на ведущие колёса.

5(7). Сила трения скольжения не может увеличить скорость тела, так как она всегда направлена в сторону, противоположную скорости его движения.

6(8). В жидкостях и газах нет силы трения покоя, любая малая сила вызывает движение жидкости. Сила сопротивления при движении тела в жидкости или газе зависит от скорости движения, а сила трения скольжения от скорости не зависит.

7(9). Благодаря силе трения возможно движение человека, животных, автомобиля по поверхности, мы можем удержать предмет в руке. Если бы трения не было, то любой самый маленький наклон поверхности стола привёл бы к скатыванию с него всех предметов: чашек, чайника, книг и т. д.

Однако вследствие трения разогреваются детали при их механической обработке (ударах, сверлении и т. д.). Трение можно уменьшить с помощью смазки.

Решение задач из упражнения 7

Задача 1.

Дано:	Решение:
$R/R_1 = 3{,}7$ $M/M_Л = 81$ $g_Л$ — ?	Ускорение свободного падения определяется силой притяжения тела к Земле (пренебрегаем влиянием вращения Земли относительно собственной оси): $mg = G\dfrac{mM}{R^2}$, откуда $g = \dfrac{GM}{R^2}$.

Ускорение свободного падения тел на Луне определим по аналогичной формуле: $g_Л = \dfrac{GM_Л}{R_1^2}$.

Найдём отношение ускорений на Луне и Земле:

$$\frac{g_Л}{g} = \frac{M_Л}{M}\left(\frac{R}{R_1}\right)^2.$$

Произведём расчёт. $\dfrac{g_Л}{g} = \dfrac{1}{81}(3{,}7)^2 \approx 0{,}17$.

Таким образом, $g_Л = 0{,}17 \cdot 9{,}81$ (м/с^2) $\approx 1{,}66$ м/с^2.

Ответ: $\approx 1{,}66$ м/с^2.

Задача 2(3).

Дано:	Решение:
$v_0 = 20$ м/с $\mu = 0{,}8$ a, t — ?	На автомобиль при таком движении действует сила трения скольжения $F_{тр} = \mu N$. Рассмотрим движение автомобиля относительно дороги.

Кроме силы трения, на автомобиль действуют сила тяжести $m\vec{g}$ и сила нормальной реакции $\vec{N}$ (рис. 1.18).

Согласно второму закону Ньютона запишем $m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{тр}$. В проекциях на оси X и Y:

$$ma_x = -\mu N, \quad 0 = N - mg.$$

Из этих уравнений следует, что

$$a_x = -\mu g.$$

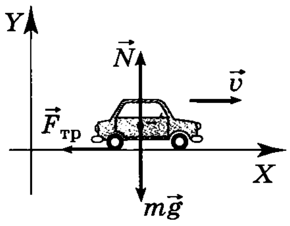


Рис. 1.18

Скорость автомобиля (движение равноускоренное) изменяется по формуле

$$v_x = v_{0x} + a_x t \quad \text{или} \quad v_x = v_0 - |a_x|\, t.$$

При остановке автомобиля скорость равна нулю: $0 = v_0 - \mu g t$.

Отсюда время, через которое останавливается автомобиль,

$$t = \frac{v_0}{\mu g}.$$

Произведём расчёты.

$$a_x = 0{,}8 \cdot 9{,}8\ (\text{м/с}^2) = 7{,}84\ \text{м/с}^2. \quad t = \frac{20}{0{,}8 \cdot 9{,}8}\ (\text{с}) \approx 2{,}6\ \text{с}.$$

Ответ: 7,84 м/с^2; ≈2,6 с.

Задача 3(4).

Дано:
$m = 97$ кг
$\alpha = 30°$
$\mu = 0{,}2$
F — ?

Решение:

Рассмотрим движение груза относительно поверхности, по которой он движется.

На груз действуют силы тяжести $m\vec{g}$, нормальной реакции опоры $\vec{N}$, натяжения верёвки $\vec{F}$ и трения $\vec{F}_{\text{тр}}$ (рис. 1.19).

Согласно второму закону Ньютона запишем

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{\text{тр}} + \vec{F}.$$

В проекциях на оси X и Y: $ma_x = F\cos\alpha - F_{\text{тр}}$,

$$0 = F\sin\alpha + N - mg.$$

Выразив из второго уравнения N и подставив в выражение для силы трения, получим $F_{\text{тр}} = \mu\,(mg - F\sin\alpha)$.

По условию задачи груз движется равномерно, следовательно, $a_x = 0$. Тогда $0 = F\cos\alpha - \mu\,(mg - F\sin\alpha)$.

Из этого уравнения находим F:

$$F = \frac{\mu mg}{\cos\alpha + \mu\sin\alpha}.$$

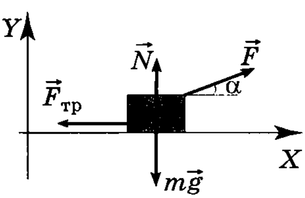


Рис. 1.19

Произведём расчёт. $F = \dfrac{0{,}2 \cdot 97 \cdot 9{,}8}{0{,}866 + 0{,}2 \cdot 0{,}5}\ (\text{Н}) \approx 200\ \text{Н}.$

Ответ: ≈200 Н.

ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В МЕХАНИКЕ (главы 5 и 6)

Импульс тела (количество движения) $\vec{p} = m\vec{v}$.

Импульс силы $\vec{F}\Delta t$.

Второй закон Ньютона $\vec{a} = \dfrac{\vec{F}}{m}$; $\Delta\vec{p} = \vec{F}\Delta t$.

Изменение импульса тела $\Delta\vec{p} = m\Delta\vec{v}$.

Закон сохранения импульса в замкнутой системе: $p = \text{const}$.

Механическая работа постоянной силы $\vec{F}$

$$A = (\vec{F}\vec{s}) = Fs\cos\alpha = F_s s.$$

Мощность $P = \frac{A}{t}$, где A — работа; t — промежуток времени, за который она совершена.

Работа силы тяжести при спуске на высоту h: $A = mgh$.

Работа силы упругости $A = \frac{kx_1^2}{2} - \frac{kx_2^2}{2}$.

Работа силы тяготения при перемещении материальной точки массой m из точки A в точку B: $A = -GmM_З\left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right)$.

Кинетическая энергия тела, движущегося со скоростью v:

$$E_{кин} = \frac{mv^2}{2}.$$

Потенциальная энергия тела, поднятого на высоту h ($h \ll R_З$),

$$E_п = mgh; \quad E_п = 0 \text{ при } h = 0.$$

Потенциальная энергия, обусловленная силой тяготения

$$E_п = -\frac{GmM_З}{r}; \quad E_п = 0 \text{ при } r \to \infty.$$

Потенциальная энергия сжатой или растянутой пружины

$$E_п = \frac{kx^2}{2}; \quad E_п = 0 \text{ при } x = 0.$$

Полная механическая энергия тела $E_к + E_п = \text{const}$, если система тел консервативна.

🕮 Ответы на вопросы к § 39 (§ 41)

1. Импульс — векторная величина. При движении точки по окружности её импульс изменяется, так как изменяется его направление.

2. Импульс тела равен произведению массы тела на его скорость. Так как скорость тела зависит от выбора тела отсчёта, то и импульс тела также зависит от выбора тела отсчёта.

3. Изменение импульса равно произведению массы тела на изменение его скорости. В начале движения автомобиля изменение его скорости происходит в направлении движения. Так же направлен вектор изменения импульса.

4. Так как при движении шайбы её скорость уменьшается, то вектор изменения импульса направлен в сторону, противоположную скорости её движения.

🕮 Ответы на вопросы к § 40 (§ 42)

1. Если векторная сумма внешних сил, действующих на тела системы, равна нулю, то импульс системы тел сохраняется.

В изолированной системе импульс системы сохраняется.

2. В случае если система тел изолированная, то можно применять закон сохранения импульса.

Если система неизолированная, то закон сохранения импульса можно применять в следующих случаях:

а) внешние силы действуют, но их результирующая равна нулю;

б) проекция внешних сил на какое-то направление равна нулю, следовательно, проекция импульса на это направление сохраняется, хотя сам вектор импульса изменяется;

в) внешние силы много меньше внутренних сил

$$(F_{\text{внеш}} \ll F_{\text{внутр}}).$$

3. Для системы, в которую входят брусок и пуля, летящая горизонтально, сохраняется проекция импульса на горизонтальную ось, так как проекции внешних сил (тяжести, нормальной реакции) на неё равны нулю.

Ответы на вопросы к § 42 (§ 44)

1. При истечении струи воздуха из компрессора лодка должна двигаться в противоположном струе направлении вследствие взаимодействия со струёй воздуха. Однако, попадая на паруса, струя воздуха стремится сдвинуть лодку в попутном направлении. В результате лодка остаётся без движения.

2. Ракета движется в результате взаимодействия с истекающими из неё с большой скоростью продуктами сгорания горючего. Поэтому она может двигаться в пустоте.

3. Реактивная сила возникает в результате взаимодействия отделившейся части тела, движущейся относительно его со скоростью, отличной от нуля.

4(5). Осьминоги и каракатицы движутся под действием реактивной силы, появляющейся при выбросе ими струи воды. Система «осьминог — струя воды» замкнута, её импульс должен оставаться равным нулю. При выбросе струи осьминог движется в противоположную сторону, таким образом, суммарный импульс системы остаётся равным нулю.

Решение задач из упражнения 8

План решения задач по теме «Закон сохранения импульса»:

1) Убедиться в том, что закон сохранения импульса справедлив в данном случае.

2) Выбрать систему отсчёта и систему координат, при этом помнить, что импульсы всех тел системы нужно рассчитывать относительно одной системы отсчёта.

3) Записать выражение для импульса системы до и после взаимодействия.

4) Спроецировать векторы импульсов на выбранные оси координат.

5) Записать закон сохранения импульса в проекции на оси координат или в проекции на то направление, проекция импульса на которое сохраняется.

6) Из полученных уравнений определить неизвестные величины.

Задача 1.

Дано: $m_1 = 2 \cdot 10^4$ кг $m_2 = 3 \cdot 10^4$ кг $v_0 = 1$ м/с v — ?	Решение: Сумма внешних сил тяжести и нормальной реакции, действующих на вагон и платформу, равна нулю. Поэтому импульс системы «вагон — платформа» остаётся постоянным. До взаимодействия с вагоном импульс системы был равен импульсу платформы: $\vec{p}_1 = m_2\vec{v}_0$.

После взаимодействия импульс системы стал $\vec{p}_2 = (m_1 + m_2)\,\vec{v}$.

Согласно закону сохранения импульса $\vec{p}_1 = \vec{p}_2$ или

$$m_2\vec{v}_0 = (m_1 + m_2)\,\vec{v}.$$

В проекции на направление движения имеем

$$m_2v_0 = (m_1 + m_2)\,v.$$

Скорость тел после взаимодействия $v = \dfrac{m_2v_0}{m_1 + m_2}$.

Произведём расчёт. $v = \dfrac{3 \cdot 10^4 \cdot 1}{2 \cdot 10^4 + 3 \cdot 10^4}$ (м/с) $= 0{,}6$ м/с.

Ответ: 0,6 м/с.

Замечание. Это взаимодействие называется абсолютно неупругим ударом. Это такое взаимодействие, после которого тела движутся с одинаковыми скоростями.

Задача 2(3).

Дано: $m_1 = 100$ кг $m_2 = 50$ кг $v_1 = 1$ м/с $v_2 = 1{,}5$ м/с u — ?	Решение: Проекции на горизонтальную плоскость внешних сил — сил тяжести, действующих на плот и человека, и выталкивающей силы, действующей на плот, — равны нулю. Поэтому проекция импульса системы «плот — человек» на эту плоскость остаётся постоянной.

До взаимодействия (рис. 1.20, *а*) импульс системы был равен сумме импульсов человека и плота: $\vec{p}_1 = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$.

После взаимодействия импульс системы (рис. 1.20, *б*) стал равен

$$\vec{p}_2 = (m_1 + m_2)\,\vec{u}.$$

Согласно закону сохранения импульса $\vec{p}_1 = \vec{p}_2$.

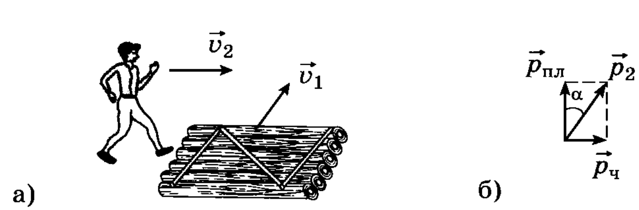


Рис. 1.20

В скалярной форме это выражение можно записать так:

$$\sqrt{(m_1 v_1)^2 + (m_2 v_2)^2} = (m_1 + m_2)\,u.$$

Тогда $u = \dfrac{\sqrt{(m_1 v_1)^2 + (m_2 v_2)^2}}{m_1 + m_2}$.

Определим, под каким углом к берегу будет направлена скорость плота, после того как на него прыгнет человек. Из рисунка 1.20, *б* видно, что $\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{m_2 v_2}{m_1 v_1}$.

Произведём расчёты.

$$u = \frac{\sqrt{(100\cdot 1)^2 + (50\cdot 1{,}5)^2}}{100+50}\ (\text{м/с}) \approx 0{,}83\ \text{м/с}. \quad \operatorname{tg}\alpha = \frac{50\cdot 1{,}5}{100\cdot 1} = 0{,}75.$$

Угол равен $\alpha \approx 37°$.

Ответ: $\approx$0,83 м/с; $\approx$37°.

Задача 3(4).

Дано:
$v_{\text{отн}} < v_{\text{р}}$
$\Delta v_{\text{р}} > 0$ — ?

Решение:

Выберем систему отсчёта, связанную с ракетой. До выброса очередной порции газа импульс системы равен нулю. После выброса со скоростью $v_{\text{отн}}$ порции газа ракета должна двигаться относительно выбранной системы отсчёта со скоростью Δv, направленной в сторону, противоположную скорости газа. (Импульс системы должен оставаться равным нулю.)

Следовательно, относительно Земли скорость ракеты увеличивается.

Ответ: да, будет.

Задача 4(6).

Дано:
$m_1 = 70$ кг
$m_2 = 35$ г $= 0{,}035$ кг
$v_2 = 320$ м/с
$\alpha = 60°$
v_1 — ?

Решение:

Рассмотрим систему «охотник — дробинка». Массой лодки и ружья пренебрежем (рис. 1.21).

Проекция внешних сил — силы тяжести и выталкивающей силы — на горизонтальную ось X равна нулю, поэтому проекция импульса системы на эту ось сохраняется.

Запишем закон сохранения импульса в проекции на выбранную ось:

$0 = m_2 v_2 \cos\alpha - m_1 v_1$.

Тогда искомая скорость лодки

$$v_1 = \frac{m_2 v_2 \cos\alpha}{m_1}.$$

Произведём расчёт.

$$v_1 = \frac{0{,}035\cdot 320\cdot 0{,}5}{70}\ (\text{м/с}) = 0{,}08\ \text{м/с}.$$

Ответ: 0,08 м/с.

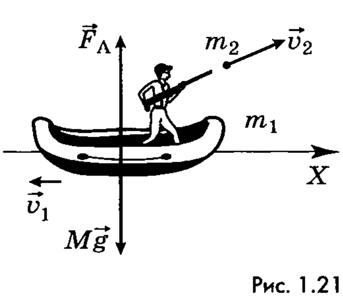


Рис. 1.21

🕮 Ответы на вопросы к § 43 (§ 45)

1. Механическая работа силы равна произведению модуля силы, модуля перемещения точки приложения силы и косинуса угла между ними.

2. В системе отсчёта, относительно которой тело покоится, работа силы трения покоя равна нулю, так как перемещение точки приложения силы равно нулю. Если же тело находится на тележке, движущейся с ускорением, то на него действует сила трения покоя, направленная в ту же сторону, что и ускорение. В этом случае работа силы трения покоя отлична от нуля.

3. Работа силы трения скольжения может быть положительной, если направление силы трения и направление перемещения точки её приложения совпадают.

Например, на тележке находится тело, движущееся в сторону, противоположную направлению движения тележки. Сила трения скольжения направлена в сторону движения тележки. Если перемещение тела относительно неподвижной системы отсчёта совпадает с направлением силы трения, то работа этой силы положительна.

4. Единицей работы в СИ является джоуль (Дж).

$$1\ \text{Дж} = 1\ \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{с}^2}.$$

🕮 Ответы на вопросы к § 46 (§ 48)

1(2). Кинетическая энергия пропорциональна квадрату скорости тела (рис. 1.22).

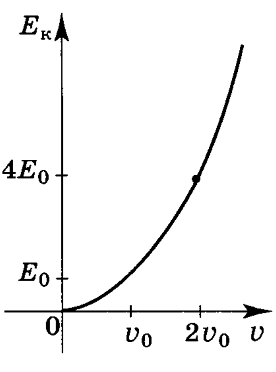


Рис. 1.22

2(3). По теореме об изменении кинетической энергии работа силы, действующей на тело,

$$A = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}.$$

Так как $v_1 = v_2$, то $A = 0$.

3(4). Кинетическая энергия — скалярная величина. Поэтому её значение не зависит от направления скорости. Кинетическая энергия системы трёх тел равна сумме кинетических энергий каждого тела в отдельности:

$$E_к = \frac{m_1v_1^2}{2} + \frac{m_2v_2^2}{2} + \frac{m_3v_3^2}{2}.$$

4(5). Скорость тела зависит от выбора системы отсчёта, и, следовательно, кинетическая энергия также зависит от выбора системы отсчёта.

🕮 Ответы на вопросы к § 48 (§ 50)

1. Работа силы упругости при перемещении тела по замкнутой траектории равна нулю. При растяжении пружины работа силы упругости отрицательна, при сжатии до прежнего состояния работа силы упругости положительна.

2. Консервативными силами называют силы, работа которых по замкнутому контуру равна нулю. Работа консервативной силы не зависит от формы траектории, а зависит только от положения начальной и конечной точек траектории.

🕮 Ответы на вопросы к § 49 (§ 51)

1. Кинетическая и потенциальная энергии определяют способность тела совершить механическую работу. В этом заключается сходство этих энергий.

2. Кинетическая энергия — это энергия, которой обладает движущееся тело. Потенциальная энергия определяется взаимным расположением тел или частей тела. Кинетическую энергию можно определить, зная массу и скорость тела. Для определения потенциальной энергии тела или системы, помимо параметров системы (массы тела и высоты подъёма; удлинения (сжатия) и жёсткости), надо указать нулевой уровень отсчёта энергии.

Перечисленные факты определяют различия потенциальной и кинетической энергий.

3. В зависимости от выбора нулевого уровня отсчёта потенциальная энергия может быть как положительной, так и отрицательной.

🕮 Ответы на вопросы к § 50 (§ 52)

1. Полной механической энергией называется сумма кинетической и потенциальной энергий тела. При этом потенциальная энергия тела может быть как положительной, так и отрицательной. Кинетическая энергия тела всегда положительна.

2. Если работа внешних сил равна нулю, то полная механическая энергия системы тел, на которую действуют только консервативные силы, сохраняется.

3. При падении тела, если за нулевой уровень отсчёта взять поверхность Земли, потенциальная энергия уменьшается, а кинетическая энергия увеличивается. Если пренебречь работой силы сопротивления, действующей на тело при его падении, то полная механическая энергия системы «тело — Земля» остаётся постоянной.

Графики зависимости потенциальной, кинетической и полной энергий показаны на рисунке 1.23.

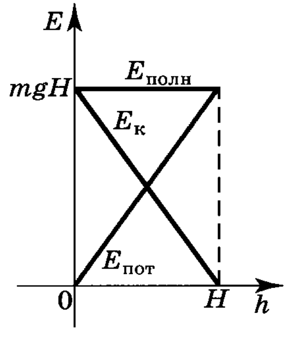


Рис. 1.23

🕮 Ответы на вопросы к § 51 (§ 53)

1. Механическая энергия замкнутой (изолированной) системы тел сохраняется, если на тела системы действуют только консервативные силы.

Также механическая энергия сохраняется и в неизолированной системе тел, если работа внешних сил равна нулю и на тела системы действуют только консервативные силы.

2. Работа силы трения зависит от траектории движения тела. Представьте, что машина может проехать из одного пункта в другой двумя путями: по прямой дороге и по дороге, которая петляет. Очевидно, что во втором случае модуль работы силы трения колёс о дорогу будет больше. Сила трения неконсервативна.

3. Если на тела системы действуют силы трения, то тела нагреваются при движении, механическая энергия переходит во внутреннюю энергию и соответственно уменьшается. Один вид энергии переходит в другой. При этом полная энергия системы сохраняется.

При любых процессах справедлив фундаментальный закон природы — закон сохранения энергии: энергия не исчезает и не появляется вновь, а только переходит из одного вида в другой.

Решение задач из упражнения 9

Часто при решении задач на динамику для краткости разумно пользоваться теоремой об изменении кинетической энергии.

При использовании закона сохранения механической энергии решаем задачи по следующему плану:

1) Убедиться в том, что на тело действуют только консервативные силы.

2) Выбрать нулевой уровень отсчёта потенциальной энергии.

3) Выбрать систему отсчёта, относительно которой будем рассматривать движение тел и определять значения скорости.

4) Записать выражения для полной энергии системы или тела в начальном и конечном состояниях.

Задача 1(2).

Дано:
$F = 3$ Н
$P = 1$ Н
$h = 5$ м

A — ?

Решение:

На тело, как показано на рисунке 1.24, действуют две силы: поднимающая груз сила $\vec{F}$ и равная весу тела сила тяжести $m\vec{g}$.

Работа силы $\vec{F}$ $A = A_1 = F\,|\Delta\vec{r}|\cos\alpha_1$.

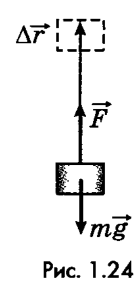


Рис. 1.24

Суммарная работа, совершаемая при подъёме обеими силами, равна алгебраической сумме работ этих сил:

$$A = A_1 + A_2 = F\,|\Delta\vec{r}|\cos\alpha_1 + mg\,|\Delta\vec{r}|\cos\alpha_2.$$

В данном случае $|\Delta\vec{r}| = h$, $\alpha_1 = 0$, $\alpha_2 = 180°$. Подставив значения косинусов в написанное выражение, получим

$$A = Fh - mgh = (F - mg)\,h.$$

Произведём расчёт. $A = (3 - 1) \cdot 5$ (Дж) $= 10$ Дж.

Ответ: 10 Дж.

Задача 2(3).

Дано:	Решение:
$m = 97$ кг $\alpha = 30°$ $\mu = 0{,}2$ $s = 100$ м A — ?	На груз действуют четыре силы: сила тяжести, сила нормальной реакции, сила натяжения и сила трения. Работа силы натяжения при перемещении груза на $\Delta\vec{r}$ $A = T\,|\Delta\vec{r}|\cos\alpha$.

В данном случае перемещение точки приложения силы натяжения равно пройденному грузом пути (рис. 1.25): $|\Delta\vec{r}| = s$.

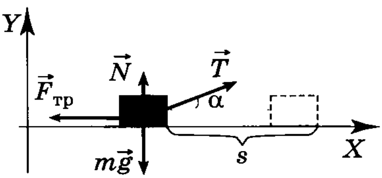


Рис. 1.25

Силу натяжения определим из второго закона Ньютона:

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{T} + \vec{F}_{тр}.$$

Груз по условию задачи движется равномерно: $a = 0$. Тогда $0 = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{T} + \vec{F}_{тр}$.

В проекциях на выбранные оси уравнение запишем в виде

$$0 = T\cos\alpha - F_{тр},$$
$$0 = T\sin\alpha + N - mg.$$

Сила трения $F_{тр} = \mu N$. Выразив из второго уравнения силу N, для силы трения получим $F_{тр} = \mu\,(mg - T\sin\alpha)$.

Подставив это выражение в первое уравнение, получим $0 = T\cos\alpha - \mu\,(mg - T\sin\alpha)$, откуда $T = \dfrac{\mu mg}{\mu\,\sin\alpha + \cos\alpha}$.

Таким образом, работа силы натяжения верёвки

$$A = \frac{\mu mg}{\mu\sin\alpha + \cos\alpha}s\cos\alpha = \frac{\mu mg}{\mu\ \mathrm{tg}\,\alpha + 1}s.$$

Произведём расчёт.

$$A = \frac{0{,}2\cdot 97\cdot 9{,}8}{0{,}2\cdot 0{,}56 + 1}\cdot 100\ (\text{Дж}) \approx 17\ 097\ \text{Дж} \approx 17\ \text{кДж}.$$

Ответ: ≈17 кДж.

Задача 3(5).

Дано:	Решение:
$m = 20\ 000$ кг $= 2\cdot 10^5$ кг $\Delta l_1 = 10$ см $= 0{,}1$ м $\Delta l_2 = 1$ см $= 0{,}01$ м $F = 100\ 000$ Н $= 10^5$ Н v — ?	При ударе вагона о преграду он останавливается. По закону сохранения механической энергии кинетическая энергия движущегося вагона переходит в потенциальную энергию сжатия пружин буферов:

$$\frac{mv^2}{2} = 2\frac{k(\Delta l_1)^2}{2}, \qquad (1)$$

где k — неизвестная жёсткость пружин.

По закону Гука $F = k\Delta l_2$.

Так как в условии дано сжатие пружины под действием известной силы, то мы можем определить жёсткость: $k = \dfrac{F}{\Delta l_2}$.

Подставив выражение для k в формулу (1), найдём скорость вагона: $v = \sqrt{\dfrac{2k(\Delta l_1)^2}{m}} = \Delta l_1 \sqrt{\dfrac{2F}{m\Delta l_2}}$.

Проверим размерность полученного выражения для скорости.

$$[v] = \left[\text{м} \cdot \sqrt{\frac{\text{Н}}{\text{кг} \cdot \text{м}}} \right] = \left[\text{м} \cdot \sqrt{\frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{м}}} \right] = \left[\frac{\text{м}}{\text{с}} \right].$$

Проверка размерности показала, что, сделав расчёт по этой формуле, мы получим верную единицу скорости: м/с.

Произведём расчёт. $v = 0{,}1\sqrt{\dfrac{2 \cdot 10^5}{2 \cdot 10^5 \cdot 0{,}01}}$ (м/с) = 1 м/с.

Ответ: 1 м/с.

Задача 4(7).

Дано:
$m = 1$ т $= 10^3$ кг
$s = 20$ м
$t = 2$ с

N — ?

Решение:

Мощность двигателя равна отношению работы силы тяги ко времени, за которое эта работа была совершена:

$$N = \frac{A}{t}. \qquad (1)$$

По теореме работа равна изменению кинетической энергии:

$$A = \frac{mv^2}{2} - 0 = \frac{mv^2}{2}.$$

Скорость автомобиля можно найти из уравнения $v = at$, однако мы не знаем ускорение, но нам известен путь, пройденный автомобилем.

Так как движение равноускоренное, то путь $s = \dfrac{at^2}{2}$.

Выразив из последнего уравнения a и подставив его в выражение для скорости, получим $v = \dfrac{2s}{t}$.

Таким образом, работа двигателя автомобиля за время t

$$A = \frac{m4s^2}{2t^2} = \frac{2ms^2}{t^2}.$$

Согласно формуле (1) получим выражение для мощности:

$$N = \frac{2ms^2}{t^3}.$$

Произведём расчёт. $N = \dfrac{2 \cdot 10^3 \cdot 20^2}{2^3}$ (Вт) $= 10^5$ Вт $= 100$ кВт.

Ответ: 100 кВт.

Задача 5(9).

Дано:	Решение:
$v = 4{,}9$ м/с	Система «тело — Земля» — консервативная система.
h — ?	

На тело, брошенное вверх, действует только сила тяжести, являющаяся консервативной силой (сопротивлением воздуха пренебрегаем).

Полная механическая энергия тела остаётся постоянной.

Если за нулевой уровень отсчёта потенциальной энергии принять уровень, с которого брошено тело, то в начале движения тело обладает только кинетической энергией. Во время подъёма кинетическая энергия тела уменьшается, а потенциальная энергия увеличивается.

На некоторой высоте h потенциальная энергия тела будет равна его кинетической энергии:

$$mgh = \frac{mv^2}{2}.$$

При дальнейшем подъёме кинетическая энергия будет уменьшаться до нуля, а потенциальная энергия тела увеличиваться до значения начальной кинетической энергии.

По закону сохранения механической энергии

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + mgh = 2mgh,$$

так как по условию задачи $\frac{mv^2}{2} = mgh$.

Окончательно $h = \frac{v_0^2}{4g}$.

Произведём расчёт. $h = \frac{4{,}9^2}{4 \cdot 9{,}8}$ (м) $\approx 0{,}61$ м.

Ответ: $\approx 0{,}61$ м.

СТАТИКА (глава 7)

Ответы на вопросы к § 54 (§ 56)

1(2). Моментом силы относительно оси вращения называется произведение модуля силы на её плечо. Плечом силы называется кратчайшее расстояние от оси вращения до линии действия силы.

2(3). Для равновесия твёрдого тела необходимо и достаточно выполнения двух условий: 1) геометрическая сумма сил, приложенных к твёрдому телу, должна быть равна нулю; 2) алгебраическая сумма моментов сил, действующих на тело, относительно любой оси вращения также должна быть равна нулю.

Решение задач из упражнения 10

Задача 1(4).

Дано:	Решение:
$T = 500$ Н $\alpha = 90°$	Как показано на рисунке 1.26, на планер действуют две силы натяжения, направленные под прямым углом друг к другу и равные по модулю: $T_1 = T_2 = T$.
F — ?	

Искомая сила F равна геометрической сумме этих сил: $\vec{F} = \vec{T}_1 + \vec{T}_2$.

В результате получим $F = \sqrt{2T^2}$.

Произведём расчёт.

$$F = \sqrt{2 \cdot 500^2}\,(\text{Н}) \approx 700 \text{ Н}.$$

Ответ: ≈700 Н.

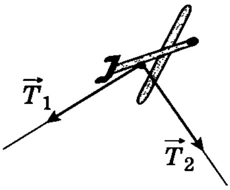


Рис. 1.26

Задача 2(5).

Дано:	Решение:
$F = 50$ Н $\alpha = 60°$ $l = 20$ см $= 0{,}2$ м	Из условия задачи неясно, как направлена сила, действующая на рукоятку. На рисунке 1.27 показаны два варианта направления силы. Однако из рисунка видно, что в обоих случаях плечо силы будет одинаково и равно
M — ?	

$d = l \sin \alpha$, где l — длина рукоятки.

Таким образом, $M = Fl \sin \alpha$.

Произведём расчёт.

$$M = 50 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}866 \text{ (Н} \cdot \text{м)} \approx$$
$$\approx 8{,}7 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Ответ: ≈8,7 Н · м.

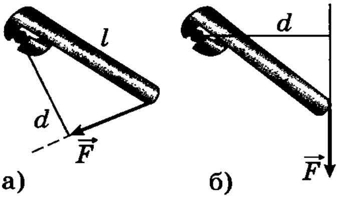


Рис. 1.27

Задача 3(6).

Дано:	Решение:
$F = 4$ Н $\alpha = 60°$ $M = 3{,}5$ Н · м	Из условия задачи неясно, как направлена сила, действующая на ручку двери. На рисунке 1.28 показаны два варианта направления силы. Однако из рисунка видно, что в обоих случаях плечо силы будет одинаково и равно
l — ?	

$d = l \sin \alpha$, где l — расстояние от ручки двери до оси вращения O.

Таким образом, $M = Fl \sin \alpha$.

В результате получим

$$l = \frac{M}{F \sin \alpha}.$$

Произведём расчёт.

$$l = \frac{3{,}5}{4 \cdot 0{,}866} \text{ (м)} \approx 1 \text{ м}.$$

Ответ: ≈1 м.

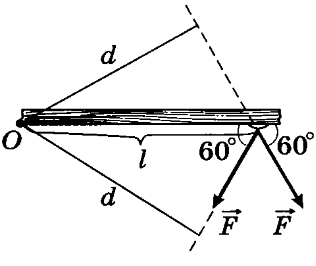


Рис. 1.28

Задача 4(7).

Дано:
$m = 14$ кг
F — ?

Решение:

Для того чтобы труба (рис. 1.29) начала подниматься, необходимо, чтобы сумма моментов силы тяжести и силы, действующей на подвижный конец трубы, относительно оси, проходящей через её неподвижный конец, была равна нулю:

$$Fl - mg\frac{l}{2} = 0.$$

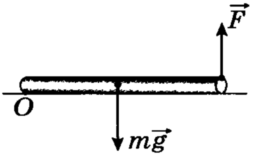


Рис. 1.29

Из этого уравнения определим

$$F = \frac{mg}{2} = \frac{14 \cdot 9{,}8}{2}\ (\text{Н}) \approx 70\text{Н}.$$

Ответ: ≈70 Н.

Задача 5(8).

Дано:
$m = 60$ кг
$l_1 = (1/3)\ l$
T_1, T_2 — ?

Решение:

На рисунке 1.30 показаны силы, действующие на трапецию: сила давления гимнаста и две силы натяжения.

Сила давления гимнаста на трапецию по третьему закону Ньютона равна по модулю силе нормального давления, действующей на гимнаста со стороны трапеции, и направлена в противоположную сторону: $\vec{F}_д = -\vec{N}$.

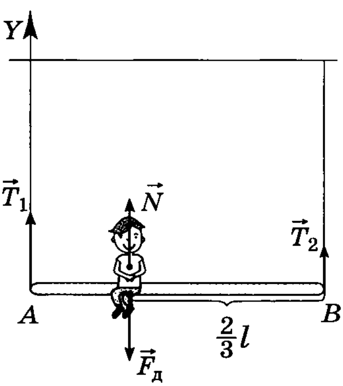


Рис. 1.30

В то же время условие равновесия гимнаста $m\vec{g} + \vec{N} = 0$.

Очевидно, можно записать

$$F_д = N = mg.$$

Условие равновесия трапеции имеет вид $\vec{F}_д + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = 0$.

В проекции на ось Y это уравнение с учётом того, что сила давления равна силе тяжести гимнаста, запишем:

$$-mg + T_1 + T_2 = 0. \qquad (1)$$

Второе условие равновесия трапеции относительно оси, проходящей через точку B, имеет вид $-T_1 l + F_д \dfrac{2}{3} l = 0$, относительно оси, проходящей через точку A: $T_2 l - F_д \dfrac{1}{3} l = 0$.

Из этих уравнений следует, что $T_1 = 2T_2$.

Подставив T_1 в уравнение (1), получим $3T_2 = mg$.

В результате получим $T_1 = \left(\dfrac{2}{3}\right)mg$, $T_2 = \left(\dfrac{1}{3}\right)mg$.

Таким образом, $T_1 = 400$ Н, $T_2 = 200$ Н.

Ответ: 400 Н; 200 Н.

МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА. ТЕПЛОВЫЕ ЯВЛЕНИЯ

ОСНОВЫ МОЛЕКУЛЯРНО-КИНЕТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ. ТЕМПЕРАТУРА. ЭНЕРГИЯ ТЕПЛОВОГО ДВИЖЕНИЯ МОЛЕКУЛ (главы 8 и 9)

Относительная молекулярная масса $M_r = \dfrac{m_0}{\frac{1}{12} m_{0C}}$.

Молярная масса вещества $M = m_0 N_A$, где N_A — число Авогадро, $N_A \approx 6{,}02 \cdot 10^{-23}$ моль$^{-1}$, m_0 — масса молекулы.

Количество вещества $\nu = \dfrac{N}{N_A} = \dfrac{m}{M} = \dfrac{m_0 N}{M} = \dfrac{m}{m_0 N_A}$, где N — число молекул.

Основное уравнение молекулярно-кинетической теории

$$p = \frac{1}{3} n m_0 \overline{v^2}.$$

Давление газа $p = \dfrac{2}{3} n\overline{E}$.

Средняя кинетическая энергия *теплового движения одноатомных молекул*

$$\overline{E} = \frac{3}{2} kT = \frac{m_0 \overline{v}_{кв}^2}{2}.$$

Средняя квадратичная скорость молекул $\overline{v}_{кв} = \sqrt{\dfrac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\dfrac{3RT}{M}}$.

Ответы на вопросы к § 56 (§ 58)

1. Чтобы оценить размеры молекул оливкового масла, надо измерить площадь пятна, расплывшегося по поверхности воды, и объём капли.

2. Размеры атома порядка 10^{-10} м. Следовательно, если бы атом стал размером с маковое зёрнышко (10^{-4} м), то размеры зёрнышка были бы около 0,1 км.

3. Распространение запаха в воздухе (молекулы ароматического вещества проникают благодаря тепловому движению в пространство между молекулами воздуха), растворение сахара и соли в воде (процесс диффузии). При движении лодки по поверхности воды начинают двигаться нижние слои, так как направленно движущиеся молекулы, увлекаемые лодкой, переходят в другие слои воды благодаря тепловому движению, сообщая им также направленное движение.

Ответы на вопросы к § 57 (§ 59)

1. Относительная молекулярная масса воды H_2O равна

$$2 \cdot 1 + 16 = 18.$$

2. В воде, количество вещества которой равно 1 моль, число молекул равно числу Авогадро, которое, в свою очередь, равно $6{,}02 \cdot 10^{23}$ молекул. Следовательно, в воде, количество вещества которой равно 2 моль, $12{,}04 \cdot 10^{23} = 1{,}204 \cdot 10^{24}$ молекул.

3(4). Молярная масса вещества — это масса вещества в количестве 1 моль.

Молярная масса равна произведению массы молекулы данного вещества на число Авогадро: $M = m_0 N_A$.

Относительная молекулярная масса — это отношение массы молекулы к $\frac{1}{12}$ части массы атома углерода: $M_r = \dfrac{m_0}{\frac{1}{12} m_{0C}}$. Выразив массу молекулы из этих выражений, получим $\dfrac{M}{N_A} = M_r \dfrac{1}{12} m_{0C}$, или после преобразования $m_{0C} N_A = M_C = 0{,}012$ кг.

Таким образом, $M = M_r \dfrac{0{,}012}{12} \dfrac{\text{кг}}{\text{моль}} \approx 10^{-3} M_r$ кг · моль$^{-1}$.

Ответы на вопросы к § 59 (§ 61)

1. При соприкосновении гладких чистых срезов свинцовых брусков молекулы свинца находятся на достаточно близком расстоянии друг от друга и между ними действуют силы притяжения.

2. Мел хрупок, прижать плотно друг к другу два куска мела практически невозможно, поэтому молекулы двух кусков находятся на расстоянии, превышающем их размеры в несколько раз, и силы взаимодействия малы.

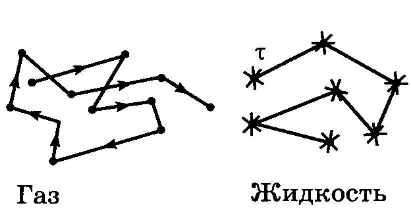
Ответы на вопросы к § 60 (§ 62)

1. На молекулы воздуха действует сила притяжения Земли, удерживающая их у поверхности.

2. Силы взаимодействия молекул газа малы, поэтому молекулы движутся хаотично, иногда сталкиваясь с другими молекулами и резко изменяя траекторию движения (рис. 2.1).

Молекулы жидкости расположены близко к другу, они колеблются около положения равновесия, перепрыгивая через некоторое время, равное в среднем 10^{-11} с, в новое положение равновесия (см. рис. 2.1).

Молекулы твёрдого тела колеблются около одного и того же положения равновесия.



τ – среднее время колебаний в положении равновесия

Рис. 2.1

🕮 Ответы на вопросы к § 61 (§ 63)

1. Реальный газ можно рассматривать как идеальный, если силами взаимодействия молекул можно пренебречь и объём, занимаемый молекулами газа, много меньше объёма сосуда.

2. Один слой газа давит на другой. Именно благодаря разности давлений выделенный слой воздуха в атмосферном столбе удерживается на определённой высоте (рис. 2.2).

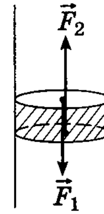


Рис. 2.2

🕮 Ответы на вопросы к § 62 (§ 64)

1(–). Нет, не всегда. Если на молекулы действует сила в каком-то направлении, то среднее значение проекции скорости в этом направлении будет отличаться от среднего значения скорости в двух других направлениях, перпендикулярных данному.

Однако при рассмотрении теплового движения молекул газа считается, что все три направления равноправны. Сила тяжести, действующая на молекулы, не играет в данном случае существенной роли.

2. Среднее значение проекции скорости на ось OX равна нулю, а среднее значение квадрата проекции скорости равно одной трети квадрата скорости движения молекулы.

🕮 Ответы на вопросы к § 63 (§ 65)

1. Давление тем больше, чем больше число ударов о стенку и чем больше сила удара одной молекулы. Число ударов и сила пропорциональны скорости, поэтому давление пропорционально квадрату скорости молекулы.

2. Давление на стенку пропорционально среднему квадрату проекции скорости на ось, перпендикулярную стенке. Средний квадрат проекции скорости равен одной трети среднего значения квадрата скорости. Поэтому в основном уравнении молекулярно-кинетической теории появляется множитель $\frac{1}{3}$.

3. Средняя кинетическая энергия молекул не зависит ни от концентрации, ни от давления газа. Давление газа определяется средней кинетической энергией теплового движения молекул.

✎ Решение задач из упражнения 11

Задача 1.

Дано:	Решение:
$V = 0{,}02$ см^3	Объём расплывшейся капли оливкового масла равен произведению площади пятна на толщину слоя.
S — ?	

Если считать, что слой масла состоит из одной молекулы (мономолекулярный слой), то толщина слоя будет равна диаметру молекулы.

Диаметр молекулы оливкового масла, как было определено экспериментально, $d \approx 1{,}7 \cdot 10^{-7}$ см.

Таким образом, $S = \dfrac{V}{d} = \dfrac{0{,}02}{1{,}7 \cdot 10^{\ 7}}$ (см^2) $\approx 1{,}2 \cdot 10^5$ см^2 = 12 м^2.

Ответ: $\approx$12 м^2.

Задача 2.

Дано:	Решение:
Водород — H_2 Гелий — He	Относительная молекулярная масса водорода $M_{r1} = 2 \cdot 1{,}00797 = 2{,}01594 \approx 2$.
M_1, M_2 — ?	Тогда молярная масса водорода $$M_1 \approx 0{,}002 \text{ кг/моль}.$$

Относительная молекулярная масса гелия $M_{r2} = 4{,}0026 \approx 4$.
Молярная масса гелия $M_2 = 0{,}004$ кг/моль.
Ответ: 0,002 кг/моль; 0,004 кг/моль.

Задача 3.

Дано:	Решение:
Углерод — C Кислород — O_2 $m_1 = 12$ кг $m_2 = 16$ кг	Молярная масса углерода $$M_1 = 0{,}012 \text{ кг/моль}.$$ Число молекул в углероде определим по формуле $N_1 = \dfrac{m_1}{M_1} N_A$, где N_A — число Авогадро.
$\dfrac{N_1}{N_2}$ — ?	Молярная масса кислорода $$M_2 = 0{,}032 \text{ кг/моль}.$$

Число молекул в кислороде:

$$N_2 = \frac{m_2}{M_2} N_A, \qquad \frac{N_1}{N_2} = \frac{m_1 M_2}{m_2 M_1} = \frac{12 \cdot 0{,}032}{16 \cdot 0{,}012} = 2.$$

Ответ: 2.

Замечание. Эту задачу можно было бы решить простым рассуждением. Масса углерода равна молярной массе углерода, выраженной в граммах. Следовательно, количество вещества равно 1000 моль. Данная масса кислорода равна половине молярной массы кислорода, выраженной в граммах, следовательно, количество вещества равно 500 моль. Так как число молекул равно произведению количества вещества на число Авогадро, то, следовательно, искомое отношение равно 2.

Задача 4.

Дано:	Решение:
$m = 1$ г	Молярная масса воды $M = 0{,}018$ кг/моль.
ν — ?	Количество вещества определяется выражением

$$\nu = \frac{m}{M} = \frac{0{,}001}{0{,}018}\left(\frac{\text{кг} \cdot \text{моль}}{\text{кг}}\right) \approx 0{,}056 \text{ моль}.$$

Ответ: $\approx$0,056 моль.

Задача 5(6).

Дано:
$M = 0{,}028$ кг/моль
m_0 — ?

Решение:

Масса молекулы равна отношению молярной массы вещества к числу Авогадро, так как в любом веществе в количестве 1 моль число молекул равно числу Авогадро:

$$m_0 = \frac{M}{N_A} = \frac{0{,}028}{6{,}02 \cdot 10^{23}} \left(\frac{\text{кг} \cdot \text{моль}}{\text{моль}}\right) = 4{,}65 \cdot 10^{-26} \text{ кг}.$$

Ответ: $4{,}65 \cdot 10^{-26}$ кг.

Задача 6(7).

Дано:
$M = 0{,}0635$ кг/моль
$V = 1$ м^3
$\rho = 9000$ кг/м^3
N — ?

Решение:

Число молекул равно произведению количества вещества на число Авогадро:

$$N = \frac{m}{M} N_A.$$

Масса меди $m = \rho V$.

В результате число атомов меди можно определить из выражения

$$N = \frac{\rho V}{M} N_A = \frac{9000 \cdot 1}{0{,}0635} \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23} \left(\frac{\text{кг} \cdot \text{м}^3 \cdot \text{моль}}{\text{м}^3 \cdot \text{кг} \cdot \text{моль}}\right) \approx 8{,}5 \cdot 10^{28}.$$

Ответ: $\approx 8{,}5 \cdot 10^{28}$.

Задача 7(8).

Дано:
$N = 10^{22}$
$\rho = 3500$ кг/м^3
V — ?

Решение:

Число атомов вещества равно произведению количества вещества на число Авогадро:

$$N = \frac{m}{M} N_A.$$

Для ответа на вопрос задачи надо знать атомную массу алмаза. В узлах кристаллической решётки алмаза находятся атомы углерода, следовательно,

$$M = 0{,}012 \text{ кг/моль}.$$

Масса алмаза

$$m = \rho V.$$

В результате число атомов углерода в данном объёме можно определить из выражения

$$N = \frac{\rho V}{M} N_A.$$

Тогда $V = \dfrac{NM}{\rho N_A} = \dfrac{10^{22} \cdot 0{,}012}{3500 \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23}} \left(\dfrac{\frac{\text{кг}}{\text{моль}}}{\frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot \frac{1}{\text{моль}}}\right) \approx 5{,}7 \cdot 10^{-8}$ м^3.

Ответ: $\approx 5{,}7 \cdot 10^{-8}$ м^3.

Задача 8(10).

Дано:	Решение:
$\overline{v^2} = 10^6$ м^2/с^2 $n = 3 \cdot 10^{25}$ м$^{-3}$ $m_0 = 5 \cdot 10^{-26}$ кг	Для ответа на вопрос задачи воспользуемся основным законом молекулярно-кинетической теории газов, связывающим макро- и микропараметры газа, в данном случае давление со скоростью, массой молекул и их концентрацией:
p — ?	

$$p = \frac{1}{3}m_0 n\overline{v^2} = \frac{1}{3}5 \cdot 10^{-26} \cdot 3 \cdot 10^{25} \cdot 10^6 \left(\frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{м}^3\text{с}^2}\right) = 5 \cdot 10^5 \text{ Па}.$$

Ответ: $5 \cdot 10^5$ Па.

Задача 9(11).

Дано:	Решение:
$V = 1{,}2$ л $=$ $= 1{,}2 \cdot 10^{-3}$ м^3 $N = 3 \cdot 10^{22}$ $p = 10^5$ Па	Для ответа на вопрос задачи воспользуемся основным законом молекулярно-кинетической теории газов, связывающим давление со средней кинетической энергией молекулы и концентрацией:
$\overline{E}$ — ?	$$p = \frac{2}{3}n\overline{E}.$$

Концентрация молекул $n = \dfrac{N}{V}$.

Тогда $\overline{E} = \dfrac{3pV}{2N} = \dfrac{3 \cdot 10^5 \cdot 1{,}2 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 3 \cdot 10^{22}}$ (Па · м^3) $= 6 \cdot 10^{-21}$ Дж.

Ответ: $6 \cdot 10^{-21}$ Дж.

Задача 10(12).

Дано:	Решение:
$m = 6$ кг $V = 4{,}9$ м^3 $p = 200$ кПа $=$ $= 2 \cdot 10^5$ Па	Для ответа на вопрос задачи воспользуемся основным законом молекулярно-кинетической теории газов, связывающим макро- и микропараметры газа, в данном случае давление со скоростью, массой молекул и их концентрацией:
$\overline{v^2}$ — ?	$$p = \frac{1}{3}m_0 n\overline{v^2}.$$

Произведение массы молекулы на концентрацию — плотность газа: $\rho = m_0 n = \dfrac{m}{V}$.

Тогда давление можно выразить формулой $p = \dfrac{1}{3}\rho\overline{v^2}$.

Отсюда $\overline{v^2} = \dfrac{3pV}{m}$.

Проверим размерность.

$$[v^2] = \left[\frac{\text{Па} \cdot \text{м}^3}{\text{кг}}\right] = \left[\frac{\text{Н} \cdot \text{м}^3}{\text{м}^2 \cdot \text{кг}}\right] = \left[\frac{\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{м}}{\text{с}^2 \cdot \text{кг}}\right] = \left[\frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}\right].$$

Произведём расчёт. $\overline{v^2} = \dfrac{3 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 4{,}9}{6}\left(\dfrac{\text{Па} \cdot \text{м}^3}{\text{кг}}\right) = 4{,}9 \cdot 10^5\ \dfrac{\text{м}^2}{\text{с}^2}$.

Ответ: $4{,}9 \cdot 10^5$ м^2/с^2.

Ответы на вопросы к § 64 (§ 66)

1. Состояние макроскопических тел характеризуется давлением, объёмом и температурой.

2. В тепловом равновесии температура всех тел системы одинакова.

3. Мы наблюдаем очень часто установление теплового равновесия и в повседневной жизни используем это явление. Чтобы нагреть молоко для ребёнка, женщина опускает бутылочку в тёплую воду. Вода в водоёмах постепенно становится равной средней температуре воздуха. В тепловом равновесии находятся все предметы в помещении, поэтому, если температура в помещении была достаточно низкой, необходимо большое количество теплоты, чтобы нагреть не только воздух в помещении, но и всё, что в нём находится.

4. Для измерения температуры на практике используют зависимость объёма жидкости от температуры, и всё сводится фактически к измерению длины подъёма столбика жидкости. Градус по шкале Цельсия определяется при делении на 100 отрезка между метками 0 (температура тающего льда) и 100 (температура кипящей воды). Так как все жидкости расширяются при нагревании неодинаково, то длина этого отрезка, а следовательно, и градус зависят от свойств жидкости. Поэтому для нового рабочего вещества мы каждый раз должны градуировать термометр.

Абсолютная шкала универсальна, так как в отличие от жидкостей газы расширяются и изменяют своё давление одинаково при изменении температуры, поэтому мы можем наполнять баллон кислородом, водородом и т. д. Расширение, а фактически показания термометра будут одинаковы.

5(–). Интенсивность теплообмена прямо пропорциональна разности температур.

Ответы на вопросы к § 65 (§ 67)

1. На основании того, что при нагревании газа в постоянном объёме давление увеличивается, а согласно основному уравнению молекулярно-кинетической теории увеличивается и кинетическая энергия теплового движения молекул.

2. Отношение произведения давления на объём газа к числу молекул различных газов постоянно при тепловом равновесии и не зависит от свойств газа: $\frac{pV}{N} = \text{const}$.

Ответы на вопросы к § 66 (§ 68)

1. Абсолютный нуль по шкале Цельсия приблизельно равен –273 °C.

2. Градус по абсолютной температурной шкале не зависит от свойств рабочего вещества, в то время как по шкале Цельсия градус зависит от того, какое рабочее вещество мы берём, например спирт или ртуть. Коэффициенты объёмного расширения этих веществ различны. Измерение температуры по абсолютной шкале можно делать в более широком интервале значений температур,

чем по шкале Цельсия; при измерении температуры по шкале Цельсия интервал ограничен температурами замерзания и кипения рабочего вещества.

3. Постоянная Больцмана численно равна двум третям изменения кинетической энергии теплового поступательного движения молекул при изменении абсолютной температуры на 1 К. Теоретически постоянную Больцмана определить нельзя.

4. Средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул прямо пропорциональна абсолютной температуре.

5. Согласно закону Авогадро в равных объёмах при одинаковых температурах и давлениях содержится одинаковое число молекул. Концентрация молекул определяется отношением числа молекул к объёму, следовательно, концентрация молекул всех газов одна и та же.

6(–). Средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул не зависит от их массы, а зависит только от температуры.

Ответы на вопросы к § 67 (§ 69)

1. Толщина слоя по ширине полоски различна, так как различны скорости атомов серебра. Наибольшая толщина слоя полоски находится в том месте, куда долетает наибольшее число атомов.

2. Средняя квадратичная скорость определяется выражением

$$\bar{v}_{\text{кв}} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}.$$

Следовательно, при увеличении температуры в 4 раза средняя квадратичная скорость увеличивается в 2 раза.

3. При одной и той же температуре скорость молекул тем больше, чем меньше их масса. Масса молекулы азота меньше массы молекулы кислорода, поэтому скорость молекул азота больше скорости молекул кислорода.

Решение задач из упражнения 12

Задача 1.

Дано:
$\Delta t = 2$ °C

k — ?

Решение:

Связь температуры в энергетических единицах с абсолютной температурой: $\Theta_{100} - \Theta_0 = k\,(T_2 - T_1)$.

Если 1 К был бы равен 2 °C, то $T_2 - T_1 = 50$ К, соответственно постоянная Больцмана была бы в 2 раза больше: $k = 2{,}76 \cdot 10^{-23}$ Дж/К.

Ответ: $2{,}76 \cdot 10^{23}$ Дж/К.

Задача 2(3).

Дано:
$V = 1$ см^3
$p = 1{,}3 \cdot 10^{-10}$ Па
$t = 27$ °C

N — ?

Решение:

Для решения задачи воспользуемся уравнением связи давления газа с концентрацией и температурой:

$$p = nkT,$$

где T — абсолютная температура газа, T (К) $= t + 273$ (°C).

Концентрация молекул газа $n = \frac{p}{kT}$.

В результате $N = \frac{pV}{kT} = \frac{1{,}3 \cdot 10^{-10} \cdot 1 \cdot 10^{-6}}{1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 300} = 3{,}14 \cdot 10^4$.

Ответ: $3{,}14 \cdot 10^4$.

Задача 3(5).

Дано:
$t = 100$ °C
$\bar{v}_{кв} = 540$ м/с
m_0 — ?

Решение:

Средняя квадратичная скорость молекулы равна $\bar{v}_{кв} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}$.

Из этого выражения найдём искомую массу молекулы: $m_0 = \frac{3kT}{\bar{v}_{кв}^2}$.

Проверим размерность. $[m_0] = \left[\frac{(\text{Дж/К}) \cdot \text{К}}{(\text{м/с})^2}\right] = \left[\frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{с}^2 \cdot \text{м}^2/\text{с}^2}\right] = \text{кг}$.

Произведём расчёт. $m_0 = \frac{3 \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 373}{540^2}$ (кг) $\approx 5{,}3 \cdot 10^{-26}$ кг.

Ответ: $\approx 5{,}3 \cdot 10^{-26}$ кг.

Задача 4(6).

Дано:
$t_1 = 37$ °C
$t_2 = 40$ °C
N (%) — ?

Решение:

Считаем, что среднюю квадратичную скорость молекул воды можно вычислить по формуле для скорости молекул газа: $\bar{v}_{кв} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}$.

Тогда

$$N = \frac{\sqrt{\frac{3kT_2}{m_0}} - \sqrt{\frac{3kT_1}{m_0}}}{\sqrt{\frac{3kT_1}{m_0}}} = \frac{\sqrt{T_2} - \sqrt{T_1}}{\sqrt{T_1}},$$

или в процентах

$$N = \frac{\sqrt{T_2} - \sqrt{T_1}}{\sqrt{T_1}} \cdot 100\% = \frac{\sqrt{313} - \sqrt{310}}{\sqrt{310}} \cdot 100\% \approx 0{,}5\%.$$

Ответ: $\approx 0{,}5\%$.

УРАВНЕНИЕ СОСТОЯНИЯ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА. ГАЗОВЫЕ ЗАКОНЫ (глава 10)

Закон Бойля — Мариотта ($m = \text{const}$, $T = \text{const}$): $pV = \text{const}$.

Закон Гей-Люссака ($m = \text{const}$, $p = \text{const}$): $V = V_0\,(1 + \alpha t\ (°\text{C}))$, где $\alpha = \frac{1}{273\ °\text{C}}$, или $\frac{V}{T} = \text{const}$.

Закон Шарля (m = const, V = const): $\frac{p}{T}$ = const.

Объединённый газовый закон (m = const) — уравнение Клапейрона:

$$\frac{pV}{T} = \text{const}.$$

Уравнение Менделеева — Клапейрона или уравнение состояния идеального газа:

$$pV = \frac{m}{M}RT.$$

Универсальная газовая постоянная

$$R = kN_A = 8{,}31\ \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}},\ \text{где}\ \ k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}\ \frac{\text{Дж}}{\text{К}}.$$

Давление газа $p = nkT$.

Закон Дальтона $p = p_1 + p_2 + \ldots$, или $p = \sum\limits_i p_i = \frac{RT}{V}\sum\limits_i^n \frac{m_i}{M_i}$, или $p = RT\sum\limits_{i=1}^n \frac{\rho_i}{M_i}$, где p_i — давление i-й компоненты смеси, m_i и M_i — масса и молярная масса i-й компоненты смеси, ρ_i — плотность i-й компоненты смеси.

Ответы на вопросы к § 68 (§ 70)

1. Уравнением состояния системы называют уравнение, которое связывает макропараметры — давление, объём и температуру.

2. Уравнение Менделеева — Клапейрона содержит больше информации, чем уравнение Клапейрона, так как оно записывается для газа произвольной массы, а уравнение Клапейрона — для газа данной массы.

3. Газовая постоянная R постоянна для любого газа, поэтому она и называется универсальной. Это следует из того, что любой газ в количестве 1 моль при нормальных условиях (p = 1 атм и t = 0 °С) занимает объём 22,4 л.

Для одного моля любого газа уравнение Менделеева — Клапейрона можно записать в виде $\frac{pV}{T} = \frac{p_0V_0}{T_0}$ = const.

Отношение $\frac{p_0V_0}{T_0}$ и есть универсальная газовая постоянная R.

$$R = \frac{1\ \text{атм} \cdot 22{,}4\ \text{л}}{1\ \text{моль} \cdot 273\ \text{К}} = 0{,}082\frac{\text{атм} \cdot \text{л}}{\text{моль} \cdot \text{К}} =$$

$$= 0{,}082 \cdot \frac{1{,}013 \cdot 10^5\ \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} \cdot 10^{-3}\ \text{м}^3}{\text{моль} \cdot \text{К}} = 8{,}31\frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}.$$

Ответы на вопросы к § 69 (§ 71)

1. Никак. При надувании щёк изменяется масса воздуха во рту, а закон Бойля — Мариотта справедлив только при постоянной массе газа.

2(3). Сохраняя один из параметров, характеризующих состояние газа (T, p или V) постоянным, можно осуществить любой из изопроцессов: изотермический, изобарный или изохорный.

3(–). Равновесное состояние — это состояние, при котором температура и давление во всех точках системы (газа) одинаковы.

4. При изотермическом процессе кинетическая энергия молекул остаётся постоянной, а следовательно, постоянна и их скорость. Давление газа объясняют ударами молекул о стенки сосуда, при которых изменяются импульсы молекул, соответственно на них действуют силы со стороны стенки и на стенку действуют силы со стороны молекул (по третьему закону Ньютона). При увеличении объёма газа число ударов уменьшается, хотя сила, действующая на стенку, со стороны молекулы при ударе остаётся постоянной. Давление определяется не только силой, но и числом ударов. При увеличении объёма число ударов уменьшается, поэтому давление уменьшается.

При изобарном нагревании скорость молекул увеличивается, поэтому должно увеличиваться и давление. Чтобы давление оставалось постоянным, надо увеличивать объём для уменьшения числа ударов о стенку.

При изохорном нагревании скорость молекул увеличивается, а концентрация их остаётся прежней, следовательно, увеличивается давление газа на стенку сосуда.

Решение задач из упражнения 13

Задача 1(2).

Дано:
$V = 100$ л $= 0{,}1$ м^3
$V_1 = 100$ см$^3 = 10^{-4}$ м^3
$t = 1$ с
$p = 5$ МПа $= 5 \cdot 10^6$ Па
$p_0 = 100$ кПа $= 10^5$ Па

N — ?

Решение:

Давление воздуха при попадании в компрессор равно атмосферному. При подаче в отбойный молоток давление становится бóльшим и равным p.

Считаем, что изменения температуры при этом не происходит, процесс изменения давления и объёма воздуха изотермический.

Так как время засасывания воздуха в компрессор и время подачи его в отбойный молоток равны, то при записи уравнений время можно не учитывать. Масса воздуха остаётся неизменной.

Запишем закон Бойля — Мариотта: $p_0V = NpV_1$.

Тогда число отбойных молотков, которые могут работать от данного компрессора, $N = \dfrac{p_0V}{pV_1} = \dfrac{10^5 \cdot 10^{-1}}{5 \cdot 10^6 \cdot 10^{-4}} = 20$.

Ответ: 20.

Задача 2(3).

Дано:	Решение:
$m = 2$ г $= 2\cdot10^{-3}$ кг $t = 0$ °C (273 K) $M = 0{,}002$ кг/моль	Согласно уравнению Менделеева — Клапейрона $pV = \frac{m}{M}RT$.
Построить изотермы	

Подсчитаем, чему равна постоянная правая часть уравнения

$$\frac{m}{M}RT = \frac{2\cdot10^{-3}}{2\cdot10^{-3}}\cdot 8{,}31\cdot 273\ (\text{Дж}) \approx 2270\ \text{Дж}.$$

Таким образом, имеем уравнение

$$pV = 2270, \quad \text{или} \quad p = \frac{2270}{V}.$$

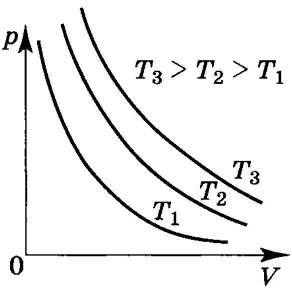


Рис. 2.3

График такой зависимости $p\ (V)$ — гипербола (рис. 2.3), при этом объём выражается в м^3, а давление в Па (СИ).

Изотермы на $V—T$ и $p—T$ диаграммах будут прямыми линиями.

Задача 3(4).

Дано:	Решение:
$\frac{p_2 - p_1}{p_1}\cdot 100\% = 0{,}4\%$ $\Delta t = 1$ K	По условию задачи газ находится в закрытом сосуде, число молекул и объём сосуда в процессе нагревания остаются постоянными, следовательно, постоянной остаётся и концентрация молекул газа.
T_1 — ?	

Воспользуемся формулой $p = nkT$ ($n = \text{const}$).

Тогда $\frac{p_2 - p_1}{p_1} = \frac{T_2 - T_1}{T_1} = \frac{\Delta T}{T_1} = 0{,}004.$

В результате получим $T_1 = \frac{\Delta T}{0{,}004} = 250$ K.

Ответ: 250 K.

Задача 4(6).

Дано:	Решение:
$\nu = 1$ моль $T_0 = 273$ K $p_0 = 1$ атм $= 1{,}013\cdot10^5$ Па	Известно, что любой газ в количестве 1 моль занимает объём, равный 22,4 л, поэтому сразу же можно ответить на вопрос задачи.
V_0 — ?	

Воспользуемся законом Менделеева — Клапейрона и проверим это: $p_0V_0 = \nu RT_0$.

Отсюда найдём

$$V_0 = \frac{\nu RT_0}{p_0} = \frac{1\cdot 8{,}31\cdot 273}{1{,}013\cdot10^5}\ (\text{м}^3) \approx 0{,}0224\ \text{м}^3 = 22{,}4\ \text{л}.$$

Ответ: 22,4 л.

Задача 5(7).

Дано:	Решение:
$t = 20$ °C ($T = 293$ K) $M = 0{,}029$ кг/моль $p_0 = 1$ атм $= 1{,}013 \cdot 10^5$ Па	Для решения задачи воспользуемся законом Менделеева — Клапейрона: $p_0V_0 = \frac{m}{M}RT_0$.
m — ?	

Отсюда искомая масса объём в классе $m = \frac{Mp_0V}{RT}$.

Предположим, что объём класса $4 \times 4 \times 6$ м^3. Тогда масса воздуха $m = \frac{0{,}029 \cdot 1{,}013 \cdot 10^5 \cdot 96}{8{,}31 \cdot 293}$ (кг) ≈ 116 кг.

Ответ: $m = \frac{Mp_0V}{RT}$.

Задача 6(9).

Дано:	Решение:
$V_1 = 0{,}03$ м^3 $t_1 = 455$ °C ($T = 728$ K) $p_1 = 1{,}35 \cdot 10^6$ Па $t_0 = 0$ °C ($T_0 = 273$ K) $p_0 = 1{,}013 \cdot 10^5$ Па	Для решения задачи воспользуемся уравнением Клапейрона: $\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_0V}{T_0}$. Из этого уравнения найдём объём $V = \frac{p_1V_1T_0}{T_1p_0} =$ $= \frac{1{,}35 \cdot 10^6 \cdot 0{,}03 \cdot 273}{728 \cdot 1{,}013 \cdot 10^5}$(м^3) $= 0{,}15$ м^3.
V — ?	

Ответ: 0,15 м^3.

Задача 7(10).

Дано:	Решение:
$H = 7134$ м $p = 3{,}8 \cdot 10^4$ Па $T = 273$ K $T_0 = 273$ K $\rho_0 = 1{,}29$ кг/м^3	Для решения задачи воспользуемся уравнением Менделеева — Клапейрона: $pV = \frac{m}{M}RT$. Разделив на объём левую и правую часть равенства, получим $p = \frac{\rho}{M}RT$.
ρ — ?	

Таким образом, плотность воздуха можно найти из выражения

$$\rho = \frac{Mp}{RT}. \quad (1)$$

При нормальных условиях $\rho_0 = \frac{Mp_0}{RT_0}$.

Таким образом, выразив $\frac{M}{R}$ из последнего уравнения и подставив в уравнение (1), получим

$$\rho = \frac{\rho_0T_0p}{p_0T} = \frac{1{,}29 \cdot 273 \cdot 3{,}8 \cdot 10^4}{1{,}013 \cdot 10^5 \cdot 273} \text{ (кг/м}^3\text{)} \approx 0{,}48 \text{ кг/м}^3.$$

Ответ: $\approx$0,48 кг/м^3.

Задача 8(11).

Решение. Процесс 1—2 изобарный, процесс 2—3 изотермический, а процесс 3—1 изохорный.

На рисунках 2.4, *а*, *б* показаны графики изменения состояния газа в координатах p, V и p, T.

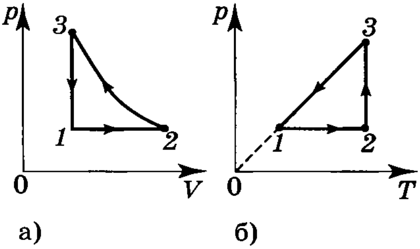


Рис. 2.4

Задача 9(12).

Решение. Для решения задачи воспользуемся формулой для средней квадратичной скорости теплового движения молекул:

$$\bar{v}_{\text{кв}} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}.$$

Универсальная газовая постоянная связана с постоянной Больцмана и числом Авогадро формулой $R = kN_{\text{А}}$.

Молярная масса газа равна произведению массы молекулы на число Авогадро: $M = m_0N_{\text{А}}$. Таким образом, $\frac{k}{m_0} = \frac{R}{M}$, и выражение для средней квадратичной скорости имеет вид

$$\bar{v}_{\text{кв}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}.$$

Задача 10(5).

Решение. Для газа постоянной массы согласно уравнению Клапейрона отношение произведения давления на объём к абсолютной температуре есть величина постоянная:

$$\frac{pV}{T} = \text{const} = C, \quad \text{или} \quad V = C\frac{T}{p}.$$

Таким образом, если давление уменьшается, а температура увеличивается, то объём газа увеличивается.

На этот вопрос можно было бы ответить, анализируя изотермы на p—V диаграмме (рис. 2.5).

Считаем, что начальные параметры газа соответствуют точке *1*. Уменьшим давление при постоянном объёме, перейдя в точку *2* (при этом уменьшится температура), а затем увеличим температуру при постоянном давлении, перейдя в точку *3*. Мы видим, что объём газа увеличивается.

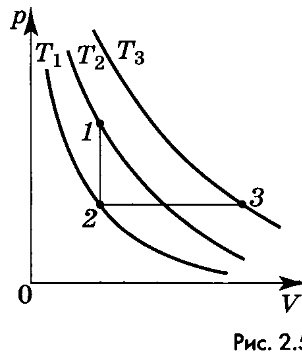


Рис. 2.5

Относительная влажность $\varphi = \frac{p_{\text{п}}}{p_{\text{н. п}}} \cdot 100\% = \frac{\rho_{\text{п}}}{\rho_{\text{н. п}}} \cdot 100\%$, где $p_{\text{п}}$ — парциальное давление пара; $\rho_{\text{п}}$ — плотность пара; $p_{\text{н. п}}$ и $\rho_{\text{н. п}}$ — давление и плотность насыщенного пара.

Ответы на вопросы к § 70 (§ 72)

1. Собака высовывает язык, чтобы слюна испарялась и охлаждала его. Собака в отличие от других млекопитающих не имеет потовых желез, с помощью которых организм охлаждается за счёт испарения пота, поэтому высовывание языка единственный способ охлаждения собаки в жару. Для того чтобы собака не перегрелась в жару, не стоит одевать ей намордник.

2. При уменьшении объёма концентрация молекул пара увеличивается и число молекул, переходящих в жидкость, будет больше числа молекул, переходящих из жидкости в пар. Постепенно опять будет достигнуто состояние динамического равновесия, и концентрация молекул станет прежней. Давление прямо пропорционально концентрации молекул, которая остаётся постоянной, поэтому и давление остаётся постоянным и не зависит от объёма.

3. Раствор сахара становится насыщенным, и сахар больше не растворяется. Но это не означает, что в растворе находятся одни и те же молекулы сахара. Происходит непрерывный обмен молекул в кристалликах сахара и молекул раствора. Это состояние динамического равновесия.

Ответы на вопросы к § 71 (§ 73)

1. С увеличением давления увеличивается температура насыщенного пара, а при кипении давление в пузырьках равно давлению насыщенного пара. Поэтому температура кипения возрастает с увеличением давления.

2. При увеличении температуры давление насыщенных паров возрастает и пузырьки увеличиваются в размерах за счёт увеличения массы пара, они всплывают, начинается процесс кипения. Увеличение же объёма пузырьков за счёт воздуха несущественно. Отметим, что зародышевый пузырёк должен состоять из воздуха или другого газа, но не из пара самой жидкости. Только в этом случае он может находиться в равновесном состоянии. Если бы пузырёк состоял только из пара, то при увеличении давления выше давления насыщенного пара пар переходил бы в жидкость и объём пузырька уменьшился бы до нуля.

3. Жидкость может закипеть, если понижать внешнее давление. Откачивая воздух из сосуда, можно заставить закипеть жидкость, находящуюся в нём, при температурах, меньших температуры кипения.

Ответы на вопросы к § 72 (§ 74)

1. Относительная влажность определяется отношением парциального давления пара, содержащегося в воздухе, к давлению насыщенного пара при той же температуре умноженным на 100%.

2. Разность показаний термометров психрометра зависит только от влажности воздуха.

Решение задач из упражнения 14

Задача 1(2).

Решение. При спуске в шахту давление увеличивается, следовательно, будет увеличиваться и температура кипения воды.

Задача 2(3).

Решение. При кипении давление пара в пузырьках равно атмосферному давлению, а его температура — 100 °C.

Согласно уравнению Менделеева — Клапейрона

$$\rho = \frac{pM}{RT} = \frac{1{,}013 \cdot 10^5 \cdot 0{,}018}{8{,}31 \cdot 373} \text{ (кг/м}^3) \approx 0{,}58 \text{ кг/м}^3.$$

Ответ: $\approx 0{,}58$ кг/м^3.

Задача 3(4).

Решение. Бельё перестаёт высыхать, когда пар становится насыщенным. Наступает состояние динамического равновесия между водой в мокром белье и паром в воздухе.

Давление насыщенного пара зависит от температуры. Чем ниже температура, тем меньше давление насыщенного пара. Если открыть форточку, температура воздуха понизится и понизится давление насыщенного пара. Так как при более низкой температуре давление насыщенного пара меньше, чем при температуре воздуха на кухне, то бельё высохнет быстрее.

Задача 4(7).

Дано:
$t = 20$ °C
$\varphi_1 = 20\%$
$\varphi_2 = 50\%$
$V = 40$ м^3
$\rho_{н.\,п} = 1{,}73 \cdot 10^{-2}$ кг/м^3

m — ?

Решение:

Относительная влажность определяется отношением парциального давления пара, содержащегося в воздухе, к давлению насыщенного пара при той же температуре: $\varphi = \frac{p}{p_{н.\,п}} \cdot 100\%$.

Так как при данной температуре газа давление пропорционально плотности, то можно записать $\varphi = \frac{\rho}{\rho_{н.\,п}} \cdot 100\%$.

Таким образом, $\varphi_1 = \frac{\rho_1}{\rho_{н.\,п}} \cdot 100\%$, $\varphi_2 = \frac{\rho_2}{\rho_{н.\,п}} \cdot 100\%$.

В свою очередь, плотность пара $\rho_1 = \frac{m_1}{V}$, $\rho_2 = \frac{m_2}{V}$.

Масса воды, которую нужно испарить для повышения влажности,

$$m = m_2 - m_1 = (\rho_2 - \rho_1)\, V. \qquad (1)$$

Выразим плотность пара из формулы для относительной влажности $\rho = \frac{\varphi p_{\text{н. п}}}{100\%}$ и подставим её в уравнение (1).

Тогда

$$m = \frac{(\varphi_2 - \varphi_1) p_{\text{н. п}}\, V}{100\%} = \frac{(50 - 20) \cdot 1{,}73 \cdot 10^{-2} \cdot 40}{100} \text{ (кг)} \approx 0{,}21 \text{ кг}.$$

Ответ: $\approx$0,21 кг.

ТВЁРДЫЕ ТЕЛА (глава 12)

🕮 Ответы на вопросы к § 73 (§ 75)

1. Все кристаллы анизотропны. Если представить объёмную кристаллическую решётку, то очевидно, что в зависимости от направления расположение атомов в плоскости, перпендикулярной выбранному направлению, будет различным. Кристаллическую структуру имеют металлы. Однако если взять большой кусок металла, то можно увидеть, что маленькие кристаллики расположены хаотично, вследствие чего свойства металлов не зависят от направления, можно сказать, что металлы изотропны, хотя каждый из кристалликов, составляющих металл, анизотропен.

2. Древесина не является кристаллическим телом. В древесине вдоль ствола проходят капилляры, вследствие чего по стволу происходит подъём жидкости. Наличие капилляров, размеры которых существенно больше периода кристаллической решётки, обусловливает различие свойств древесины от направления.

3. Монокристаллы имеют во всём объёме единую кристаллическую решётку. К ним относятся кварц, исландский шпат, сапфир.

Поликристаллы состоят из монокристаллов, расположенных хаотично. Поликристаллами являются никель, железо, минералы.

🕮 Ответы на вопросы к § 74 (§ 76)

1. Аморфные тела изотропны, т. е. их физические свойства не зависят от направления. Кристаллические тела анизотропны. У аморфных тел нет строгого порядка в расположении атомов на больших расстояниях (нет дальнего порядка), у них порядок сохраняется на двух-трёх межатомных расстояниях (ближний порядок).

2. Кремнезём, стекло, вар, смолы.

3. Кристаллическое твёрдое тело имеет температуру плавления, при которой оно становится жидкостью. Поэтому получить какое-то определённое изделие можно, заливая расплавленное вещество в специально приготовленные формы.

Аморфные тела не имеют определённой температуры плавления. При нагревании они размягчаются, поэтому, нагревая кусок стекла, можно выдуть стеклянный шар благодаря тому, что жидкое стекло обладает вязкостью большей, чем классическая жидкость. Затем стеклодув придаёт ему необходимую форму.

ОСНОВЫ ТЕРМОДИНАМИКИ (глава 13)

Внутренняя энергия одноатомного газа $U = \frac{3}{2}\frac{m}{M}RT$.

Количество теплоты $Q = cm\Delta T$, где c — удельная теплоёмкость газа; ΔT — изменение температуры.

Работа газа при изобарном процессе $A = p\,(V_2 - V_1)$.

Первый закон (начало) термодинамики: $\Delta U = Q + A'$, где A' — работа внешних сил; $A' = -A$, где A — работа, совершаемая системой.

Количество теплоты $Q = \Delta U + A$.

Изотермический процесс ($T = \text{const}$, $\Delta T = 0$):
количество теплоты $Q = A$;
удельная теплоёмкость $c_T = \dfrac{Q}{m\Delta T} \to \infty$.

Изобарный процесс ($p = \text{const}$):
количество теплоты $Q = \Delta U + A$, где $A = p\Delta V$ — работа газа;
удельная теплоёмкость (для одноатомного газа)

$$c_p = \frac{Q}{m\Delta T} = \frac{5}{2}\frac{R}{M}.$$

Изохорный процесс ($V = \text{const}$):
количество теплоты $Q = \Delta U$;
удельная теплоёмкость (для одноатомного газа)

$$c_V = \frac{Q}{m\Delta T} = \frac{\Delta U}{m\Delta T} = \frac{3}{2}\frac{R}{M}.$$

Удельные теплоёмкости связаны соотношением $c_p = c_V + \dfrac{R}{M}$.

Адиабатный процесс:
количество теплоты $Q = 0$;
удельная теплоёмкость $c_{\text{ад}} = \dfrac{Q}{m\Delta T} = 0$.

Коэффициент полезного действия тепловой машины $\eta = \frac{A}{Q_1} \cdot 100\% = \frac{Q_1 - |Q_2|}{Q_1} \cdot 100\%$, где Q_1 — количество теплоты, передаваемой нагревателем рабочему телу; Q_2 — количество теплоты, передаваемой рабочим телом холодильнику.

Коэффициент полезного действия идеальной тепловой машины Карно $\eta_{ид} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\%$.

Холодильный коэффициент тепловой машины

$$\eta_x = \frac{Q_2}{A} = \frac{Q_2}{Q_1 - Q_2} = \frac{1}{\frac{Q_1}{Q_2} - 1}.$$

Холодильный коэффициент тепловой машины Карно

$$\eta_x = \frac{1}{\frac{T_1}{T_2} - 1} = \frac{T_2}{T_1 - T_2}.$$

Ответы на вопросы к § 75 (§ 77)

1. Приведём примеры перехода механической энергии во внутреннюю.

Останавливаем рукой вращающееся колесо, рука нагревается. Если на море волнение, то вода становится теплее. При обработке изделия на токарном станке изделие нагревается. При забивании гвоздя молотком молоток и гвоздь нагреваются.

Пример перехода внутренней энергии в механическую: нагретый газ расширяется адиабатно и поднимает поршень, при этом газ охлаждается.

2. Внутренняя энергия газа равна сумме кинетической энергии беспорядочного движения молекул и потенциальной энергии их взаимодействия. Кинетическая энергия определяется температурой, а потенциальная энергия — расстоянием между молекулами. Поэтому внутренняя энергия реального газа зависит от температуры и объёма.

3. Внутренняя энергия идеального газа определяется энергией теплового движения молекул, поэтому она зависит только от температуры газа: $U \sim T$.

Внутренняя энергия одноатомного газа $U = \frac{3}{2}\frac{m}{M}RT$.

Ответы на вопросы к § 76 (§ 78)

1. При сжатии газа молекулы упруго ударяются о движущийся поршень, при этом их скорость увеличивается, увеличивается и их кинетическая энергия. Температура — мера кинетической энергии теплового движения молекул. Следовательно, газ нагревается.

2. На рисунке изображено изотермическое сжатие. При этом газ (сила давления газа) совершает отрицательную работу, внешние силы совершают положительную работу.

🕮 Ответы на вопросы к § 77 (§ 79)

1. Количественная мера теплопередачи энергии без совершения механической работы называется количеством теплоты. Если механическая работа не совершается, то количество переданной теплоты равно изменению внутренней энергии.

2. Удельная теплоёмкость зависит от свойств вещества, а также от процесса, при котором произошла теплопередача.

3. Удельная теплота парообразования определяется количеством теплоты, которую надо сообщить при постоянной температуре жидкости массой 1 кг, чтобы превратить её в пар.

4. Удельная теплота плавления определяется количеством теплоты, которую надо сообщить при температуре плавления кристаллическому твёрдому веществу массой 1 кг для превращения его в жидкость.

5. Количество теплоты, получаемой телом, считается положительной величиной, количество теплоты, отдаваемой телом, — отрицательной.

🕮 Ответы на вопросы к § 78 (§ 80)

1. Первая формулировка: изменение внутренней энергии системы при переходе из одного состояния в другое равно сумме работы внешних сил и количества теплоты, переданной системе.

Вторая формулировка: невозможно создать вечный двигатель первого рода, т. е. устройство, с помощью которого можно получить работу бóльшую, чем затраченное количество теплоты.

2. Изменение внутренней энергии системы отрицательно, если: 1) система отдаёт тепло и совершает положительную работу: Q, $A < 0$, при этом $A' > 0$; 2) система отдаёт тепло и совершает отрицательную работу, при этом модуль количества теплоты больше положительной работы внешних сил: $|Q| > A = |A'|$; 3) система получает тепло и совершает положительную работу, при этом модуль работы внешних сил больше количества теплоты, сообщённой системе: $|A| = A' > Q$.

3. Внутренняя энергия определяется кинетической энергией теплового движения молекул и потенциальной энергией их взаимодействия, она определяет полную энергию молекул тела, является характеристикой состояния системы. Теплота — это не свойство системы, она характеризует процесс передачи энергии, работа также совершается в результате какого-либо процесса.

🕮 Ответы на вопросы к § 79 (§ 81)

1. Работа больше при изобарном нагревании. Это становится особенно очевидным, если воспользоваться графическим истолко-

ванием работы. На рисунке 2.6 изобразим два процесса расширения газа от V_1 до V_2.

Площадь фигуры *acdb* больше площади фигуры *aceb*.

2(3). Если система изолированная, то сумма количеств теплоты, полученной и отданной телами, равна нулю: $Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0$. Если, например, тело *2* получает тепло от двух других тел, то это уравнение имеет вид $-|Q_1| + Q_2 - |Q_3| = 0$.

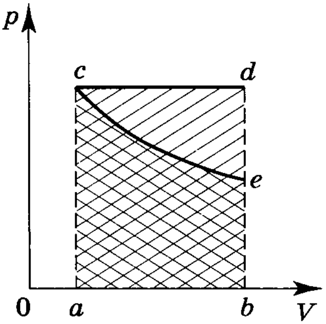


Рис. 2.6

🕮 Ответы на вопросы к § 80 (§ 82)

1. Необратимыми процессами называются процессы, которые самопроизвольно могут протекать только в одном направлении.

Примерами необратимых процессов являются теплопередача, диффузия.

2(3). Первая формулировка: невозможен самопроизвольный переход тепла от менее нагретого тела к более нагретому.

Вторая формулировка: невозможно создание вечного двигателя второго рода, т. е. устройства, которое полностью превращало бы количество теплоты, сообщённой системе, в механическую работу (КПД 100%), часть тепла должна быть передана холодильнику.

3(4). Направление течения рек определяется рельефом местности; вода течёт в направлении более низких территорий; потенциальная энергия переходит в кинетическую. Самопроизвольное изменение направления течения невозможно, так как для осуществления этого необходимо внешним силам совершить работу, поэтому никакого нарушения закона сохранения энергии не может быть.

🕮 Ответы на вопросы к § 82 (§ 84)

1. Тепловой двигатель — это устройство, с помощью которого количество теплоты превращается в механическую работу.

2. Благодаря нагревателю происходит нагрев рабочего вещества, от нагревателя к рабочему телу передаётся тепло. Рабочее тело совершает механическую работу. Холодильнику передаётся тепло для того, чтобы процесс возвращения системы в исходное состояние происходил при более низкой температуре и работа за цикл была бы отлична от нуля.

3(4). Коэффициентом полезного действия называется отношение механической работы, совершённой газом, к количеству теплоты, полученной от нагревателя: $\eta = \frac{A'}{Q_1}$.

4(5). Максимальное значение коэффициента полезного действия у идеальной тепловой машины Карно, работающей при тех же температурах нагревателя и холодильника, что и реальная, равно $\eta_{max} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$.

Решение задач из упражнения 15

Задача 1.

Дано:	Решение:
$p_2 = 3p_1$	Внутренняя энергия одноатомного идеального газа $U = \frac{3}{2}\frac{m}{M}RT$.
$V_2 = \frac{V_1}{2}$	Согласно уравнению Менделеева — Клапейрона $pV = \frac{m}{M}RT$.
$\frac{U_2}{U_1}$ — ?	

Выражение для внутренней энергии можно записать в виде

$$U = \frac{3}{2}pV, \text{ тогда } U_1 = \frac{3}{2}p_1V_1, \text{ а } U_2 = \frac{3}{2}p_2V_2.$$

Отношение внутренних энергий газа в двух состояниях

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{p_2V_2}{p_1V_1} = 3\cdot\frac{1}{2} = \frac{3}{2}.$$

Ответ: 3/2.

Задача 2(3).

Дано:	Решение:
$Q = 200$ Дж	Согласно первому закону термодинамики $Q = \Delta U + A'$,
$A' = 400$ Дж	отсюда $\Delta U = Q - A' = 200 - 400$ (Дж) $= -200$ Дж.
ΔU — ?	**Ответ:** -200 Дж.

Задача 3(4).

Дано:	Решение:
$m_1 = 0{,}1$ г $= 10^{-4}$ кг	Работа газа при постоянном давлении $A = p\Delta V$.
$m_2 = 0{,}5$ г $= 5\cdot10^{-4}$ кг	Согласно уравнению Менделеева — Клапейрона $p\Delta V = \frac{\Delta m}{M}RT$.
$t = 27$ °С (300 К)	
$M = 0{,}029$ кг/моль	
A — ?	

Таким образом, работа определяется выражением

$$A = p\Delta V = \frac{\Delta m}{M}RT = \frac{m_2 - m_1}{M}RT = \frac{5\cdot10^{-4} - 10^{-4}}{0{,}029}\cdot 8{,}31\cdot 300 \text{ (Дж)} \approx$$
$$\approx 34 \text{ Дж}.$$

Ответ: $\approx$34 Дж.

Задача 4(5).

Дано:	Решение:
$V = 1$ л $= 10^{-3}$ м^3	Нагревание воздуха происходит при постоянном объёме. Тепло расходуется на изменение внутренней энергии и соответственно только на увеличение кинетической энергии теплового движения молекул:
$\Delta t = 50$ °С	$Q = \Delta U$.
($\Delta T = 50$ К)	
Сравнить время нагревания	

При нагревании воды тепло тратится и на увеличение кинетической энергии теплового движения молекул, и на увеличение потенциальной энергии их взаимодействия. Поэтому вода будет нагреваться дольше, чем воздух.

Можно провести оценочный расчёт. Представим, что сосуд был наполнен воздухом при атмосферном давлении.

Тогда $\frac{m}{M}RT_0 = p_0V$. Отсюда $\frac{m}{M}R = \frac{p_0V}{T_0}$ (предположим, что начальное давление равно 1 атм, а температура около 300 К).

Молекулы воздуха в основном состоят из двух атомов, внутренняя энергия газа $U = \frac{5}{2}\frac{m}{M}RT$.

Тогда $Q_1 = \frac{5}{2}\frac{p_0V}{T_0}\Delta T = \frac{5}{2}\cdot\frac{10^5\cdot 10^{\ 3}}{300}\cdot 50$ (Дж) ≈ 42 Дж.

Количество теплоты, необходимой для нагревания воды на ΔT, равно

$$Q_2 = cm\Delta T = 4{,}2\cdot 10^3\cdot 1\cdot 50 \text{ (Дж)} = 2{,}1\cdot 10^5 \text{ Дж}.$$

Ответ: вода будет нагреваться дольше, чем воздух.

Задача 5(6).

Решение. Разность давлений в нижней и верхней частях сосуда не сможет существовать достаточно долго, так как воздух, находящийся при более высоком давлении в нижней части сосуда, будет заполнять пустые ячейки турбины и переноситься в верхнюю часть. В результате давления станут равны и подъём жидкости прекратится.

Задача 6(7).

Решение. Процесс *1—2* изобарный, при этом процессе газ нагревается ($\Delta T > 0$) и совершает положительную работу ($\Delta V > 0$). Газ получает тепло.

Процесс *2—3* изотермический, при этом процессе объём уменьшается, газ совершает отрицательную работу, внутренняя энергия не изменяется. Газ отдаёт тепло.

Процесс *3—1* изохорный, при этом процессе температура уменьшается, внутренняя энергия убывает, работа же газом не совершается, следовательно, газ отдаёт тепло.

Задача 7(9).

Дано:
$m = 4$ кг
$\Delta T = 100$ К
Q — ?

Решение:

При постоянном объёме тепло расходуется только на увеличение внутренней энергии:

$$Q = \Delta U = \frac{3}{2}\frac{m}{M}R\Delta T.$$

Проверим размерность. $[Q] = \left[\frac{\text{кг}}{\text{кг/моль}}\cdot\frac{\text{Дж}}{\text{моль}\cdot\text{К}}\cdot\text{К}\right] = \text{Дж}.$

Произведём расчёт.

$$Q = \frac{3}{2}\cdot\frac{4}{0{,}004}\cdot 8{,}31\cdot 100\ (\text{Дж}) \approx 1{,}25\cdot 10^6\ \text{Дж}.$$

Ответ: $\approx 1{,}25\cdot 10^6$ Дж.

Задача 8(11).

Дано:
$m = 2$ кг
$\Delta T = 10$ К
$c = 14$ кДж/(кг · К) = $= 1{,}4\cdot 10^4$ Дж/(кг · К)

ΔU — ?

Решение:

Изменение внутренней энергии водорода равно разности количества теплоты, сообщённой газу, и работы, совершённой газом: $\Delta U = Q - A'$.

Количество теплоты $Q = cm\Delta T$.

Работа газа при постоянном давлении определяется выражением $A' = \frac{m}{M}R\Delta T$.

В результате запишем

$$\Delta U = m\Delta T\left(c - \frac{R}{M}\right) = 2\cdot 10\cdot\left(1{,}4\cdot 10^4 - \frac{8{,}31}{0{,}002}\right)(\text{Дж}) \approx 2\cdot 10^5\ \text{Дж}.$$

Ответ: $\approx 2\cdot 10^5$ Дж.

Задача 9(12).

Дано:
$\nu = 4$ моль
$A = 500$ Дж

ΔT — ?

Решение:

При адиабатном процессе изменение внутренней энергии газа равно работе внешних сил: $\Delta U = A$.

Внутренняя энергия одноатомного газа определяется выражением $U = \frac{3}{2}\frac{m}{M}RT$. Таким образом, $\frac{3}{2}\frac{m}{M}R\Delta T = A$.

В результате получим $\Delta T = \frac{2A}{3\nu R} = \frac{2\cdot 500}{3\cdot 4\cdot 8{,}31}\ (\text{К}) \approx 10$ К.

Ответ: ≈ 10 К.

Задача 10(14).

Дано:
$m_1 = 0{,}4$ кг
$t_1 = 10$ °C
$m_2 = 0{,}6$ кг
$t_2 = -40$ °C

t — ?

Решение:

Система «лёд — вода» — изолированная система. Согласно уравнению теплового баланса

$$Q_1 + Q_2 = 0,\ \text{где}$$

Q_1 — количество теплоты, которую отдаёт вода, Q_2 — количество теплоты, получаемой льдом.

Для составления уравнения выясним конечное агрегатное состояние системы.

Для расчёта необходимо знать удельные теплоёмкости $c_в$ воды и $c_л$ льда, а также удельную теплоту плавления λ льда. Находим значения этих величин из таблиц: $c_в = 4{,}2\cdot 10^3$ Дж/(кг · К); $c_л = 2{,}1\cdot 10^3$ Дж/(кг · К); $\lambda = 3{,}33\cdot 10^5$ Дж/кг.

Подсчитаем количество теплоты, которую может отдать вода, остывая до 0 °С.

$Q_1 = c_в m_1 (t_1 - 0°) = 4{,}2 \cdot 10^3 \cdot 0{,}4 \cdot 10$ (Дж) $= 1{,}68 \cdot 10^4$ Дж.

Количество теплоты, которую может получить лёд, нагреваясь до 0 °С:

$|Q_2| = c_л m_2 (0° - t_2) = 2{,}1 \cdot 10^3 \cdot 0{,}6 \cdot 40$ (Дж) $= 5{,}04 \cdot 10^4$ Дж.

Сравнивая полученные значения, приходим к выводу, что количества теплоты, выделяемой при остывании воды, не хватит на то, чтобы лёд нагрелся до температуры таяния. Однако вода может частично замёрзнуть, при этом отдавая тепло льду.

Массу замёрзшей воды при нагревании льда до 0 °С можно определить из соотношения.

$$\Delta m = \frac{Q_2 - Q_1}{\lambda} = \frac{(5{,}04 - 1{,}68) \cdot 10^4}{3{,}33 \cdot 10^5} \text{ (кг)} = 0{,}1 \text{ кг}.$$

Таким образом, в калориметре будут находиться вода массой 0,3 кг и лёд массой 0,7 кг при температуре 0 °С.

Ответ: 0 °С.

Задача 11(15).

Дано:	Решение:
$t_2 = 27°$ ($T_2 = 300$ К) $\eta = 80\%$	КПД идеальной тепловой машины $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\%$.
T_1 — ?	

Из этого выражения находим T_1: $T_1 = \dfrac{T_2}{1 - \dfrac{\eta}{100}} = 1500$ К.

Ответ: 1500 К.

Задача 12(16).

Дано:	Решение:
$Q_1 = 1{,}5 \cdot 10^6$ Дж $Q_2 = -1{,}2 \cdot 10^6$ Дж $t_2 = 30$ °С ($T_2 = 303$ К) $t_1 = 250$ °С ($T_1 = 523$ К)	КПД тепловой машины определяется выражением
η — ?	

$$\eta = \frac{Q_1 - |Q_2|}{Q_1} \cdot 100\% = \frac{1{,}5 \cdot 10^6 - 1{,}2 \cdot 10^6}{1{,}5 \cdot 10^6} \cdot 100\% = 20\%.$$

КПД идеальной тепловой машины или максимально возможный КПД $\eta_{ид} = \dfrac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\% = \dfrac{523 - 303}{523} \cdot 100\% \approx 42\%$.

Как и следовало ожидать, КПД идеальной тепловой машины больше КПД реальной машины.

Ответ: 20%.

ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ

ЭЛЕКТРОСТАТИКА (глава 14)

Заряд электрона $q_e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл.
Масса электрона $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг.
Заряд протона $q_p = +1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл.
Масса протона $m_p = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ кг.

Закон Кулона: $F = k\dfrac{|q_1||q_2|}{r^2}$, где q_1 и q_2 — модули взаимодействующих зарядов; r — расстояние между ними; k — коэффициент, зависящий от выбора системы единиц.

В СИ коэффициент $k = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \cdot 10^9\,\dfrac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2}$, где ε_0 — электрическая постоянная, $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\,\dfrac{\text{Ф}}{\text{м}}\left(\dfrac{\text{Ф}}{\text{м}} = \dfrac{\text{Кл}^2}{\text{Н} \cdot \text{м}^2}\right)$.

Закон Кулона в СИ: $F = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{|q_1||q_2|}{\varepsilon r^2}$, где ε — относительная диэлектрическая проницаемость среды.

Напряжённость электрического поля $\vec{E} = \dfrac{\vec{F}}{q_0}$.

Напряжённость электрического поля точечного заряда

$$E = k\frac{q}{r^2}.$$

Принцип суперпозиции полей: $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \ldots$.

Работа электростатических сил по перемещению заряда q_0 в поле заряда q $\quad A = \dfrac{q_0 q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\left(\dfrac{1}{r_1} - \dfrac{1}{r_2}\right)$.

Разность потенциалов двух точек поля $\varphi_1 - \varphi_2 = \dfrac{A_{1-2}}{q_0}$.

Потенциал в данной точке поля $\varphi = \dfrac{W_{\text{пот}}}{q_0}$.

Принцип суперпозиции для потенциала: $\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \ldots$.

Потенциал поля точечного заряда в СИ $\varphi = \dfrac{A}{q_0} = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}$.

Разность потенциалов между точками *1* и *2*, принадлежащими разным эквипотенциальным поверхностям однородного поля

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{A}{q_0} = Ed,$$

где d — кратчайшее расстояние между поверхностями.

Электрическая ёмкость проводника $C = \dfrac{\Delta q}{\Delta\varphi}$.

Электроёмкость плоского конденсатора $C = \dfrac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}$.

Соотношение для эквивалентной электроёмкости при последовательном соединении конденсаторов $\dfrac{1}{C_{\text{экв}}} = \sum\limits_i \dfrac{1}{C_i}$.

Эквивалентная электроёмкость при параллельном соединении конденсаторов $C_{\text{экв}} = \sum\limits_i C_i$.

Энергия электрического поля конденсатора $W_{\text{э}} = \dfrac{q^2}{2C} = \dfrac{CU^2}{2}$.

Энергия системы проводников $W_{\text{э}} = \sum\limits_i \dfrac{q_i \varphi_i}{2}$, где q_i — заряд i-го проводника; φ_i — его потенциал.

Ответы на вопросы к § 84 (§ 86)

1. Взаимодействия электрических зарядов называются электромагнитными взаимодействиями.

2. Минимальный заряд, которым обладают частицы, называется элементарным.

3. Положительно заряженной частицей является протон, отрицательно заряженной — электрон.

Ответы на вопросы к § 85 (§ 87)

1. Электризация одежды, волос при расчёсывании гребёнкой, листов бумаги при печати на принтере.

2. Металлическую цепь прикрепляют для того, чтобы с цистерны на землю стекали заряды, образующиеся в результате неизбежного трения колёс о дорогу, так как случайная искра, возникающая между землёй и цистерной, может вызвать загорание бензина. Электроёмкость Земли очень велика, и заряды полностью стекают на землю.

Ответы на вопросы к § 86 (§ 88)

1. В изолированной системе алгебраическая сумма зарядов всех тел сохраняется.

2. При соприкосновении двух одинаковых проводников заряд распределяется поровну на них. При помещении вблизи нейтрального проводника положительно заряженного тела сторона, близкая к нему, заряжается отрицательно, а удалённая от него — положительно, при этом суммарный заряд проводника остаётся равным нулю. При встрече частицы с античастицей, например электрона и позитрона, происходит аннигиляция — исчезновение частиц, вместо них появляются два фотона, при этом суммарный заряд остаётся равным нулю.

🕮 Ответы на вопросы к § 87 (§ 89)

1. Сходство: силы гравитационного и электростатического взаимодействия обратно пропорциональны квадрату расстояния между телами и прямо пропорциональны произведению масс (гравитация) или зарядов (электричество); силы направлены вдоль прямой, соединяющей материальные точки или точечные заряды.

Отличие: тела, обладающие массой, всегда притягиваются друг к другу, между электрическими зарядами могут действовать и силы притяжения и силы отталкивания в зависимости от их знака.

2. Если размерами и формой заряженного тела можно пренебречь по сравнению с рассматриваемыми расстояниями, то такие заряженные тела можно считать точечными зарядами.

🕮 Ответы на вопросы к § 88 (§ 90)

1. Основной электрической единицей в СИ является ампер. Для определения единицы заряда используется определение силы тока как заряда, прошедшего за единицу времени через поперечное сечение проводника: $I = \dfrac{\Delta q}{\Delta t}$.

1 кулон — это заряд, прошедший за 1 с через поперечное сечение проводника при силе тока 1 А.

2. Заряд протона равен заряду электрона, взятому с противоположным знаком: $q_p = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

✎ Решение задач из упражнения 16

Задача 1(2).

Дано:
$q_e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл
$r = 0{,}5 \cdot 10^{-8}$ см $=$
$= 0{,}5 \cdot 10^{-10}$ м

F — ?

Решение:

Ядро атома водорода состоит из одного протона, поэтому нам надо определить силу взаимодействия электрона с протоном.

Согласно закону Кулона

$$F = k\frac{q_p|q_e|}{r^2} = 9\cdot 10^9 \cdot \frac{(1{,}6\cdot 10^{-19})^2}{(0{,}5\cdot 10^{-10})^2}\,(\text{Н}) \approx 9{,}2\cdot 10^{-8}\ \text{Н}.$$

Ответ: $\approx 9{,}2 \cdot 10^{-8}$ Н.

Задача 2(4).

Дано:
$r = 1$ км $= 10^3$ м
$m = 0{,}03$ г $= 3 \cdot 10^{-5}$ кг
$n = 1\%$

F — ?

Решение:

Согласно закону сохранения заряда первая капля, которой передали электроны, заряжается отрицательно, вторая, у которой отняли электроны, заряжается положительно, при этом заряды капель по модулю будут равны: $q_2 = |q_1|$.

По закону Кулона

$$F = k\frac{q_2\,|q_1|}{r^2}. \qquad (1)$$

Число молекул в капле воды $N = \frac{m}{M}N_A$, где N_A — число Авогадро.

В каждой молекуле воды находятся 18 электронов, следовательно, число электронов в капле можно определить выражением

$$N_э = 18\frac{m}{M}N_A.$$

Таким образом, от одной капли другой передаётся заряд

$$q_2 = 18\,\frac{m}{M}\,N_A\,\frac{n}{100}\,|\,q_e\,|.$$

Подставив это выражение для заряда в формулу (1), в результате получим

$$F = k\frac{q_2^2}{r^2} = k\frac{\left(18\frac{m}{M}\,N_A\,\frac{n}{100}\,|\,q_e\,|\right)^2}{r^2} =$$

$$= 9\cdot10^9\cdot\frac{\left(18\cdot\frac{3\cdot10^{-5}}{0{,}018}\cdot6{,}02\cdot10^{23}\cdot\frac{1}{100}\,|\,1{,}6\cdot10^{-19}\,|\right)^2}{10^6}\ (\text{Н}) =$$

$$= 7{,}51\cdot10^6\ \text{Н}.$$

Ответ: $7{,}51\cdot10^6$ Н.

Задача 3(5).

Дано:	Решение:
$q_1 = 9\cdot10^{-9}$ Кл $q_2 = -2\cdot10^{-9}$ Кл $r = 40$ см $= 0{,}4$ м	Шарики притягиваются друг к другу, так как их заряды разноимённые.
F_1, F_2 — ?	Согласно закону Кулона в первом случае запишем

$$F_1 = k\frac{q_1\,|\,q_2\,|}{r^2} = 9\cdot10^9\cdot\frac{9\cdot10^{-9}\cdot2\cdot10^{-9}}{(0{,}4)^2}\ (\text{Н}) \approx 9{,}2\cdot10^{-8}\ \text{Н}.$$

После того как шарики привели в соприкосновение, заряды их стали равны, по закону сохранения заряда суммарный заряд шаров остался прежним $q_1' = q_2' = \frac{q_1+q_2}{2}$.

Сила отталкивания, действующая на шарики,

$$F_2 = k\frac{\frac{(q_1+q_2)^2}{2^2}}{0{,}4^2} = 9\cdot10^9\cdot\frac{\frac{(9\cdot10^{-9}-2\cdot10^{-9})^2}{4}}{0{,}16}\ (\text{Н}) \approx 6{,}9\cdot10^{-7}\ \text{Н}.$$

Ответ: $\approx9{,}2\cdot10^{-8}$ Н; $\approx6{,}9\cdot10^{-7}$ Н.

Задача 4(6).

Дано:
$q_1 = 1 \cdot 10^{-8}$ Кл
$q_2 = 2 \cdot 10^{-8}$ Кл
$q_3 = -3 \cdot 10^{9}$ Кл
$r = 1$ м

F — ?

Решение:

На рисунке 3.1 изображены заряды q_1 и q_2, а также заряд q_3, помещённый между ними.

Сила $\vec{F}_{23}$, с которой второй заряд действует на третий, больше силы $\vec{F}_{13}$, с которой первый заряд действует на третий, поэтому, как видно из рисунка, результирующая сила, действующая на заряд q_3, направлена вправо.

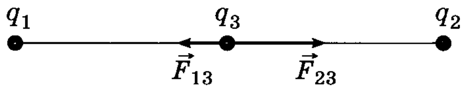


Рис. 3.1

Согласно закону Кулона запишем

$$F_{13} = k\frac{q_1\,|q_3|}{(r/2)^2}, \quad F_{23} = k\frac{q_2\,|q_3|}{(r/2)^2}.$$

В результате по принципу суперпозиции $\vec{F} = \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23}$,

$$F = F_{23} - F_{13} = k\frac{q_2|q_3|}{(r/2)^2} - k\frac{q_1|q_3|}{(r/2)^2} =$$

$$= k\frac{|q_3|}{(r/2)^2}(q_2 - q_1) = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{3 \cdot 10^{-9}}{0{,}5^2}(2-1)\cdot 10^{-8}\,(\text{Н}) \approx 1{,}1 \cdot 10^{-6}\ \text{Н}.$$

Ответ: $\approx 1{,}1 \cdot 10^{6}$ Н.

🕮 Ответы на вопросы к § 89 (§ 91)

1. Теория близкодействия кажется более привлекательной, так как из повседневного опыта вытекает, что на тело действует сила, если это тело взаимодействует непосредственно с другим телом. Толкаем мяч, поднимаем камень, берём ручку и т. д.

2. Только исходя из теории дальнодействия, можно было объяснить такие бесспорные и определяющие нашу жизнь факты, как притяжение планет, притяжение тела к Земле, взаимодействие зарядов. Кроме этого, у сторонников теории дальнодействия был безусловный аргумент, что даже при непосредственном контакте между телами есть воздушный зазор и фактически это взаимодействие также является дальнодействием.

🕮 Ответы на вопросы к § 90 (§ 92)

1. Главное отличие теории близкодействия от теории дальнодействия состоит в том, что согласно теории близкодействия взаимодействие между телами происходит не мгновенно, а конечное время. Так, если передвинуть заряд, то сила взаимодействия его с другим зарядом изменится не мгновенно, а через конечный промежуток времени.

2. Основные свойства электростатического поля:

1) создаётся неподвижными зарядами и неразрывно связано с ними;

2) действует на электрические заряды.

Ответы на вопросы к § 91 (§ 93)

1. Напряжённость поля в данной точке определяется отношением силы, действующей на положительный точечный заряд, помещённый в данную точку, к этому заряду.

2. Напряжённость поля точечного заряда $E = k\frac{q}{r^2}$, где r — расстояние от заряда до данной точки поля.

3. Для определения направления напряжённости поля, созданного зарядом q_0, помещаем пробный положительный заряд q в некоторую точку A поля и отмечаем направление силы, действующей на него. Направление напряжённости поля совпадает с направлением действия силы: напряжённость поля положительного заряда q_0 направлена от заряда (рис. 3.2, *а*), отрицательного — к заряду (рис. 3.2, *б*).

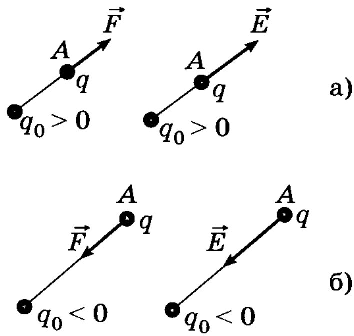


Рис. 3.2

4. Если поле создано несколькими зарядами, то напряжённость электрического поля в данной точке определяется векторной суммой напряжённостей полей, созданных в этой точке каждым зарядом в отдельности. Причём поле каждого источника не зависит от наличия других источников поля *(принцип суперпозиции полей)*:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \ldots .$$

Ответы на вопросы к § 92 (§ 94)

1. Графически электрические поля изображаются силовыми линиями — линиями, касательная в каждой точке которых совпадает с вектором напряжённости электрического поля.

2. Не всегда. Касательная к силовой линии указывает направление силы, действующей на заряд в электрическом поле, и следовательно, ускорения, а не скорости.

3. Силовые линии начинаются на положительных зарядах и заканчиваются на отрицательных. Силовые линии пересекаются только в точках, где находятся заряды.

4. Внутри проводящего шара напряжённость равна нулю, вне шара напряжённость зависит от расстояния так же, как и напряжённость точечного заряда: $E = k\frac{q}{r^2}$. Это можно объяснить центральной симметрией полей, созданных шаром и точечным зарядом.

🕮 Ответы на вопросы к § 94 (§ 96)

1. В проводниках есть свободные электроны, которые начинают двигаться при сколь угодно малой напряжённости электрического поля.

В диэлектриках свободных зарядов нет, связанные заряды могут только ориентироваться вдоль силовых линий поля.

2. В полярных диэлектриках центры распределения положительных и отрицательных зарядов в молекуле не совпадают, молекулу можно представить в виде диполя. В неполярных диэлектриках эти центры распределения положительных и отрицательных зарядов совпадают, молекулы неполярных диэлектриков становятся диполями только во внешнем электрическом поле.

🕮 Ответы на вопросы к § 95 (§ 97)

1. Смещение положительных и отрицательных связанных зарядов при помещении диэлектрика в электрическое поле называется **поляризацией**.

2. Независимо от природы диэлектрика напряжённость электрического поля в нём всегда меньше напряжённости внешнего электрического поля.

🕮 Ответы на вопросы к § 96 (§ 98)

1. Изменение потенциальной энергии заряженной частицы равно работе электростатической силы, действующей на заряд, взятой с противоположным знаком: $\Delta W_п = -A$.

2. Если считать, что в точке *1* потенциальная энергия равна нулю (рис. 3.3), то в точке *2* потенциальная энергия заряженной частицы $W_п = qEd$.

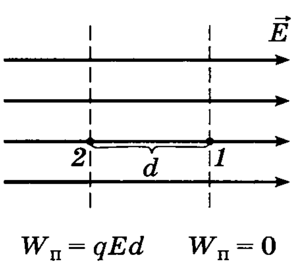


Рис. 3.3

🕮 Ответы на вопросы к § 97 (§ 99)

1. Если работа силы по замкнутому контуру равна нулю, то поле этой силы считается потенциальным.

2(3). Разность потенциалов между двумя точками поля равна отношению работы электростатической силы по перемещению положительного заряда из одной точки поля в другую к этому заряду: $\varphi_1 - \varphi_2 = \dfrac{A}{q}$.

3(–). Прежде чем говорить о значении потенциала в данной точке поля, надо указать нулевой уровень его отсчёта, подобно тому как мы всегда указываем нулевой уровень отсчёта потенциальной энергии тела в механике.

Ответы на вопросы к § 98 (§ 100)

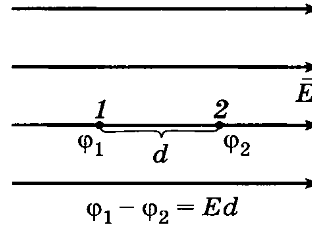


Рис. 3.4

1. Разность потенциалов между двумя точками заряженного проводника равна нулю. Потенциал во всех точках проводника одинаков.

2(3). Связь разности потенциалов с напряжённостью однородного электрического поля: $\varphi_1 - \varphi_2 = Ed$ (рис. 3.4).

Решение задач из упражнения 17

Задача 1.

Дано:	Решение:
$E = 1{,}3 \cdot 10^5$ В/м $m = 2 \cdot 10^{-9}$ г $=$ $= 2 \cdot 10^{-12}$ кг	На капельку действуют две силы: сила тяжести и электростатическая сила (рис. 3.5). Условие равновесия капельки жидкости:
q, N — ?	$m\vec{g} + \vec{F}_э = 0.$

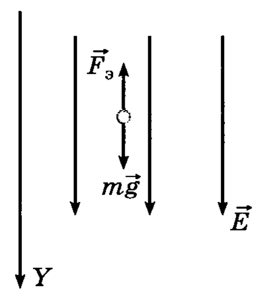


Рис. 3.5

В проекции на ось Y запишем

$$mg - F_э = 0. \qquad (1)$$

Электростатическая сила определяется выражением $F_э = qE$.

Подставим это выражение в уравнение (1): $mg - qE = 0$.

В результате получим

$$q = \frac{mg}{E} = \frac{2 \cdot 10^{-12} \cdot 9{,}8}{1{,}3 \cdot 10^5} \text{ (Кл)} \approx 1{,}5 \cdot 10^{-16} \text{ Кл}.$$

Число избыточных электронов $N = \dfrac{q}{q_e} = \dfrac{1{,}5 \cdot 10^{\ 16}}{1{,}6 \cdot 10^{\ 19}} \approx 940.$

Ответ: $\approx 1{,}5 \cdot 10^{-16}$ Кл; ≈ 940.

Задача 2.

Решение. Кусочки бумаги поляризуются в электрическом поле расчёски. Ближе к расчёске находятся заряды противоположного с зарядом расчёски знака. Поэтому кусочки притягиваются к расчёске.

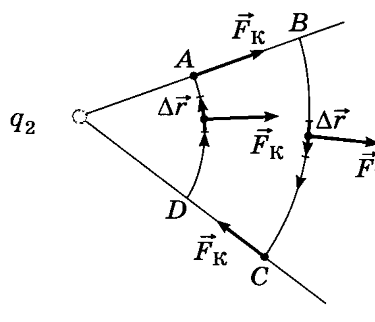


Рис. 3.6

Задача 3.

Решение. 1) Работа поля на участке $AB > 0$, так как сила, действующая на положительный заряд, сонаправлена с его перемещением.

Работа на участках BC и DA равна нулю, так как электростатическая сила перпендикулярна каждому малому перемещению заряда (рис. 3.6).

Работа на участке $CD < 0$, так как электростатическая сила направлена в сторону, противоположную перемещению.

2) На участке AB потенциальная энергия уменьшалась ($A_{AB} > 0$, $\Delta W_п < 0$).

На участках BC и DA потенциальная энергия не изменялась, линии BC и DA эквипотенциальные.

На участке CD потенциальная энергия увеличивалась ($A_{CD} < 0$, $\Delta W_п > 0$).

3) Работа по перемещению заряда по замкнутому контуру $ABCDA$ равна нулю: $A_{AB} + A_{CD} = 0$.

Задача 4.

Дано:
$m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг
$q_e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл
$\varphi_1 - \varphi_2 = -1$ В

$\Delta W_к$, $\Delta W_п$ — ?

Решение:

Полная энергия электрона $W_к + W_п$, движущегося в электростатическом поле, остаётся постоянной:

$$\frac{m_e v_1^2}{2} + q_e \varphi_1 = \frac{m_e v_2^2}{2} + q_e \varphi_2.$$

Изменение кинетической энергии электрона

$$\Delta W_к = W_{к2} - W_{к1} = q_e(\varphi_1 - \varphi_2) = 1{,}6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}.$$

Изменение потенциальной энергии

$$\Delta W_п = -\Delta W_к = -1{,}6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}.$$

Ответ: $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Дж; $-1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Дж.

Задача 5.

Дано:
$q_1 > 0$
$q_2 < 0$
r

E — ?

Решение:

На рисунке 3.7 изображено два заряда. Поместим в третью вершину треугольника положительный заряд. Сила, действующая на него со стороны другого заряда, совпадает с направлением напряжённости поля, создаваемого этим зарядом.

На рисунке показаны направления напряжённостей полей, создаваемых в вершине треугольника зарядами q_1 и q_2. Согласно принципу суперпозиции полей

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2.$$

По теореме косинусов имеем

$$E^2 = E_1^2 + E_2^2 - 2E_1E_2 \cos \alpha.$$

$$E_1 = k\frac{q_1}{r^2};\ E_2 = k\frac{q_2}{r^2};\ \alpha = 60°.$$

В результате

$$E = k\frac{1}{r}\sqrt{q_1^2 + q_2^2 - q_1 q_2}.$$

Ответ: $E = k\frac{1}{r}\sqrt{q_1^2 + q_2^2 - q_1 q_2}$.

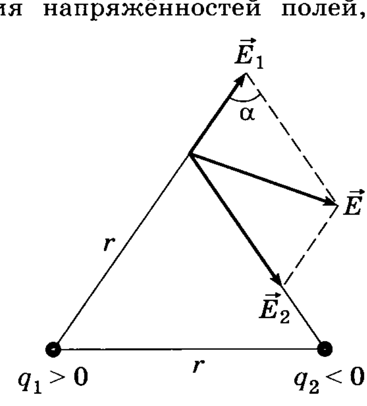


Рис. 3.7

Задача 6.

Решение. Пусть потенциал увеличивается вдоль оси Y (рис. 3.8): $\Delta\varphi > 0$. Напряжённость электрического поля связана с потенциалом соотношением $E_y = -\dfrac{\Delta\varphi}{\Delta y}$.

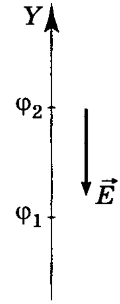


Рис. 3.8

Таким образом, напряжённость электрического поля направлена вниз.

Можно ответить на вопрос и с помощью следующего рассуждения:

потенциал возрастает, это означает, что будет возрастать потенциальная энергия заряда при перемещении его снизу вверх, следовательно, при перемещении положительного заряда вверх внешняя сила совершает положительную работу, а сила поля — отрицательную. Таким образом, напряжённость поля направлена вниз.

Задача 7.

Дано:	Решение:
$d = 3$ см $= 0{,}03$ м $U = 120$ В	Связь напряжённости электрического поля с разностью потенциалов:
E — ?	$E = \dfrac{U}{d} = \dfrac{120}{0{,}03}\left(\dfrac{\text{В}}{\text{м}}\right) = 4\cdot 10^3\ \dfrac{\text{В}}{\text{м}}.$

Ответ: $4 \cdot 10^3$ В/м.

Задача 8.

Решение. На рисунке 3.9 изображены силовые линии и эквипотенциальные поверхности бесконечного равномерно заряженного цилиндра.

Силовые линии начинаются на поверхности и идут по радиусам заряженного цилиндра. Эквипотенциальные поверхности

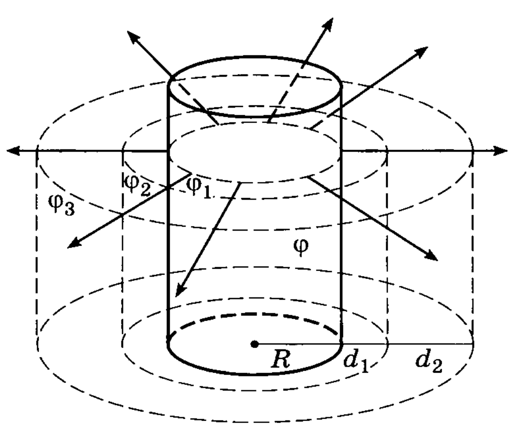


Рис. 3.9

представляют собой боковые поверхности соосных цилиндров. Внутри цилиндра поля нет ($E = 0$), а потенциал равен потенциалу поверхности цилиндра.

Задача 9.

Дано:	Решение:
$v_1 = 10^7$ м/с $v_2 = 3 \cdot 10^7$ м/с $\dfrac{\lvert e \rvert}{m} = 1{,}76 \cdot 10^{11}$ Кл/кг	Полная энергия электрона $W_к + W_п$, движущегося в электростатическом поле, остаётся постоянной:
$\varphi_1 - \varphi_2$ — ?	$$\frac{m_e v_1^2}{2} + e\varphi_1 = \frac{m_e v_2^2}{2} + e\varphi_2.$$

Искомую разность потенциалов определим из выражения

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{m(v_2^2 - v_1^2)}{2e} = \frac{9 \cdot 10^{14} - 10^{14}}{2 \cdot (-1{,}76 \cdot 10^{11})}\ (\text{В}) = -2{,}7 \cdot 10^3\ \text{В}.$$

Скорость электрона увеличивается, это означает, что напряжённость поля, в котором он движется, направлена в сторону, противоположную его скорости.

Потенциал поля увеличивается в направлении движения электрона.

Ответ: $-2{,}7 \cdot 10^3$ В.

Ответы на вопросы к § 99 (§ 101)

1. Электроёмкость двух проводников определяется отношением заряда к разности потенциалов между ними: $C = \dfrac{q}{U}$.

2. Диэлектрики не могут накопить заряд одного знака — это следует из природы диэлектрика, молекулы которого представляют собой диполи. Суммарный заряд диэлектрика равен нулю. Электроёмкость, по определению, характеризует способность тела к накоплению электрических зарядов.

3. Единица электроёмкости — фарад (Ф). 1 Ф — электроёмкость двух проводников, между которыми возникает разность потенциалов в 1 В, если заряды их равны 1 и –1 Кл. Выразим 1 Ф через основные единицы СИ:

$$[\text{Кл}] = [\text{А} \cdot \text{с}],$$

$$[\text{В}] = \left[\frac{\text{Дж}}{\text{Кл}}\right] = \left[\frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{с}^2 \cdot \text{А} \cdot \text{с}}\right],$$

$$1\ \text{Ф} = 1\frac{\text{Кл}}{\text{В}}.$$

$$\left[\frac{\text{Кл}}{\text{В}}\right] = \left[\frac{\text{А} \cdot \text{с} \cdot \text{с}^2 \cdot \text{А} \cdot \text{с}}{\text{кг} \cdot \text{м}^2}\right] = \left[\frac{\text{А}^2 \cdot \text{с}^4}{\text{кг} \cdot \text{м}^2}\right].$$

🕮 Ответы на вопросы к § 100 (§ 102)

1. Электроёмкость зависит от геометрии проводников, их формы, размеров и расстояния между ними.

2. Электроёмкость конденсатора при наличии диэлектрика между его обкладками увеличивается. Электроёмкость прямо пропорциональна заряду на проводниках и обратно пропорциональна разности потенциалов между ними. Напряжённость поля при наличии диэлектрика становится меньше, следовательно, уменьшается и разность потенциалов между проводниками, электроёмкость увеличивается.

3. Конденсаторы делятся на воздушные, плёночные и электролитические. *Воздушные* конденсаторы — проводящие пластины, разделённые воздухом. *Плёночные* конденсаторы представляют собой слой диэлектрика, на который с двух сторон напылены тонкие металлические пленки. *Электролитические* конденсаторы состоят из бумажной ленты, с обеих сторон которой расположены полоски фольги. Эта лента свёрнута в рулон и помещена в цилиндрический сосуд с электролитом, имеющим большую диэлектрическую проницаемость.

Конденсаторы переменной ёмкости состоят из пластин, которые можно повернуть друг относительно друга, тем самым уменьшая площадь перекрывающихся частей, при этом электроёмкость конденсатора уменьшается.

4. Конденсаторы в радиотехнике являются незаменимой частью любой электрической цепи. С помощью конденсатора переменной ёмкости приёмник настраивают на определённую волну.

🕮 Ответы на вопросы к § 101 (§ 103)

1. Энергия заряженного конденсатора

$$W_п = \frac{qU}{2} = \frac{CU^2}{2} = \frac{q^2}{2C}.$$

2. В любом электронном приборе применяются конденсаторы для выполнения одной из двух функций: 1) настройки электрической цепи на определённую частоту; 2) сглаживания пульсаций переменного напряжения.

Решение задач из упражнения 18

Задача 1.

Дано:
$C = 0{,}1$ мкФ $= 10^{\ 7}$ Ф
$\Delta U = 175$ В

Δq — ?

Решение:
Изменение заряда прямо пропорционально изменению разности потенциалов между обкладками конденсатора:

$$\Delta q = C\Delta U = 10^{-7} \cdot 175\ (\text{Кл}) = $$
$$= 1{,}75 \cdot 10^{\ 5}\ \text{Кл}.$$

Ответ: $1{,}75 \cdot 10^{-5}$ Кл.

Задача 2.

Дано:	Решение:
$v = 2 \cdot 10^7$ м/с $\Delta U = 200$ В $l = 0{,}05$ м $d = 0{,}02$ м $\dfrac{\lvert e \rvert}{m} = 1{,}76 \cdot 10^{11}$ Кл/кг y — ?	На электрон, влетевший в пространство между пластинами, действует электростатическая сила, направленная перпендикулярно пластинам (рис. 3.10). Выберем оси координат, как показано на рисунке, и запишем уравнения движения электрона вдоль этих осей. По оси X никакие силы не действуют, вдоль этой оси электрон летит равномерно:

$$x = vt. \qquad (1)$$

По оси Y действует постоянная электростатическая сила. По второму закону Ньютона $ma_y = eE$, где $E = \dfrac{U}{d}$.

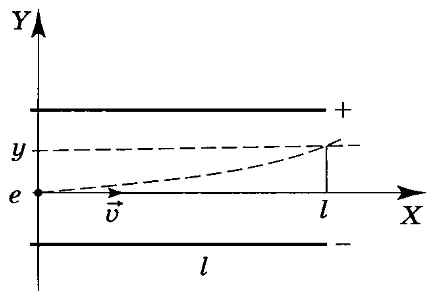


Рис. 3.10

Тогда уравнение движения электрона вдоль оси Y имеет вид

$$y = \frac{a_y t^2}{2} = \frac{eUt^2}{2dm}. \qquad (2)$$

Время движения электрона в пространстве между пластинами определим из уравнения (1): $t = \dfrac{l}{v}$. Подставим его в уравнение (2) и в результате получим

$$y = \frac{eUl^2}{2dmv^2} = \frac{1{,}76 \cdot 10^{11} \cdot 200 \cdot (0{,}05)^2}{2 \cdot 0{,}02 \cdot (2 \cdot 10^7)^2} \text{ (м)} \approx 5{,}5 \cdot 10^{-3} \text{ м}.$$

Ответ: $\approx 5{,}5 \cdot 10^{-3}$ м.

Задача 3.

Дано:	Решение:
$U = 200$ В $d = 0{,}2$ мм $d_1 = 0{,}7$ мм U_1 — ?	Заряд, накопленный конденсатором, равен произведению электроёмкости конденсатора на напряжение источника: $q = CU$. После отключения от источника заряд не изменяется.

Когда увеличивается расстояние между пластинами, ёмкость уменьшается, а напряжение увеличивается.

$$q = CU = C_1 U_1.$$

Отсюда $U_1 = U\dfrac{C}{C_1}$. Электроёмкость конденсатора обратно пропорциональна расстоянию между пластинами: $\dfrac{C}{C_1} = \dfrac{d_1}{d}$.

В результате запишем $U_1 = U\dfrac{d_1}{d} = 200 \cdot \dfrac{0{,}7}{0{,}2}$ (В) = 700 В.

Ответ: 700 В.

Сила тока $I = \frac{q}{t}$.

Заряд, прошедший за промежуток времени t через поперечное сечение проводника, $q = It$.

Плотность тока $j = \frac{I}{S}$; $j = q_e n_e v_н$, где q_e — заряд электрона; n_e — концентрация свободных электронов в металле; $v_н$ — скорость направленного движения электронов.

Закон Ома для однородного участка цепи $I = \frac{U}{R}$.

Сопротивление проводника $R = \rho\frac{l}{S}$, где ρ — удельное сопротивление; l — длина проводника; S — площадь поперечного сечения.

Зависимость удельного сопротивления от температуры: $\rho = \rho_0\,(1 + \alpha t\ °C)$, где ρ_0 — удельное сопротивление при 0 °C; α — температурный коэффициент сопротивления, зависящий от свойств проводника.

Эквивалентное сопротивление при последовательном соединении n резисторов $R_{экв} = \sum_{i=1}^{n} R_i$.

Полная сила тока при последовательном соединении n резисторов $I = I_1 = I_2 = \ldots = I_i = \ldots = I_n$.

При параллельном соединении n резисторов их эквивалентное сопротивление определяется из соотношения $\frac{1}{R_{экв}} = \sum_{i=1}^{n}\frac{1}{R_i}$.

Полная сила тока при параллельном соединении n резисторов

$$I = \sum_{i=1}^{n} I_i .$$

Электродвижущая сила (ЭДС) источника $\mathcal{E} = \frac{A_{ст}}{q_0}$.

Закон Ома для полной цепи

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}.$$

Закон Ома для неоднородного участка цепи (рис. 3.11, *а*, *б*): $IR = \mathcal{E} + (\varphi_A - \varphi_B)$.

Работа электростатических сил $A = qU = IUt$, где q — заряд, прошедший через поперечное сечение проводника за промежуток времени t, $q = It$.

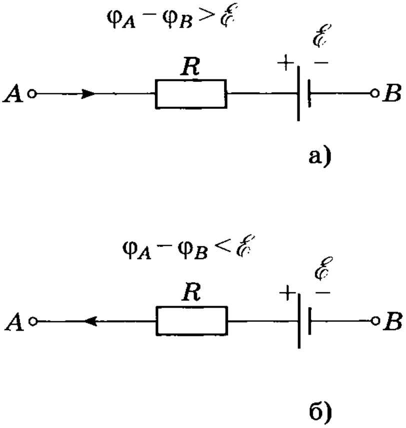


Рис. 3.11

Закон Джоуля — Ленца: $Q = IUt = I^2Rt = \frac{U^2}{R}t$.

Мощность тока $P = \frac{A}{t} = IU = I^2R = \frac{U^2}{R}$.

Полная мощность P_0, развиваемая источником,

$$P_0 = I^2(R + r) = I\mathscr{E} = \frac{\mathscr{E}^2}{R + r}.$$

Полезная мощность, выделяемая на внешнем сопротивлении,

$$P_{пол} = I^2R = IU = \frac{\mathscr{E}^2 R}{(R + r)^2}.$$

Теряемая мощность, выделяемая во внутреннем сопротивлении,

$$P_{тер} = I^2r = \frac{\mathscr{E}^2 r}{(R + r)^2}.$$

Коэффициент полезного действия $\eta = \frac{P_{пол}}{P_0} \cdot 100\%$.

КПД полной цепи $\eta = \frac{R}{R + r} \cdot 100\%$.

Ответы на вопросы к § 102 (§ 104)

1. Электрическим током называется направленное движение заряженных частиц.

2. Сила тока I определяется зарядом, проходящим через поперечное сечение проводника за 1 с.

3. За направление тока принимают направление движения положительных зарядов.

Ответы на вопросы к § 104 (§ 106)

1. Нет, не означает. Сопротивление проводника зависит от материала, из которого он сделан, и его геометрических размеров (площади поперечного сечения и длины).

2. Удельное сопротивление проводника — это сопротивление проводника длиной 1 м и площадью поперечного сечения 1 м^2.

3. Удельное сопротивление проводника выражается в Ом · м.

Ответы на вопросы к § 105 (§ 107)

1. Лампы в квартире соединяют параллельно для того, чтобы при перегорании одной из них свет в квартире не погас. Лампочки в ёлочных гирляндах соединяют последовательно, так как эти лампочки рассчитаны на небольшое напряжение. Таким образом, напряжение на каждой лампочке равно напряжению цепи, делённому на число лампочек.

2. При последовательном соединении проводников сопротивление равно сумме сопротивлений. В нашем случае оно равно 2 Ом. При параллельном соединении одинаковых проводников сопротивление цепи равно сопротивлению одного проводника, делённому на число проводников: $R = \dfrac{R_0}{N}$. В нашем случае оно равно 0,5 Ом.

Ответы на вопросы к § 106 (§ 108)

1. Работа тока равна работе сил поля по перемещению заряда по проводнику и определяется произведением силы тока, напряжения и времени, в течение которого шёл ток: $A = IU\Delta t$.

2. Мощность тока равна отношению работы тока ко времени, в течение которого шёл ток: $P = IU$.

3. Единицей мощности является ватт.

$$[P] = [A \cdot B] = \left[\text{А} \cdot \frac{\text{Дж}}{\text{Кл}}\right] = \left[\text{А} \cdot \frac{\text{Дж}}{\text{А} \cdot \text{с}}\right] = \left[\frac{\text{Дж}}{\text{с}}\right] = [\text{Вт}].$$

Ответы на вопросы к § 107 (§ 109)

1. Работа кулоновских сил по замкнутому контуру равна нулю. При прохождении тока выделяется тепло, следовательно, в цепи должны действовать силы, работа которых по замкнутому контуру отлична от нуля.

2. Любые силы, действующие на заряды, кроме кулоновских сил, называются сторонними силами. Сторонние силы направлены внутри источника против кулоновских сил и вызывают разделение положительных и отрицательных зарядов.

3. Электродвижущая сила равна отношению работы сторонних сил $A_{\text{ст}}$ по перемещению положительного заряда по замкнутой цепи к этому заряду: $\mathcal{E} = \dfrac{A_{\text{ст}}}{q_0}$.

Ответы на вопросы к § 108 (§ 110)

1. Знак ЭДС зависит от выбранного направления обхода цепи. Если при данном направлении источник вызывает ток в направлении обхода цепи, то ЭДС берётся со знаком «+»; если источник вызывает ток против направления обхода цепи, то ЭДС берётся со знаком «–».

2(–). В случае короткого замыкания внешнее сопротивление равно нулю; в случае разомкнутой цепи внешнее сопротивление стремится к бесконечности.

Решение задач из упражнения 19

Задача 1.

Решение. За направление тока принято направление движения положительных зарядов, электрон — отрицательно заряженная частица, поэтому ток идёт в направлении, обратном направлению движения электронов.

Задача 2.

Дано:
$R = 0{,}2$ Ом
$m = 0{,}2$ кг
$\rho_m = 8900$ кг/м^3
$\rho_R = 1{,}7 \cdot 10^{-8}$ Ом · м

S, l — ?

Решение:

Объём проводника равен произведению его длины на площадь поперечного сечения: $V = Sl$.

Масса проводника определяется выражением

$$m = \rho_m V = \rho_m S l, \qquad (1)$$

где ρ_m — плотность меди.

Его сопротивление

$$R = \rho_R \frac{l}{S}, \qquad (2)$$

где ρ_R — удельное сопротивление меди.

Уравнения (1) и (2) составляют систему двух уравнений относительно двух неизвестных: l и S. Выразим S из первого уравнения и подставим во второе.

Получим $R = \dfrac{\rho_m \rho_R l^2}{m}$. Из этого выражения найдём длину проводника:

$$l = \sqrt{\frac{Rm}{\rho_m \rho_R}} = \sqrt{\frac{0{,}2 \cdot 0{,}2}{8900 \cdot 1{,}7 \cdot 10^{-8}}} \text{ (м)} \approx 16 \text{ м}.$$

Подставив выражение для l в уравнение (1), получим

$$S = \sqrt{\frac{m\rho_R}{R\rho_m}} = \sqrt{\frac{0{,}2 \cdot 1{,}7 \cdot 10^{-8}}{0{,}2 \cdot 8900}} \text{ (м}^2) \approx 0{,}14 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2 = 14 \text{ мм}^2.$$

Проверим размерности.

$$[l] = \left[\sqrt{\frac{\text{Ом} \cdot \text{кг}}{\frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot \text{Ом} \cdot \text{м}}}\right] = [\text{м}]; \quad [S] = \left[\sqrt{\frac{\text{Ом} \cdot \text{м} \cdot \text{кг}}{\frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot \text{Ом}}}\right] = [\text{м}^2].$$

Ответ: 1,4 мм^2; ≈16 м.

Задача 3.

Дано:
$l = 300$ м
$U = 36$ В
$n = 8{,}5 \cdot 10^{28}$ м$^{-3}$
$\rho_R = 1{,}7 \cdot 10^{-8}$ Ом · м

υ — ?

Решение:

По закону Ома для участка цепи сила тока $I = \dfrac{U}{R}$.

Выразив сопротивление через удельное сопротивление, получим для силы тока выражение $I = \dfrac{US}{\rho_R l}$.

Сила тока связана со скоростью направленного движения электронов соотношением $I = q_0 n \upsilon S$.

Таким образом, $\dfrac{US}{\rho_R l} = q_0 n \upsilon S$.

Из полученного выражения найдём скорость направленного движения:

$$v = \frac{U}{\rho_R l q_0 n} = \frac{36}{1{,}7 \cdot 10^{-8} \cdot 300 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 8{,}5 \cdot 10^{28}} \left(\frac{\text{м}}{\text{с}}\right) \approx 5 \cdot 10^{-4}\ \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Ответ: $\approx 5 \cdot 10^{-4}$ м/с.

Задача 4.

Решение. Сила тока, идущего через спираль плитки,

$$I_0 = \frac{U}{R}.$$

Количество теплоты, выделяемой в спирали за время t,

$$Q = \frac{U^2}{R} t.$$

При последовательном соединении спиралей сопротивление $R_1 = 2R$, при параллельном $R_2 = R/2$.

Количество теплоты, выделяемой при последовательном соединении, $Q_1 = \frac{U^2}{2R} t$, при параллельном соединении $Q_2 = \frac{2U^2}{R} t$.

$$Q_1 = \frac{Q}{2},\ Q_1 = 2Q.$$

Ответ: $Q/2$; $2Q$.

Задача 5.

Решение. Напряжение на клеммах элемента равно ЭДС: $U = \mathcal{E}$.

Задача 6.

Дано:	Решение:
$\mathcal{E} = 12$ В $r = 0{,}01$ Ом	По закону Ома для полной цепи сила тока $I = \frac{\mathcal{E}}{r + R}$.
$I_{\text{к.з}}$ — ?	

При коротком замыкании внешнее сопротивление равно нулю, поэтому

$$I_{\text{к.з}} = \frac{\mathcal{E}}{r} = \frac{12}{0{,}01} (\text{А}) = 1{,}2 \cdot 10^3\ \text{А}.$$

Ответ: $1{,}2 \cdot 10^3$ А.

Задача 7.

Дано:	Решение:
$R_1 = 1{,}65$ Ом $U_1 = 3{,}30$ В $R_2 = 3{,}50$ Ом $U_2 = 3{,}50$ В	По закону Ома для полной цепи сила тока $I = \frac{\mathcal{E}}{r + R}$. Напряжение на внешнем сопротивлении $U = \frac{\mathcal{E}}{R + r} R$.
$\mathcal{E}$, r — ?	

При подключении первого резистора

$$U_1 = \frac{\mathscr{E}}{R_1 + r} R_1. \quad (1)$$

При подключении второго резистора

$$U_2 = \frac{\mathscr{E}}{R_2 + r} R_2. \quad (2)$$

Уравнения (1) и (2) составляют систему двух уравнений относительно двух неизвестных: $\mathscr{E}$ и r.

Выразив ЭДС из этих двух уравнений и приравняв правые части $\frac{U_1(R_1 + r)}{R_1} = \frac{U_2(R_2 + r)}{R_2}$, получим уравнение относительно r:

$$r = \frac{(U_2 - U_1)R_1R_2}{U_1R_2 - U_2R_1} = \frac{(3{,}5 - 3{,}3) \cdot 1{,}65 \cdot 3{,}5}{3{,}3 \cdot 3{,}5 - 3{,}5 \cdot 1{,}65} \text{ (Ом)} = 0{,}2 \text{ Ом}.$$

Подставив найденное выражение для r в уравнение (1) или уравнение (2), получим выражение для ЭДС источника:

$$\mathscr{E} = \frac{U_1U_2(R_2 - R_1)}{U_1R_2 - U_2R_1} = \frac{3{,}3 \cdot 3{,}5 \cdot (3{,}5 - 1{,}65)}{3{,}3 \cdot 3{,}5 - 3{,}5 \cdot 1{,}65} \text{ (В)} = 3{,}7 \text{ В}.$$

Ответ: 3,7 В; 0,2 Ом.

Задача 8.

Дано:
$r_1 = 1{,}50$ Ом
$r_2 = 0{,}50$ Ом
$\mathscr{E}_1 = 4{,}50$ В
$\mathscr{E}_2 = 1{,}50$ В
$R = 23$ Ом

P — ?

Решение:

Мощность, потребляемая лампой,

$$P = I^2R.$$

Так как источники вызывают движение зарядов по цепи в противоположные стороны, то суммарная ЭДС равна разности ЭДС источников, суммарное внутреннее сопротивление равно сумме сопротивлений источников.

По закону Ома для полной цепи для силы тока получим выражение

$$I = \frac{\mathscr{E}_1 - \mathscr{E}_2}{R + r_1 + r_2}.$$

Тогда для мощности справедливо выражение

$$P = \frac{(\mathscr{E}_1 - \mathscr{E}_2)^2 R}{(R + r_1 + r_2)^2} = \frac{(4{,}5 - 1{,}5)^2 \cdot 23}{(23 + 1{,}5 + 0{,}5)^2} \text{ (Вт)} \approx 0{,}33 \text{ Вт}.$$

Ответ: ≈0,33 Вт.

Задача 9.

Решение. Зависимости силы тока, напряжения на зажимах источника и мощности от внешнего сопротивления можно записать в виде

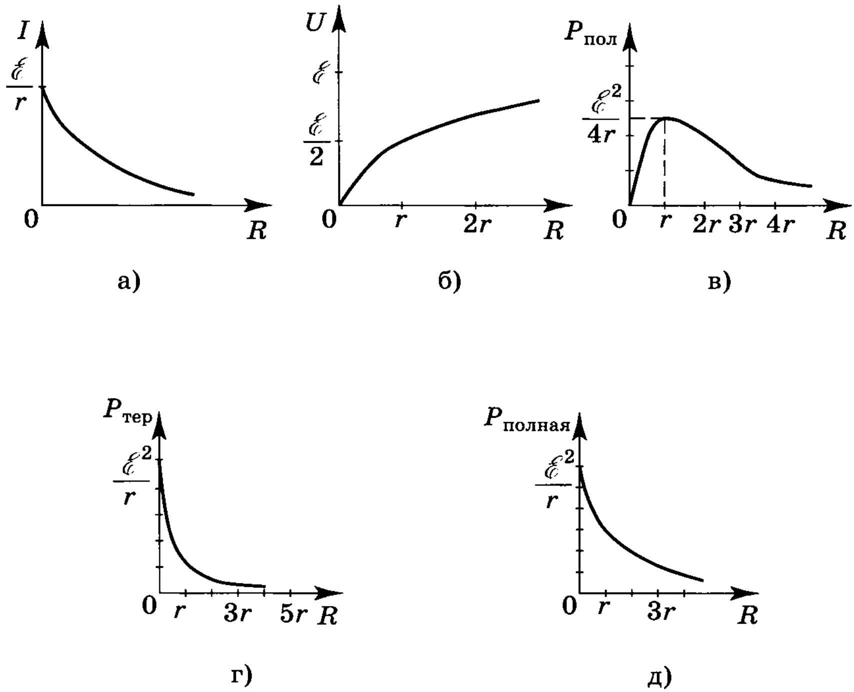


Рис. 3.12

$$I = \frac{\mathscr{E}}{R + r};\ U = \frac{\mathscr{E}}{R + r}R;\ P_{пол} = \left(\frac{\mathscr{E}}{R + r}\right)^2 R;$$

$$P_{тер} = \left(\frac{\mathscr{E}}{R + r}\right)^2 r;\ P_{полная} = \frac{\mathscr{E}^2}{R + r}.$$

Эти зависимости показаны на рисунке 3.12, *а—д*.

Задача 10.

Решение. Соединение источников, показанное на рисунке 3.13, называется параллельным соединением.

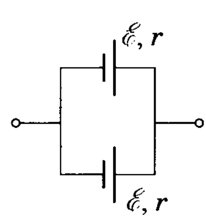


Рис. 3.13

При параллельном соединении ЭДС элемента, заменяющего два источника, равна ЭДС одного источника, а внутреннее сопротивление элемента определяется по формуле параллельного соединения резисторов. В данном случае $r_1 = \frac{r}{2}$. Итак, $\mathscr{E} = 4{,}1$ В; $r_1 = 2$ Ом.

Ответ: 4,1 В; 2 Ом.

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК В РАЗЛИЧНЫХ СРЕДАХ (глава 16)

🕮 Ответы на вопросы к § 109 (§ 111)

1. Хорошими проводниками являются металлы, электролиты, ионизованные газы.

2. В полупроводниках есть свободные электрические заряды, которые движутся направленно в электрическом поле, но их концентрация мала, поэтому проводимость полупроводников меньше, чем проводников.

🕮 Ответы на вопросы к § 110 (§ 112)

1. В момент торможения электроны в катушке по инерции продолжают двигаться по часовой стрелке, а ток направлен в противоположном направлении, так как за направление тока принято направление движения положительно заряженных частиц.

2. Скорость упорядоченного движения электронов прямо пропорциональна напряжению на концах проводника, так как сила тока $I = \frac{U}{R} = q_0 n v_н S$.

🕮 Ответы на вопросы к § 111 (§ 113)

1. Спираль лампочки спустя несколько минут разогревается, и ее сопротивление увеличивается, следовательно, потребляемая мощность становится меньше, чем при включении, так как мощность обратно пропорциональна сопротивлению: $P = \frac{U^2}{R}$.

2. При нагревании длина спирали увеличивается, следовательно, увеличивается и сопротивление спирали. Чтобы мощность электроплитки была равна номинальной, длину спирали надо уменьшить.

🕮 Ответы на вопросы к § 112 (§ 114)

1. Сверхпроводимость наблюдается при очень низких температурах (~25 K), поэтому главная техническая трудность состоит в создании и поддержании этой температуры.

2. При сверхпроводимости нельзя измерить силу тока амперметром. Убедиться в постоянстве силы тока можно только по косвенным признакам, одним из которых является наличие магнитного поля. Если магнитное поле постоянно во времени, то постоянен и ток.

🕮 Ответы на вопросы к § 113 (§ 115)

1. Если связь атомов осуществляется двумя валентными электронами, по одному от каждого атома, то такая связь называется ковалентной.

2. В металлах при нагревании сопротивление увеличивается, так как увеличивается амплитуда колебаний ионов в узлах кристаллической решётки и увеличивается вероятность их столкновения с направленно движущимся электроном, который после столкновения теряет скорость направленного движения. При нагревании полупроводников увеличивается число носителей тока — свободных электронов и дырок, проводимость увеличивается.

3. В чистом полупроводнике носителями зарядов являются электроны и дырки (собственная проводимость полупроводников).

4. При встрече электрона с дыркой происходит процесс рекомбинации. Атом, потерявший электрон и превратившийся в дырку, становится опять нейтральным атомом, т. е. в процессе рекомбинации происходит потеря носителей заряда.

Ответы на вопросы к § 114 (§ 116)

1. Собственная проводимость полупроводников очень мала, так как мала концентрация носителей тока. Если добавлять примесь, то количество носителей тока будет увеличиваться, так как связь атомов примеси с электронами слабая и эти электроны мгновенно становятся электронами проводимости. Поэтому в зависимости от концентрации примеси мы можем менять проводимость полупроводников.

2. Основными носителями заряда с акцепторной примесью являются дырки.

3. Чтобы получить проводник n-типа, надо ввести донорную примесь.

Ответы на вопросы к § 115 (§ 117)

1. При контакте двух проводников n- и p-типов проводимости происходит диффузия основных носителей заряда из одного проводника в другой, в результате которой возникает разность потенциалов между проводниками, препятствующая дальнейшему переходу. Образуется запирающий слой.

2. Запирающий слой — область контакта двух полупроводников с разными типами проводимости. Благодаря наличию запирающего слоя ток через контакт может идти только в одном направлении.

3. Прямым переходом называется переход, при котором сопротивление p—n- или n—p-перехода мало. Например, при подключении p-полупроводника к положительному полюсу батареи, а n-полупроводника к отрицательному осуществляется прямой переход.

4(–). Полупроводниковый диод служит для выпрямления электрического тока. Переменный ток в цепи при подключении полупроводникового диода идёт в одном направлении (рис. 3.14).

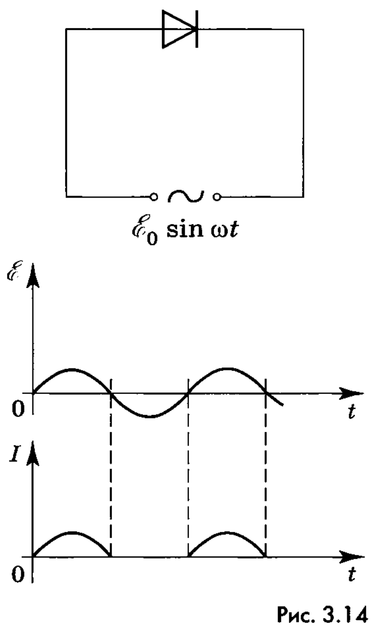


Рис. 3.14

🕮 Ответы на вопросы к § 116 (§ 119)

1. База транзистора должна быть узкой, чтобы в ней не происходил процесс рекомбинации и, следовательно, потеря основных носителей тока.

2. Подключение транзистора показано на рисунке 3.15.

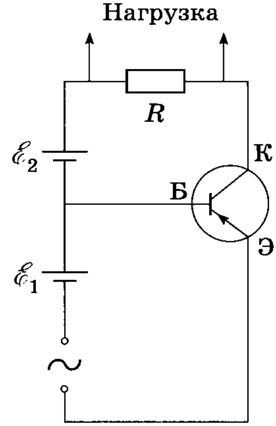


Рис. 3.15

3. Силы тока в коллекторе и эмиттере почти равны, так как в базе практически не происходит потерь (рекомбинации) носителей тока.

🕮 Ответы на вопросы к § 117 (§ 120)

1. Вакуум обеспечивает свободное движение зарядов от одного электрода к другому.

2(–). В диэлектриках явление термоэлектронной эмиссии не наблюдается, так как в них нет свободных электронов. Термоэлектронная эмиссия — это фактически испарение электронов с поверхности металла.

🕮 Ответы на вопросы к § 118 (§ 121)

1. Электронным пучком можно управлять с помощью магнитного и электрического полей. В электронно-лучевой трубке осциллографа управление осуществляется электрическим полем, а в кинескопе — магнитным полем.

2. Электронно-лучевая трубка состоит из вакуумного баллона, на одном конце которого находится экран, на другом, более узком конце находится электронная пушка. Электроны, ускоренные анодом, отклоняются управляющими пластинами и, попадая на экран, вызывают его свечение.

🕮 Ответы на вопросы к § 119 (§ 122)

1. Электролитической диссоциацией называется процесс распада молекул электролита (солей, щелочей или кислот) при растворении его в воде, на ионы под действием электрического поля полярных молекул воды.

2. При ионной проводимости электролита происходит перенос вещества. Положительные ионы осаждаются на катоде, при этом число носителей тока уменьшается. В металлах заряд переносится свободными электронами, концентрация которых в проводнике остаётся постоянной.

3. Сходство заключается в том, что в полупроводниках и электролитах носителями тока являются и положительные и отрицательные заряды. При встрече положительного заряда с отрицательным происходит рекомбинация и образуется нейтральная молекула в электролите и нейтральный атом в полупроводнике. Различие заключается в том, что в электролитах положительные ионы движутся самостоятельно, а в полупроводниках дырки движутся за счёт перескакивания электронов.

🕮 Ответы на вопросы к § 120 (§ 123)

1. Закон электролиза: масса вещества, выделившегося на электроде, прямо пропорциональна заряду, прошедшему через электролит: $m = kq$.

2. При электролизе происходит перенос и заряда и вещества. Поэтому число осевших ионов на электроде равно отношению массы вещества, выделившегося на электроде, к массе иона или отношению заряда, прошедшего через электролит, к заряду иона.

🕮 Ответы на вопросы к § 121 (§ 124)

1. Диссоциация электролитов происходит под действием электрического поля молекул воды. Молекулы электролита распадаются на положительные и отрицательные ионы. Ионизация газа происходит в результате нагревания или облучения. При этом из атома вырываются электроны, и атом становится положительным ионом. Освободившийся электрон может присоединиться к нейтральному атому, при этом образуется отрицательный ион.

2. При сближении положительного иона и электрона образуется нейтральный атом. Этот процесс называется рекомбинацией.

3. Благодаря процессу рекомбинации число ионов в отсутствие ионизатора уменьшается, и газ становится диэлектриком.

🕮 Ответы на вопросы к § 122 (§ 125)

1. При сильном электрическом поле, созданном между катодом и анодом, электрон ускоряется настолько, что его энергии становится достаточно для ионизации атома. Возникает разряд, который не нуждается в поддержании и является самостоятельным.

2. Число зарядов, образовавшихся в результате электронного удара, уменьшается, так как, достигая анода, они осаждаются на нём. Поэтому необходим дополнительный источник электронов. Этим источником может быть подогреваемый катод, испускающий электроны вследствие термоэлектронной эмиссии.

✎ Решение задач из упражнения 20

Задача 1.

Решение. Часть проволоки, опущенная в воду, охлаждается. Сопротивление этой части уменьшается, соответственно уменьшается и сопротивление всей проволоки. Сила тока, проходящего через проволоку, при этом увеличивается. Так как выделяемое в проволоке количество теплоты $Q = I^2Rt$, а сопротивление оставшейся части проволоки не изменяется, то в ней выделяется большее количество теплоты и она нагревается сильнее.

Задача 2.

Решение. Количество теплоты, выделяемой в спирали плитки, $Q = \frac{U^2}{R}t$.

При уменьшении длины спирали её сопротивление уменьшается, следовательно, количество теплоты, выделяемой за единицу времени, увеличивается.

Задача 3.

Дано:	Решение:
$P_1 = 5$ кВт $t_1 = 0$ °C $t_2 = 60$ °C	Мощность, потребляемая обмоткой, $P_1 = \dfrac{U^2}{R_1}$.
P_2, P_3 — ?	

При повышении температуры сопротивление обмотки увеличивается за счёт увеличения удельного сопротивления (увеличением объёма проволоки обмотки при нагревании пренебрегаем, так как оно влияет на изменение сопротивления существенно меньше).

Удельное сопротивление связано с температурой следующим соотношением: $\rho = \rho_0 (1 + \alpha t)$.

Соответственно сопротивление обмотки станет $R = R_1 (1 + \alpha t)$.

Мощность, потребляемая обмоткой, при температуре t_2

$$P_2 = \frac{P_1}{1+\alpha t_2} = \frac{5}{1+4{,}5\cdot 10^{-3}\cdot 60} \text{ (кВт)} \approx 4 \text{ кВт}.$$

Если поддерживать силу тока, идущего через обмотку, постоянной, то выделяемую мощность разумно определять по формуле $P_3 = I^2R$.

В этом случае очевидно, что

$$P_3 = P_1 (1 + \alpha t_2) = 5 (1 + 4{,}5 \cdot 10^{-3} \cdot 60) \text{ (кВт)} \approx 6{,}4 \text{ кВт}.$$

Ответ: ≈4 кВт; ≈6,4 кВт.

Задача 4.

Дано:	Решение:
$m = 0{,}01$ кг $k = 3{,}4 \cdot 10^{-7}$ кг/Кл	Цинк электрода при электролизе расходуется на покрытие ванны.
q — ?	

Согласно закону электролиза масса вещества, выделившегося на электроде, прямо пропорциональна заряду, прошедшему через электролит.

$$m = kq, \text{ отсюда } q = \frac{m}{k} = \frac{0{,}01}{3{,}4\cdot 10^{-7}} \text{ (Кл)} \approx 2{,}9 \cdot 10^4 \text{ Кл}.$$

Ответ: $\approx 2{,}9 \cdot 10^4$ Кл.

Задача 5.

Дано:	Решение:
$m = 0{,}316$ г = $= 3{,}16 \cdot 10^{-4}$ кг $I = 1{,}6$ А $t = 10$ мин = 600 с	Согласно закону электролиза масса вещества, выделившегося на электроде за время t при прохождении тока, пропорциональна силе тока и времени: $m = kIt$, где k — электрохимический эквивалент.
k — ?	

Тогда $k = \dfrac{m}{It} = \dfrac{3{,}16\cdot 10^{-4}}{1{,}6\cdot 600}$ (кг/Кл) $\approx 3{,}3 \cdot 10^{-7}$ кг/Кл.

Ответ: $\approx 3{,}3 \cdot 10^{7}$ кг/Кл.

Задача 6.

Решение. Металлический предмет должен быть катодом, другой электрод (анод) надо поместить внутрь полости.

Задача 7.

Дано:	Решение:
$t = 2$ ч $= 7200$ с $I = 25$ А $k = 3 \cdot 10^{-7}$ кг/Кл $\rho = 8{,}9 \cdot 10^3$ кг/м^3 $S = 0{,}2$ м^2 d — ?	Согласно закону электролиза масса вещества, выделившегося на электроде за время t при прохождении тока, пропорциональна силе тока и времени: $m = kIt$. Масса слоя никеля $m = \rho S d$. Приравняв правые части, имеем $kIt = \rho S d$.

Из последнего выражения найдём толщину слоя:

$$d = \frac{kIt}{\rho S} = \frac{3 \cdot 10^{-7} \cdot 25 \cdot 7{,}2 \cdot 10^3}{8{,}9 \cdot 10^3 \cdot 0{,}2} \text{ (м)} \approx 3 \cdot 10^{-5} \text{ м.}$$

Ответ: $\approx 3 \cdot 10^{-5}$ м.

Задача 8.

Решение. В металле электрон проходит расстояние l_1 между двумя последовательными соударениями с узлами кристаллической решётки. При соударении электрон теряет скорость направленного движения. Поэтому каждый раз его скорость должна увеличиваться от нуля.

В вакууме в однородном электрическом поле электрон пройдёт большее расстояние l_2, так как скорость его при движении непрерывно увеличивается.

Таким образом, $l_1 < l_2$.

Задача 9.

Дано:	Решение:
$U_1 = 500$ В $U_2 = 5000$ В v_1, v_2 — ?	Работа электрического поля при движении электрона идёт на сообщение ему кинетической энергии: $\lvert q_e \rvert U = \dfrac{m_e v^2}{2}$.

Из написанного выражения можно найти скорости электрона при разных значениях напряжения.

$$v_1 = \sqrt{\frac{2|q_e|U_1}{m_e}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 500}{9{,}1 \cdot 10^{-31}}} \text{ (м/с)} \approx 1{,}3 \cdot 10^7 \text{ м/с.}$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{2|q_e|U_2}{m_e}} \approx 4{,}1 \cdot 10^7 \text{ м/с.}$$

Ответ: $\approx 1{,}3 \cdot 10^7$ м/с; $\approx 4{,}1 \cdot 10^7$ м/с.

Сборник задач по физике. 10—11 классы.
Н. А. Парфентьева

МЕХАНИКА

КИНЕМАТИКА

Задача 21.

Дано:	Решение:
$L = 20$ м $\alpha = 30°$	Вектор перемещения мяча показан на рисунке 1, и его модуль равен стороне треугольника AC.
$\lvert\Delta\vec{r}\rvert$, s — ?	Очевидно, что

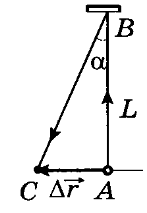


Рис. 1

$$|\Delta\vec{r}| = L \operatorname{tg} \alpha = 20 \operatorname{tg} 30° \approx 11{,}5 \text{ (м)}.$$

Путь, который пролетел мяч,

$$s = AB + BC = L + \frac{L}{\cos\alpha} = L\left(1 + \frac{1}{\cos\alpha}\right) = 20\left(1 + \frac{1}{\cos 30°}\right) \approx 43{,}1 \text{ (м)}.$$

Ответ: ≈11,5 м; ≈43,1 м.

Задача 24.

Дано:	Решение:
$v_1 = 18$ км/ч $L = 900$ м $v_2 = 9$ км/ч	Совместим начало координат с начальным положением велосипедиста (рис. 2). Уравнение движения велосипедиста $x_1 = v_1 t$. Уравнение движения пешехода $x_2 = v_2 t + L$.
t, s — ?	Условие встречи пешехода и велосипедиста:

$$x_1 = x_2 \quad \text{или} \quad v_1 t = v_2 t + L.$$

Тогда время, за которое велосипедист догонит пешехода,

$$t = \frac{L}{v_1 - v_2} = \frac{0{,}9}{18 - 9} \text{ (ч)} = 0{,}1 \text{ ч} = 6 \text{ мин}.$$

Расстояние, которое успеет пройти пешеход до встречи,

$$s = v_2 \frac{L}{v_1 - v_2} = 9 \frac{0{,}9}{18 - 9} \text{ (км)} = 0{,}9 \text{ км}.$$

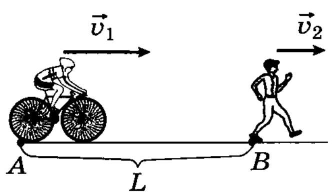


Рис. 2

Ответ: 6 мин; 0,9 км.

Задача 40.

Дано:	Решение:
$v_1 = 1$ м/с $L = 100$ м $v_2 = 2$ м/с	Путь лодки будет минимальным тогда, когда она будет двигаться перпендикулярно берегу и соответственно перпендикулярно направлению течения реки (рис. 3, *а*).
α, t, t_{min}, s — ?	

Скорость $\vec{v}$ лодки относительно берега согласно классическому закону сложения скоростей равна векторной сумме скоростей: скорости $\vec{v}_2$ лодки относительно воды, т. е. её скорости относительно подвижной системы отсчёта, и скорости $\vec{v}_1$ реки, с которой мы связываем подвижную систему отсчёта:

$$\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2.$$

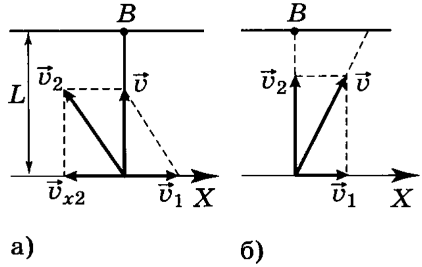


Рис. 3

Строим вектор скорости $\vec{v}_2$. Очевидно, что составляющая $\vec{v}_{2x}$ этого вектора должна быть равна по модулю проекции $\vec{v}_1$ скорости реки и направлена в противоположную сторону. Зная значение скорости v_2, определим её направление:

$$\cos\alpha = \frac{v_1}{v_2} = \frac{1}{2}.$$

Очевидно, что угол, под которым лодочник должен направлять лодку, равен 60°.

Скорость лодки относительно берега $v = \sqrt{v_2^2 - v_1^2}$.

Тогда время переправы $t = \frac{L}{v} = \frac{L}{\sqrt{v_2^2 - v_1^2}} = \frac{100}{\sqrt{2^2 - 1^2}}$ (с) ≈ 58 с.

Время переправы будет минимальным тогда, когда лодочник будет направлять лодку перпендикулярно берегу (рис. 3, *б*).

В этом случае время переправы $t_{\min} = \frac{100}{2}$ (с) = 50 с.

За это время лодку снесёт течением на расстояние $s = 50$ м.

Ответ: 60°; ≈58 с; 50 с; 50 м.

Задача 43.

Дано:
$v = 36$ км/ч = 10 м/с
$\alpha = 60°$
$v_1 = 2$ м/с

v_2 — ?

Решение:

Нам нужно найти скорость $\vec{v}_2$ капель относительно дороги (неподвижная система отсчёта).

Скорость $\vec{v}$ автомобиля относительно дороги — скорость подвижной системы отсчёта (автомобиля) относительно неподвижной (дороги).

Скорость $\vec{v}_1$ капель относительно стекла автомобиля — скорость относительно подвижной системы отсчёта. Согласно классическому закону сложения скоростей $\vec{v}_2 = \vec{v}_1 + \vec{v}$. На рисунке 4 показаны эти векторы. Сложим их по правилу параллелограмма. По теореме косинусов найдём

$$v_2 = \sqrt{v_1^2 + v^2 - 2v_1 v\cos\alpha} =$$
$$= \sqrt{4 + 100 - 2\cdot 2\cdot 10\cdot 1/2} \approx 9{,}2 \text{ м/с}.$$

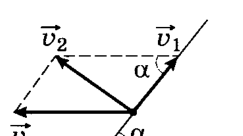


Рис. 4

Ответ: ≈9,2 м/с.

Задача 45.

Дано:	Решение:
$v = kr$ $k = \text{const}$	
$\vec{v}_{\text{отн}} = f(\Delta\vec{r})$ — ?	

Представим, что мы находимся в галактике *1*, движущейся со скоростью $v_1 = kr_1$.

Мы наблюдаем галактику *2*, движущуюся со скоростью $v_2 = kr_2$.

Согласно закону относительности движений можно определить скорость, выбрав определённое тело отсчёта. Мы можем найти скорость галактики *2* относительно нашей галактики *1*: $\vec{v}_{\text{отн}} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1 = k\Delta\vec{r}$.

Измерив эту скорость, мы можем найти расстояние между галактиками *1* и *2*, но не можем найти место Большого взрыва.

Задача 63.

Дано:	Решение:
График $x(t)$	
$x(t)$, $v_x(t)$ — ?	

По графику определяем, что в момент времени $t = 0$ $x = 2$ м.

Начальная скорость тела была равна нулю, так как начальная точка — вершина параболы и касательная к кривой в точке A параллельна оси t. Напомним, что тангенс угла наклона касательной к оси t определяет скорость тела. Таким образом, уравнение движения имеет вид

$$x = 2 + \frac{at^2}{2}. \qquad (1)$$

При $t = 2$ с координата тела равна 8 м.

Подставив эти цифры в уравнение (1), найдём $a = 3$ м/с^2.

В результате $x(t) = 2 + 1{,}5t^2$ (м); $v_x(t) = 3t$ (м/с).

Ответ: $x(t) = 2 + 1{,}5t^2$ м; $v_x(t) = 3t$ м/с.

Задача 71.

Дано:	Решение:
$\tau = 3$ с $s_1 = 20$ м $s_2 = 50$ м	
v_0, a — ?	

Движение велосипедиста равноускоренное. Уравнение движения велосипедиста $x = v_0 t + \frac{at^2}{2}$.

В момент времени $t_1 = \tau$ пройденный путь численно равен координате велосипедиста:

$$x_1 = s_1 = v_0\tau + \frac{a\tau^2}{2}. \qquad (1)$$

В момент времени 2τ координата велосипедиста $x_2 = v_0 2\tau + \frac{a(2\tau)^2}{2}$, пройденный путь

$$s_2 = x_2 - x_1 = v_0\tau + \frac{3}{2}a\tau^2. \qquad (2)$$

Уравнения (1) и (2) — система двух уравнений относительно двух неизвестных: a и v_0.

Вычтем из второго уравнения первое, получим

$$s_2 - s_1 = a\tau^2, \; a = \frac{s_2 - s_1}{\tau^2} = \frac{30}{3^2} \text{ (м/с}^2\text{)} = \frac{10}{3} \text{ м/с}^2.$$

Подставив найденное выражение для ускорения в уравнение (1), получим

$$v_0 = \frac{3s_1 - s_2}{2\tau} = \frac{3 \cdot 20 - 50}{2 \cdot 3} \text{ (м/с)} = \frac{5}{3} \text{ м/с}.$$

Ответ: $\frac{5}{3}$ м/с; $\frac{10}{3}$ м/с^2.

Задача 74.

Дано:	Решение:
$v_0 = 0{,}5$ м/с $s = 2{,}5$ м	Направим ось X вверх вдоль наклонной плоскости, совместим начало координат с нижним телом.
t — ?	Уравнение движения тела вверх имеет вид

$$x_1 = v_0 t - \frac{at^2}{2}.$$

Уравнение движения тела вниз имеет вид $x_2 = s - \frac{at^2}{2}$.

В момент встречи $x_1 = x_2$ или $v_0 t - \frac{at^2}{2} = s - \frac{at^2}{2}$.

Таким образом, промежуток времени, через который тела встретятся,

$$t = \frac{s}{v_0} = \frac{2{,}5}{0{,}5} \text{ (с)} = 5 \text{ с}.$$

Ответ: 5 с.

Задача 75.

Дано:	Решение:
$v_x = 0{,}5$ м/с $y(x) = 4x + 16x^2$	Уравнение движения тела вдоль оси X имеет вид
$y(t)$, $v_y(t)$ — ?	

$$x = v_x t. \qquad (1)$$

Из уравнения траектории следует, что по оси Y движение равноускоренное:

$$y = v_{0y} t + \frac{a_y t^2}{2}. \qquad (2)$$

Выразим из уравнения (1) время t и подставим в уравнение (2):

$$y = \frac{v_{0y}}{v_x} x + \frac{a_y}{2v_x^2} x^2.$$

Сравнив полученное выражение с уравнением траектории из условия задачи, найдём $\frac{v_{0y}}{v_x} = 4$, $\frac{a_y}{2v_x^2} = 16 \frac{1}{\text{м}}$.

$$v_{0y} = 4v_x = 2 \text{ м/с}, \; a_y = 32v_x^2 = 8 \text{ м/с}^2.$$

Уравнение движения вдоль оси Y: $y(t) = 2t + 4t^2$.
Зависимость скорости от времени: $v_y(t) = 2 + 8t$.
Ответ: $y(t) = 2t + 4t^2$; $v_y(t) = 2 + 8t$.

Задача 81.

Дано:	Решение:
$h = 2$ м $\tau = 0{,}13$ с	Уравнение движения сосульки вдоль оси Y, направленной вертикально вниз, имеет вид $y = \dfrac{gt^2}{2}$.
H — ?	

При падении на землю $y = H$. Тогда время падения с крыши дома на землю определим из уравнения $H = \dfrac{gt_п^2}{2}$, отсюда $t_п = \sqrt{\dfrac{2H}{g}}$.

Аналогично время падения с крыши до верхнего края двери $t_{п1} = \sqrt{\dfrac{2(H-h)}{g}}$.

Время, за которое сосулька пролетела вдоль двери, равно полному времени падения минус время падения до двери: $\tau = \sqrt{\dfrac{2H}{g}} - \sqrt{\dfrac{2(H-h)}{g}}$. Мы получили одно уравнение с одним неизвестным H, решением которого является выражение $H = \dfrac{(2h + g\tau^2)^2}{8g\tau^2} \approx 13$ м.

Ответ: $\approx$13 м.

Задача 96.

Дано:	Решение:
$\alpha = 45°$ $L_1 = 6$ м $h = 1{,}5$ м	Движение мяча равноускоренное с ускорением свободного падения (пренебрегаем сопротивлением воздуха). Уравнение движения в векторной форме имеет вид $\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \dfrac{\vec{a}t^2}{2}$.
v_0 — ?	

Выберем систему координат, как показано на рисунке 5.

Проекции ускорения свободного падения на оси X и Y равны $a_x = 0$; $a_y = -g$. Так как угол, под которым брошен мяч, равен α, то проекции скорости на оси

$$v_{0x} = v_0 \cos\alpha, \quad v_{0y} = v_0 \sin\alpha.$$

Уравнение движения в проекции на оси X и Y имеет вид

$$x = (v_0 \cos\alpha)\, t; \qquad (1)$$

$$y = h + (v_0 \sin\alpha)\, t - \frac{gt^2}{2}. \qquad (2)$$

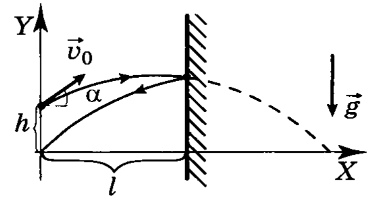


Рис. 5

Движение мяча можно рассматривать как сумму двух независимых движений: равномерного движения по оси X и равноускоренного по оси Y.

Если бы стенки не было, то дальность полёта мяча была бы равна $L = (v_0 \cos\alpha)\, T$, где T — полное время движения.

Полное время движения мяча можно определить из уравнения (2) при $y = 0$ (в конце полёта мяч на земле).

$0 = h + (v_0 \sin\alpha)T - \dfrac{gT^2}{2}$. Решая это уравнение, получим

$$T_{1,2} = \frac{v_0 \sin\alpha \pm \sqrt{(v_0 \sin\alpha)^2 + 2gh}}{g}.$$

Физический смысл имеет решение со знаком «+».

Дальность полёта мяча в отсутствие стенки

$$L = v_0 \cos\alpha \frac{v_0 \sin\alpha + \sqrt{(v_0 \sin\alpha)^2 + 2gh}}{g}. \qquad (3)$$

Удар о стенку абсолютно упругий, следовательно, потерь скорости при ударе нет. $L = 2L_1$.

Подставив это значение в уравнение (3), получим уравнение относительно скорости v_0. Так как угол $\alpha = 45°$, то уравнение (3) можно упростить: $2L_1 g = \dfrac{v_0^2}{2} + \dfrac{v_0}{\sqrt{2}}\sqrt{\dfrac{v_0^2}{2} + 2gh}$.

Сделав преобразования, получим $v_0 = \dfrac{2gL_1}{\sqrt{g(h + 2L_1)}} \approx 10$ м/с.

Ответ: $\approx$10 м/с.

Замечание. Иногда эту задачу решают, идя сложным путём. Сначала определяют скорость при ударе о стенку и высоту, на которой произошёл удар, а затем решают новую задачу о движении тела, брошенного под углом к горизонту. Это неразумный путь решения, так как вследствие того, что удар абсолютно упругий, происходит зеркальное «отражение» траектории, которая была бы, если бы стенки не было.

Задача 100.

Дано:
$\alpha = 45°$
$h = 5$ м
$L = 50$ м

N — ?

Решение:

После удара о плоскость мяч летит горизонтально. Выберем оси координат, как показано на рисунке 6.

Запишем проекции скорости в момент удара и ускорения на оси X и Y:

$$v_{0x} = v_0 \cos\alpha,$$
$$v_{0y} = v_0 \sin\alpha,$$
$$a_x = g \sin\alpha,$$
$$a_y = -g \cos\alpha.$$

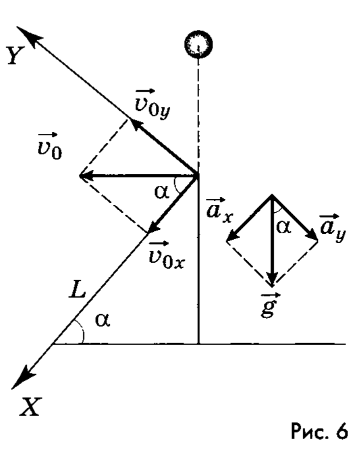


Рис. 6

Запишем уравнения движения мяча по осям X и Y:

$$x = (v_0 \cos\alpha)t + \frac{(g \sin\alpha)t^2}{2}; \qquad (1)$$

$$y = (v_0 \sin\alpha)t - \frac{(g \cos\alpha)t^2}{2}. \qquad (2)$$

Время между двумя ударами найдём из уравнения (2):

$$0 = (v_0 \sin\alpha)t_1 - \frac{(g\cos\alpha)t_1^2}{2}, \text{ или } t_1 = \frac{2v_0 \sin\alpha}{g\cos\alpha}.$$

Промежуток времени T, в течение которого мяч летит вдоль всей наклонной плоскости (расстояние L), равен Nt_1, где N — число ударов о наклонную плоскость после падения.

Подставив это выражение в уравнение (1), получим

$$L = (v_0 \cos\alpha)Nt_1 + \frac{(g\sin\alpha)N^2 t_1^2}{2}. \quad (3)$$

Для упрощения расчётов учтём, что $\alpha = 45°$ и $\sin\alpha = \cos\alpha$, тогда $t_1 = \frac{2v_0}{g}$.

Сделав несложные преобразования, получим уравнение

$$N^2 + N - \frac{gL}{2v_0^2 \cos\alpha} = 0. \quad (4)$$

Начальную скорость v_0 определим, рассматривая движение мяча до удара о наклонную плоскость. Движение мяча вдоль вертикали происходило по закону

$$y = \frac{gt^2}{2}. \quad (5)$$

При этом скорость мяча $v = gt$.

Подставив в уравнение (5) высоту h, получим время падения мяча $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$. Тогда скорость мяча при падении $v_0 = \sqrt{2gh}$.

Уравнение (4) в результате будет иметь вид

$$N^2 + N - \frac{L}{4h\cos\alpha} = 0.$$

Решение этого уравнения $N_{1,2} = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{L}{4h\cos\alpha}}$.

Число ударов — целая, положительная величина $N = 1$. Так как N — число ударов о наклонную плоскость после падения, то общее число ударов равно 2.

Ответ: 2.

Задача 107.

Дано:
$t = 0{,}5$ с
$v = 4$ м/с
$R = 1$ м

a — ?

Решение:

Точка движется по окружности, при этом скорость её увеличивается. Это означает, что её полное ускорение равно векторной сумме касательного и центростремительного ускорений (рис. 7).

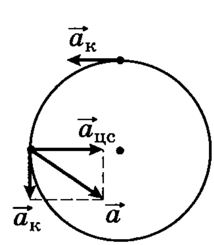


Рис. 7

Касательное ускорение определяет изменение модуля скорости за единицу времени: $a_к = \frac{v}{t}$.

Центростремительное ускорение равно отношению квадрата мгновенной скорости к радиусу вращения: $a_{цс} = \frac{v^2}{R}$.

В результате

$$a = \sqrt{a_к^2 + a_{цс}^2} = \sqrt{\left(\frac{v}{t}\right)^2 + \left(\frac{v^2}{R}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{4}{0,5}\right)^2 + \left(\frac{16}{1}\right)^2} \text{ (м/с}^2) \approx 18 \text{ м/с}^2.$$

Ответ: $\approx$18 м/с^2.

Задача 111.

Дано:	Решение:
$v_1 = 2v_2$ R	Угловая скорость всех точек катушки относительно оси вращения одинакова:
ω, v_O — ?	

$$\frac{v_1}{r_1} = \frac{v_2}{r_2}. \quad (1)$$

Из рисунка 8 видно, что ось вращения находится ниже точки O на расстояние x.

Перепишем равенство (1) в виде

$$\frac{v_1}{R + x} = \frac{v_2}{R - x}.$$

Находим $x = \frac{R}{3}$.

Угловая скорость вращения $\omega = \frac{v_1}{\frac{4}{3}R} = \frac{3v_1}{4R}$.

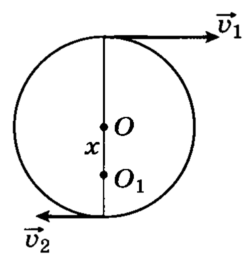


Рис. 8

Скорость центра катушки $v_O = \omega x = \frac{v_1}{4}$.

Ответ: $\frac{3v_1}{4R}$; $\frac{v_1}{4}$.

Задача 115.

Дано:	Решение:
v_1 v_2 α	Так как канаты не разрываются, то скорости всех точек каната и, в частности, точки, за которую канаты прикреплены к машине, должны быть равны. Из этого условия следует, что проекции скорости машины на канаты должны быть равны скоростям канатов (рис. 9).
v, γ — ?	

Из концов векторов скорости канатов проведём перпендикуляры. Проведя вектор из точки O в точку пересечения A, найдём вектор скорости машины $\vec{v}$.

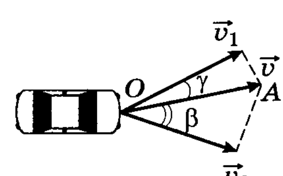


Рис. 9

Мы получили два прямоугольных треугольника с общей стороной, модуль которой равен v.

Обозначим углы треугольников β и γ. Тогда

$$\alpha = \beta + \gamma, \qquad (1)$$

$$v = \frac{v_1}{\cos\beta} = \frac{v_2}{\cos\gamma}. \qquad (2)$$

Из полученной системы уравнений можно найти cos β или cos γ.

Найдём cos γ. Из уравнения (2) следует, что

$$v_1 \cos\gamma = v_2 \cos(\alpha - \gamma).$$

Тогда $v_1 \cos\gamma = v_2(\cos\alpha\cos\gamma + \sin\alpha\sqrt{1-\cos^2\gamma})$.

Преобразуем выражение: $\cos\gamma(v_1 - v_2\cos\alpha) = v_2\sin\alpha\sqrt{1-\cos^2\gamma}$.

Возведя в квадрат левую и правую части полученного равенства, получим выражение для cos γ:

$$\cos\gamma = \frac{v_2\sin\alpha}{\sqrt{v_1^2 - 2v_1v_2\cos\alpha + v_2^2}},$$

а затем для v:

$$v = \sqrt{v_1^2 + \frac{(v_2 - v_1\cos\alpha)^2}{\sin^2\alpha}}.$$

Ответ: $v = \sqrt{v_1^2 + \frac{(v_2 - v_1\cos\alpha)^2}{\sin^2\alpha}}$; $\cos\gamma = \frac{v_2\sin\alpha}{\sqrt{v_1^2 - 2v_1v_2\cos\alpha + v_2^2}}$.

ДИНАМИКА

Задача 120.

Дано:	Решение:
$m = 45$ кг $T = 400$ Н $g = 9{,}8$ м/с^2	Сила тяжести, действующая на груз, $F_т = mg = 45 \cdot 9{,}8$ (Н) $= 441$ Н.
a — ?	Если подвесить груз на верёвку, выдерживающую максимальное натяжение 400 Н, то она оборвётся.

Если опускать груз на верёвке с ускорением, направленным вниз, то сила натяжения уменьшается.

По второму закону Ньютона запишем

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{T}. \qquad (1)$$

Направим ось X вниз (рис. 10). В проекции на эту ось уравнение (1) имеет вид $ma = mg - T$.

Отсюда искомое ускорение найдём по формуле

$$a = \frac{mg - T}{m} = \frac{441 - 400}{45} \text{ (м/с}^2) \approx 0{,}91 \text{ м/с}^2.$$

Если груз опускать с таким ускорением, то сила натяжения будет максимальна.

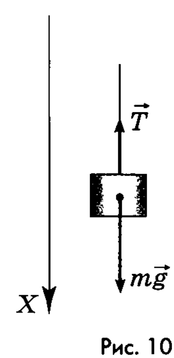


Рис. 10

При увеличении ускорения сила натяжения будет уменьшаться и при ускорении, равном ускорению свободного падения, сила натяжения станет равна нулю.

Ответ: $\approx 0{,}91$ м/с^2.

Задача 128.

Дано:	Решение:
$m_1 = m_2 = m$ $\alpha = 30°$ $g = 10$ м/с^2 a — ?	Силы, действующие на тела *1* и *2*, показаны на рисунке 11. На тело *1* действуют силы: натяжения $\vec{T}_1$ и тяжести $m\vec{g}$.

На тело *2* действуют силы: натяжения $\vec{T}_2$, тяжести $m\vec{g}$ и нормальной реакции $\vec{N}$.

По второму закону Ньютона для тел *1* и *2* запишем

$$m\vec{a}_1 = m\vec{g} + \vec{T}_1, \quad (1)$$

$$m\vec{a}_2 = m\vec{g} + \vec{T}_2 + \vec{N}. \quad (2)$$

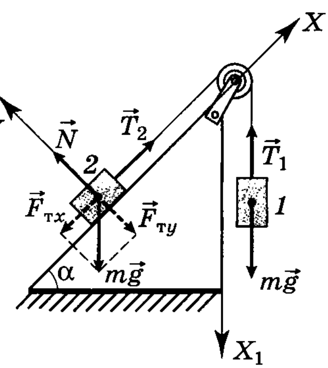


Рис. 11

Движение тел рассматриваем относительно наклонной плоскости.

Для рассмотрения движения тела *1* направим ось X_1 вниз и запишем уравнение (1) в проекции на эту ось:

$$ma_1 = mg - T_1. \quad (3)$$

Для рассмотрения движения тела *2* выберем оси координат, как показано на рисунке.

Запишем уравнение (2) в проекции на выбранные оси:

на ось X: $\quad ma_2 = T_2 - mg\sin\alpha; \quad (4)$

на ось Y: $\quad 0 = N - mg\cos\alpha.$

Ускорения тел по модулю равны, так как нить нерастяжима:

$$a_1 = a_2 = a. \quad (5)$$

Силы натяжения равны, так как по условию массами блока и нити можно пренебречь:

$$T_1 = T_2 = T. \quad (6)$$

Перепишем уравнения (3) и (4) с учётом уравнений (5) и (6):

$$ma = mg - T; \quad (7)$$

$$ma = T - mg\sin\alpha. \quad (8)$$

Уравнения (7) и (8) — система двух уравнений относительно двух неизвестных: a и T.

Сложив левые и правые части уравнений, запишем

$$2ma = mg\,(1 - \sin\alpha),$$

откуда $a = \frac{g}{2}(1 - \sin\alpha) = \frac{10}{2}(1 - 0{,}5)$ (м/с^2) $= 2{,}5$ м/с^2.

Ответ: $2{,}5$ м/с^2.

Задача 131.

Дано:	Решение:
$m_1 = 3$ кг	
$m_2 = 4$ кг	
a_1, a_2, T — ?	

На тела действуют силы тяжести и силы натяжения (рис. 12).

По второму закону Ньютона для грузов *1* и *2* запишем уравнения

$$m_1\vec{a}_1 = m_1\vec{g} + \vec{T}_1;$$
$$m_2\vec{a}_2 = m_2\vec{g} + \vec{T}_2.$$

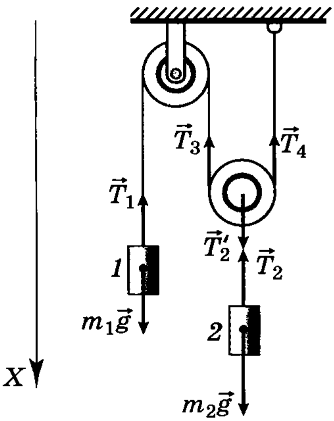


Рис. 12

Ось X направим вертикально вниз.

Груз *1* движется с ускорением вниз, а груз *2* — вверх.

В проекции на ось X уравнения запишем в виде

$$\begin{aligned} m_1a_1 &= m_1g - T_1; \\ -m_2a_2 &= m_2g - T_2. \end{aligned} \qquad (1)$$

Силы натяжения $T_1 = T_3 = T_4 = T$, так как массами блоков и нити можно пренебречь.

Также $T_3 + T_4 = T'_2$ и $T_2 = T'_2$.

Следовательно, $T_2 = 2T$.

Ускорение груза *1* в 2 раза больше ускорения груза *2*, так как при спуске тела на высоту h груз *2* поднимается на высоту $h/2$.

$$a_1 = 2a_2.$$

Перепишем уравнения (1) с учётом написанных соотношений

$$m_1a_1 = m_1g - T, \qquad (2)$$

$$m_2\frac{a_1}{2} = -m_2g + 2T. \qquad (3)$$

Решив систему уравнений, получим

$$a_1 = \frac{2g(2m_1 - m_2)}{4m_1 + m_2} = \frac{2 \cdot 10 \cdot (2 \cdot 3 - 4)}{4 \cdot 3 + 4}\ (\text{м/с}^2) = 2{,}5\ \text{м/с}^2, \quad a_2 = 1{,}25\ \text{м/с}^2.$$

Силу натяжения T найдём из уравнения (2):

$$T = \frac{3m_1m_2g}{4m_1 + m_2} = \frac{3 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 10}{4 \cdot 3 + 4}\ (\text{Н}) = 22{,}5\ \text{Н}.$$

Сила натяжения $T_2 = 45$ Н.

Ответ: 2,5 м/с^2; 1,25 м/с^2; 22,5 Н; 45 Н.

Задача 135.

Дано:	Решение:
$R = 20$ см $= 0{,}2$ м	
$h = 5$ см $= 0{,}05$ м	
ω — ?	

На шарик, вращающийся по внутренней поверхности сферы, действуют силы: тяжести $m\vec{g}$ и нормальной реакции $\vec{N}$ (рис. 13).

По второму закону Ньютона для шарика запишем

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N}. \qquad (1)$$

Шарик движется равномерно, следовательно, полное ускорение шарика равно центростремительному ускорению: $a = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$.

Радиус окружности, по которой вращается шарик, как видно из рисунка, $r = \sqrt{R^2 - (R-h)^2} = \sqrt{h(2R-h)}$.

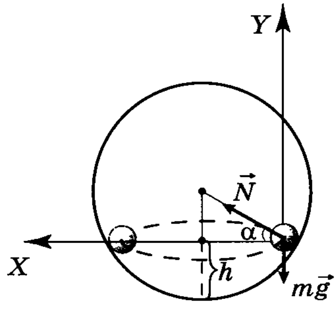


Рис. 13

Обратим внимание на то, что оси координат мы выбираем таким образом, чтобы одна из них проходила через центр окружности, по которой движется тело.

В проекции на ось X уравнение (1) имеет вид

$$m\omega^2 r = N \cos\alpha; \qquad (2)$$

на ось Y:

$$0 = N \sin\alpha - mg. \qquad (3)$$

Из последнего уравнения, выразив N и затем подставив в уравнение (2), имеем $m\omega^2 r = \frac{mg\cos\alpha}{\sin\alpha} = mg\,\mathrm{ctg}\,\alpha$, откуда

$$\omega = \sqrt{\frac{g\,\mathrm{ctg}\,\alpha}{r}} = \sqrt{\frac{gr}{(R-h)r}} = \sqrt{\frac{g}{R-h}} = \sqrt{\frac{10}{0{,}15}} \text{ (рад/с)} \approx 8{,}2 \text{ рад/с}.$$

Ответ: $\approx 8{,}2$ рад/с.

Задача 137.

Дано:
m_1
m_2
ω
l_2 — ?

Решение:

На каждое из тел системы действуют две силы: сила тяжести и сила натяжения, как показано на рисунке 14.

Тело массой m_1 находится в состоянии покоя, поэтому $m_1 g = T_1$.

По второму закону Ньютона для второго тела имеем

$$m_2\vec{a} = m_2\vec{g} + \vec{T}_2. \qquad (1)$$

В проекциях на выбранные оси координат уравнение (1) запишем в виде $m_2\omega^2 r = T_2 \cos\alpha$, где

$$r = l_2 \cos\alpha.$$

Считая, что массой нити можно пренебречь, запишем $T_1 = T_2 = T$.

Тогда получим

$$m_2\omega^2 l_2 \cos\alpha = m_1 g \cos\alpha.$$

Для l_2 в результате имеем

$$l_2 = \frac{m_1 g}{m_2\omega^2}.$$

Ответ: $l_2 = \frac{m_1 g}{m_2\omega^2}$.

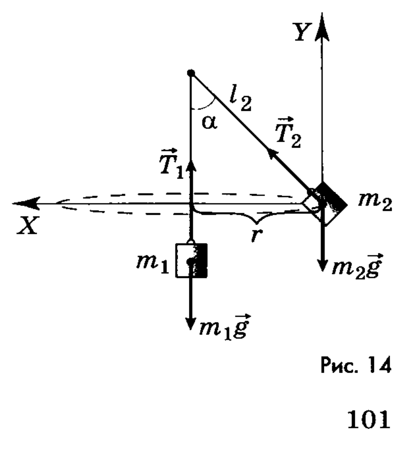


Рис. 14

Задача 144.

Дано:	Решение:
$T = 10$ ч $= 3{,}6 \cdot 10^4$ с $h \ll R$	Плотность планеты $\rho = \dfrac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3}$, где R —
ρ — ?	

радиус планеты.

Движение спутника по орбите вокруг планеты определяет сила тяготения.

По второму закону Ньютона для спутника запишем

$$ma = G\frac{mM}{(R+h)^2}, \tag{1}$$

где m — масса спутника, M — масса планеты, h — расстояние от поверхности планеты до спутника.

По условию задачи расстояние h много меньше радиуса планеты R, поэтому уравнение (1) запишем в виде

$$a = G\frac{M}{R^2}. \tag{2}$$

Скорость движения планеты по круговой орбите постоянна по модулю, поэтому полное ускорение планеты равно центростремительному ускорению:

$$a = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 R.$$

Подставив последнее выражение в уравнение (2), получим

$$\frac{4\pi^2}{T^2}R = G\frac{M}{R^2}.$$

Отсюда найдём $M = \dfrac{4\pi^2 R^3}{T^2 G}$. Тогда плотность

$$\rho = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{3\pi}{GT^2}. \tag{3}$$

Проверим размерность полученного результата.

$$[\rho] = \left[\frac{1}{\frac{\text{Н}\cdot\text{м}^2}{\text{кг}^2}\cdot\text{с}^2}\right] = \left[\frac{\text{кг}^2}{\frac{\text{кг}\cdot\text{м}\cdot\text{м}^2}{\text{с}^2}\cdot\text{с}^2}\right] = \left[\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}\right].$$

Подставив числовые значения, в результате получим

$$\rho = \frac{3\cdot 3{,}14}{6{,}67\cdot 10^{-11}\cdot(3{,}6\cdot 10^4)^2}\ (\text{кг/м}^3) \approx 110\ \text{кг/м}^3.$$

Ответ: ≈ 110 кг/м^3.

Задача 154.

Дано:	Решение:
$P_э = 0{,}97\ P_п$ $\rho = 2{,}5 \cdot 10^3$ кг/м^3	
T — ?	

На полюсе и на экваторе на тело действуют две силы: сила притяжения к планете и сила нормальной реакции (рис. 15).

На полюсе тело находится в покое относительно планеты (неинерциальной системы отсчёта) и инерциальной системы отсчёта, связанной, например, с Солнцем. Условие равновесия тела:

$$\vec{F}_т + \vec{N}_п = 0.$$

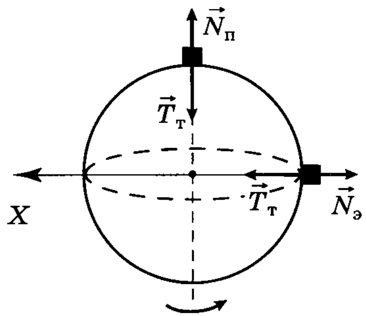


Рис. 15

Вес тела — это сила, с которой тело действует на опору или подвес. Отсюда вес тела на полюсе равен $P_п = N_п = F_т = G\dfrac{mM}{R^2}$, где m — масса тела, M — масса планеты, R — её радиус.

На экваторе тело также находится в покое относительно планеты, но движется с центростремительным ускорением относительно инерциальной системы отсчёта, которую мы связали с Солнцем. По второму закону Ньютона в проекции на ось X запишем

$$m\frac{4\pi^2}{T^2}R = G\frac{mM}{R^2} - N_э;$$

$$N_э = P_э. \qquad (1)$$

По условию задачи $P_э = 0{,}97P_п$.

Выразив вес тела на экваторе из уравнений (1) и подставив в последнее выражение, получим

$$G\frac{mM}{R^2} - m\frac{4\pi^2}{T^2}R = 0{,}97G\frac{mM}{R^2}.$$

Таким образом, $0{,}03G\dfrac{M}{R^2} = \dfrac{4\pi^2}{T^2}R$ или $\dfrac{M}{R^3} = \dfrac{4\pi^2}{0{,}03GT^2}$.

Разделив левую и правую части равенства на $\dfrac{4}{3}\pi$, слева получим массу планеты, делённую на её объём, т. е. плотность. Тогда $\rho = \dfrac{\pi}{0{,}01GT^2}$.

В результате период вращения планеты вокруг оси

$$T = \sqrt{\frac{100\pi}{G\rho}} = \sqrt{\frac{100 \cdot 3{,}14}{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 2{,}5 \cdot 10^3}}\,(\text{с}) \approx 4{,}34 \cdot 10^4\ \text{с} \approx 12\ \text{ч}.$$

Ответ: $\approx$12 ч.

Задача 161.

Дано:	Решение:
$k_1 = 2 \cdot 10^3$ Н/м $k_2 = 10^3$ Н/м $m_1 = 1$ кг $m_2 = 2$ кг $a = 2$ м/с^2	На первое тело действуют силы натяжения пружин *1* и *2* и сила тяжести, на второе — сила тяжести и сила натяжения пружины *2* (рис. 16). а) Ускорение направлено вверх. Выбираем направление оси X, совпадающее с направлением ускорения.
$x_1,\ x_2,\ x_3,\ x_4$ — ?	

Тогда в проекции на эту ось по второму закону Ньютона запишем

$$\begin{aligned} m_1a &= T_1 - m_1g - T_2; \\ m_2a &= T_2' - m_2g. \end{aligned} \quad (1)$$

По закону Гука модули сил натяжения пружин

$$T_1 = k_1x_1;\ \ T_2 = k_2x_2;\ \ T_2 = T_2'.$$

Подставив выражения для сил натяжения в уравнения (1), получим систему двух уравнений относительно x_1 и x_2:

$$m_1a = k_1x_1 - m_1g - k_2x_2;$$

$$m_2a = k_2x_2 - m_2g.$$

Сложив правые и левые части этих уравнений, получим удлинение верхней пружины:

$$x_1 = \frac{(m_1 + m_2)(a + g)}{k_1} =$$

$$= \frac{3 \cdot 12}{2 \cdot 10^3}\ (\text{м}) = 1{,}8 \cdot 10^{-2}\ \text{м} = 1{,}8\ \text{см}.$$

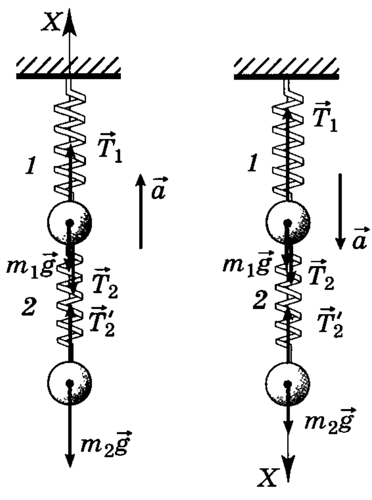


Рис. 16

Из второго уравнения системы (1) получим значение удлинения нижней пружины:

$$x_2 = \frac{m_2(a + g)}{k_2} = \frac{2\,(2 + 10)}{10^3}\ (\text{м}) = 2{,}4 \cdot 10^{-2}\ \text{м} = 2{,}4\ \text{см}.$$

б) Если ускорение направлено вниз, то, направив ось X вниз, по второму закону Ньютона запишем уравнения движения тел:

$$m_1a = T_2 + m_1g - T_1;\ \ m_2a = m_2g - T_2'.$$

Подставив выражения для сил натяжения ($T_1 = k_1x_3$; $T_2 = k_2x_4$; $T_2 = T_2'$), получим

$$m_1a = -k_1x_3 + m_1g + k_2x_4;\ \ m_2a = -k_2x_4 + m_2g.$$

откуда

$$x_4 = \frac{m_2(g - a)}{k_2} = \frac{2 \cdot 8}{10^3}\ (\text{м}) = 0{,}016\ \text{м} = 1{,}6\ \text{см};$$

$$x_3 = \frac{(m_1 + m_2)(g - a)}{k_1} = \frac{(1+2)\cdot 8}{2\cdot 10^3}\ (\text{м}) = 0{,}012\ \text{м} = 1{,}2\ \text{см}.$$

Ответ: 1,8 см; 2,4 см; 1,2 см; 1,6 см.

Задача 162.

Дано:
$m = 180$ г $= 0{,}18$ кг
$k = 10^2$ Н/м
$l = 40$ см $= 0{,}4$ м
$x = 5$ см $= 0{,}05$ м

v — ?

Решение:

На шарик действуют две силы: сила тяжести $m\vec{g}$ и сила упругости $\vec{F}$ (рис. 17).

В проекции на ось X по второму закону Ньютона запишем

$$ma = F - mg. \qquad (1)$$

В положении равновесия ускорение шарика равно центростремительному ускорению: $a = \frac{v^2}{r}$, где $r = l + x$.

Сила упругости согласно закону Гука $F = kx$.

Подставив написанные выражения в уравнение (1), получим

$$m\frac{v^2}{l + x} = kx - mg.$$

Тогда для скорости шарика имеем

$$v = \sqrt{\frac{(kx - mg)(l + x)}{m}} =$$

$$= \sqrt{\frac{(10^2\cdot 0{,}05 - 0{,}18\cdot 10)\cdot(0{,}4 + 0{,}05)}{0{,}18}}\ (\text{м/с}) \approx 2{,}8\ (\text{м/с}).$$

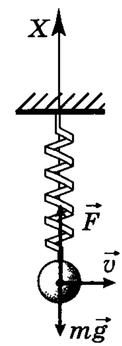


Рис. 17

Ответ: ≈2,8 м/с.

Задача 171.

Дано:
$m_1 = 50$ кг
$m_2 = 40$ кг
$\mu = 0{,}01$

a — ?

Решение:

Для того чтобы доска начала скользить по льду, на неё со стороны мальчика должна действовать сила бóльшая или равная силе трения скольжения: $F \geqslant F_{\text{тр. ск}} = \mu N$, где N — сила нормальной реакции (рис. 18, *а*).

Мальчик движется с ускорением под действием силы трения $F_{\text{тр}1}$ (рис. 18, *б*).

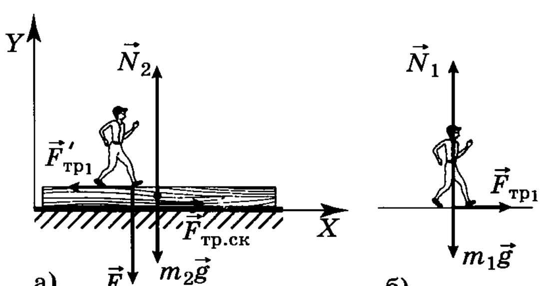


Рис. 18

По третьему закону Ньютона сила трения, действующая на мальчика со стороны доски, равна по модулю и противоположна по направлению силе трения, действующей на доску со стороны мальчика:

$$\vec{F}_{тр1} = -\vec{F}'_{тр1}.$$

Таким образом, на мальчика действуют силы: тяжести $m_1\vec{g}$, нормальной реакции $\vec{N}_1$ и трения со стороны доски $\vec{F}_{тр1}$.

На доску действуют сила тяжести $m_2\vec{g}$, сила нормальной реакции $\vec{N}_2$ поверхности, по которой движется доска, сила давления $\vec{F}_д$ мальчика, силы трения $\vec{F}'_{тр1}$ со стороны мальчика и $\vec{F}_{тр.\,ск}$ со стороны поверхности (см. рис. 18). Так как мы определяем минимальное ускорение мальчика, то для движения доски достаточно, чтобы сумма сил, действующих на неё, была равна нулю, тогда доска может двигаться равномерно.

По второму закону Ньютона для мальчика и доски запишем

$$m_1\vec{a} = m_1\vec{g} + \vec{N}_1 + \vec{F}_{тр1};$$

$$m_2\vec{a} = \vec{F}_{тр.\,ск} + m_2\vec{g} + \vec{F}'_{тр1} + \vec{N}_2 + \vec{F}_д.$$

В проекциях на оси X и Y уравнения имеют вид:

на ось X: $\quad m_1 a = F_{тр1};$ (1)

$0 = F_{тр.\,ск} - F'_{тр1} = \mu N_2 - F'_{тр1};$ (2)

на ось Y: $\quad 0 = -m_1 g + N_1;$ (3)

$0 = -m_2 g + N_2 - F_д.$ (4)

Выразив N_2 из уравнения (4) и подставив в уравнение (2), найдём силу трения, действующую на мальчика: $F_{тр} = \mu\,(m_1 + m_2)\,g = F_{тр1}$.

В результате получим ускорение

$$a = \frac{\mu(m_1 + m_2)g}{m_1} = \frac{0{,}01\cdot(50+40)\cdot 10}{50}\ (\text{м/с}^2) \approx 0{,}18\ \text{м/с}^2.$$

Ответ: $\approx$0,18 м/с^2.

Задача 173.

Дано:	Решение:
$m = 80$ кг $\alpha = 30°$ $\beta = 45°$ $\mu = 0{,}05$ $g = 9{,}8$ м/с^2	На ящик действуют силы: тяжести $m\vec{g}$, натяжения верёвки $\vec{F}$, нормальной реакции $\vec{N}$ и трения $\vec{F}_{тр}$ (рис. 19). По второму закону Ньютона запишем $m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{F} + \vec{N} + \vec{F}_{тр}.$
F — ?	

По условию задачи $a = 0$.

В проекциях на оси координат (см. рис. 19) имеем

$F\cos\beta - mg\sin\alpha - F_{тр} = 0$ (на ось X); (1)

$F\sin\beta + N - mg\cos\alpha = 0$ (на ось Y). (2)

$F_{тр} = \mu N.$ (3)

Выразив N из уравнения (2), получим $N = mg\cos\alpha - F\sin\beta$.

Подставив это выражение в формулу (3), а затем $F_{тр}$ в уравнение (1), получим уравнение

$$F\cos\beta - mg\sin\alpha - \mu\,(mg\cos\alpha - F\sin\beta) = 0.$$

В результате для силы натяжения верёвки имеем

$$F = \frac{mg(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}{\cos\beta + \mu\sin\beta} = \frac{80\cdot 9{,}8\cdot(0{,}5 + 0{,}05\cdot 0{,}866)}{0{,}707\cdot(1 + 0{,}05)}\ (\text{Н}) \approx 570\,\text{Н}.$$

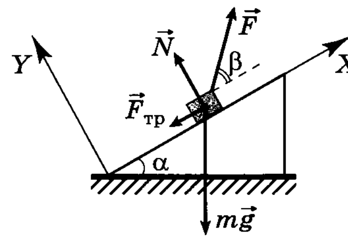


Рис. 19

Ответ: $\approx$570 Н.

Задача 176.

Дано:
$m_1 = 20$ кг
$m_2 = 1$ кг
$\mu_1 = 0{,}2$
$\mu_2 = 0{,}1$
$F = 195$ Н
$\alpha = 60^\circ$

a_1, a_2 — ?

Решение:

Рассматриваем движение каждого тела системы в отдельности относительно инерциальной системы отсчёта, которую связываем с наклонной плоскостью.

На брусок действуют силы: трения $\vec{F}_{тр2}$, тяжести $m_2\vec{g}$ и нормальной реакции $\vec{N}_2$ (рис. 20, *а*).

По второму закону Ньютона запишем

$$m_2\vec{a}_2 = m_2\vec{g} + \vec{N}_2 + \vec{F}_{тр2}. \qquad (1)$$

На доску действуют силы: тяжести $m_1\vec{g}$, нормальной реакции $\vec{N}_1$, давления $\vec{F}_д$ бруска, трения $\vec{F}_{тр1}$ со стороны наклонной плоскости и трения $\vec{F}'_{тр2}$ бруска (рис. 20, *б*). По второму закону Ньютона запишем

$$m_1\vec{a}_1 = m_1\vec{g} + \vec{N}_1 + \vec{F}'_{тр2} + \vec{F}_д + \vec{F}_{тр1}. \qquad (2)$$

В проекциях на выбранные оси координат уравнения (1) и (2) имеют вид:

на ось X:

$$m_2a_2 = m_2g\sin\alpha - F_{тр2}; \qquad (3)$$

$$-m_1a_1 = m_1g\sin\alpha - F + F'_{тр2} + F_{тр1}; \qquad (4)$$

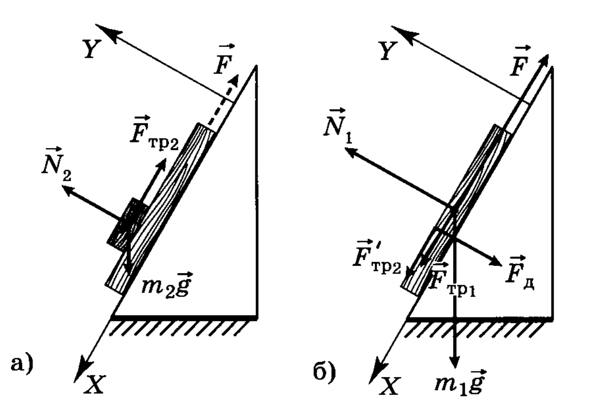


Рис. 20

на ось Y: $\quad 0 = m_2 g \cos\alpha - N_2;$

$$0 = -m_1 g \cos\alpha + N_1 - F_д.$$

По третьему закону Ньютона

$$F_д = N_2 = m_2 g \cos\alpha; \quad F'_{тр2} = F_{тр2} = \mu_2 m_2 g \cos\alpha;$$
$$F_{тр1} = \mu_1 (m_1 + m_2)\, g \cos\alpha.$$

Подставив последние выражения в формулы (3) и (4), найдём ускорения тел:

$$a_2 = \frac{m_2 g(\sin\alpha - \mu_2 \cos\alpha)}{m_2} = g\,(\sin\alpha - \mu_2 \cos\alpha) =$$
$$= 9{,}8 \cdot (0{,}866 - 0{,}1 \cdot 0{,}5)\ (м/с^2) \approx 8\ м/с^2;$$
$$a_1 = \frac{F - m_1 g \sin\alpha - \mu_2 m_2 g \cos\alpha - \mu_1 (m_2 + m_1) g \cos\alpha}{m_1} =$$
$$= \frac{195 - 9{,}8 \cdot (20 \cdot 0{,}866 - 0{,}1 \cdot 1 \cdot 0{,}5 - 0{,}2 \cdot (1 + 20) \cdot 0{,}5)}{20}\ (м/с^2) \approx$$
$$\approx 2{,}3\ м/с^2.$$

Ответ: $\approx 2{,}3$ м/с^2; ≈ 8 м/с^2.

ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В МЕХАНИКЕ

Задача 188.

Дано:
$m = 1$ кг
$v_1 = 7$ м/с
$v_2 = 15$ м/с
$F\Delta t$, $v_к$ — ?

Решение:

Импульс силы, подействовавшей на грузовик, по третьему закону Ньютона равен по модулю импульсу силы, подействовавшей на мяч.

Рассмотрим движение мяча (рис. 21) относительно равномерно движущейся машины (так как масса машины много больше, чем масса мяча, то изменением её скорости в результате удара можно пренебречь).

Скорость мяча относительно машины $v'_2 = v_2 - v_1$.

После абсолютно упругого удара скорость мяча изменяется только по направлению: $\vec{v}'_2 = -\vec{v}''_2$.

По второму закону Ньютона изменение импульса мяча равно импульсу подействовавшей на него силы:

$$m\vec{v}''_2 - m\vec{v}'_2 = \vec{F}\Delta t.$$

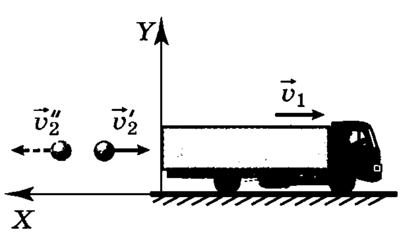


Рис. 21

В проекции на направление движения грузовика запишем

$$mv''_2 - (-mv'_2) = F\Delta t, \quad 2mv'_2 = F\Delta t.$$

В результате $F\Delta t = 2m\,(v_2 - v_1) = 2 \cdot 1 \cdot (15 - 7) \left(\frac{кг \cdot м}{с}\right) = 16$ Н · с.

Мяч относительно машины после удара движется со скоростью 8 м/с, относительно дороги — со скоростью $v_к = v'' - v_1 = 1$ м/с.

Ответ: 16 Н · с; 1 м/с.

Задача 194.

Дано:
$m_1 = 90$ кг
$m_2 = 60$ кг
$L = 2$ м

l — ?

Решение:

Рассмотрим систему «человек — лодка» (рис. 22).

Система незамкнута, так как на тела действуют внешние силы — силы тяжести, сила Архимеда, однако проекция этих сил на горизонтальную ось равна нулю, поэтому проекция импульса системы на эту ось остаётся постоянной.

Вначале, когда человек и лодка неподвижны, проекция импульса системы на ось X равна нулю: $p_{1x} = 0$.

Когда человек пойдёт по лодке со скоростью v_{2x}, лодка начнёт двигаться со скоростью v_{1x}.

Импульс системы при этом $\vec{p}_{2x} = m_1\vec{v}_{1x} + m_2\vec{v}_{2x}$.

Так как проекция импульса системы остаётся постоянной, то

$$0 = m_1\vec{v}_{1x} + m_2\vec{v}_{2x} \text{ или}$$

$$0 = m_1 v_1 - m_2 v_2, \qquad (1)$$

где v_1 и v_2 — модули средних скоростей лодки и человека.

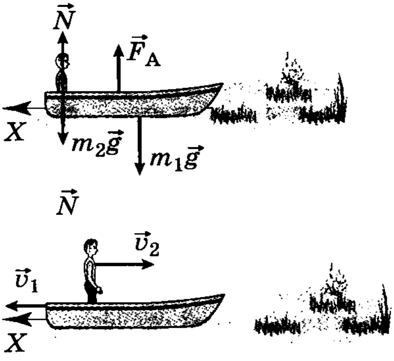


Рис. 22

Относительно лодки человек идёт со средней скоростью u. Тогда средняя скорость человека относительно берега

$$v_2 = u - v_1.$$

Средние скорости человека относительно лодки и лодки относительно берега: $u = L/t$; $v_1 = l/t$, где t — время движения человека и лодки.

Подставив найденные выражения для u и v_1 в уравнение (1), получим $0 = \dfrac{m_1 l}{t} - m_2\left(\dfrac{L}{t} - \dfrac{l}{t}\right)$. Отсюда расстояние, на которое отъедет лодка от берега при переходе по ней человека, $l = \dfrac{m_2 L}{m_1 + m_2} = \dfrac{60 \cdot 2}{60 + 90}$ (м) $= 0{,}8$ м.

Ответ: 0,8 м.

Задача 199.

Дано:
$m_1 = 60$ кг
$m_2 = 70$ кг
$m_3 = 300$ кг
$v = 10$ м/с

v_3 — ?

Решение:

На систему «платформа — два человека» действуют внешние силы: тяжести, нормальной реакции. Однако проекция этих сил на ось X равна нулю, поэтому при любых перемещениях людей и тележки проекция импульса системы на эту ось сохраняется.

Пусть сначала спрыгивает первый человек (рис. 23). Тогда по закону сохранения импульса

$$0 = (m_3 + m_2)\,u_1 - m_1 v'_1, \qquad (1)$$

где u_1 и v'_1 — скорости платформы и первого человека относительно дороги.

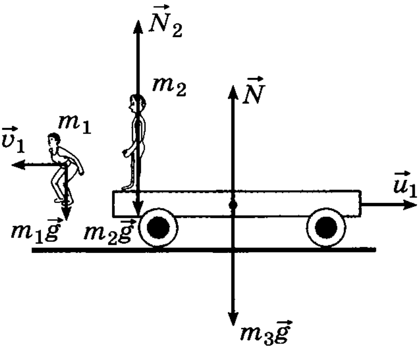


Рис. 23

Относительно платформы человек движется быстрее, чем относительно дороги, так как он и платформа движутся в разные стороны, поэтому $v'_1 = v - u_1$.

Таким образом, скорость платформы после прыжка с неё первого человека

$$u_1 = \frac{m_1 v}{m_1 + m_2 + m_3}. \qquad (2)$$

Рассмотрим систему «второй человек — платформа». Относительно системы отсчёта, связанной с платформой, импульс системы равен нулю. После прыжка второго человека импульс остаётся равным нулю:

$$0 = m_3 u_2 - m_2 v'_2, \qquad (3)$$

где u_2 и v'_2 — скорости платформы и второго человека относительно системы отсчёта, движущейся со скоростью u_1. Скорость $v'_2 = v - u_2$.

Подставив v'_2 в уравнение (3), для скорости u_2 получим

$$u_2 = \frac{m_2 v}{m_2 + m_3}. \qquad (4)$$

В результате для скорости платформы после того, как спрыгнули поочерёдно оба человека, имеем

$$u = \frac{m_1 v}{m_1 + m_2 + m_3} + \frac{m_2 v}{m_2 + m_3}.$$

Очевидно, что если первым спрыгивает второй человек, то скорость платформы $u' = \dfrac{m_2 v}{m_1 + m_2 + m_3} + \dfrac{m_1 v}{m_1 + m_3}$.

Подставив числовые значения и сравнив эти скорости, делаем вывод, что для максимальной скорости платформы сначала должен спрыгнуть более тяжёлый человек.

Если оба человека спрыгивают одновременно, то, используя формулу (2), можно записать

$$v_3 = \frac{(m_1 + m_2)v}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{(60 + 70)\cdot 10}{60 + 70 + 300}\ (\text{м/с}) \approx 3\ \text{м/с}.$$

Ответ: $\approx$3 м/с.

Задача 208.

Дано:	Решение:
$m = 30$ кг $\alpha = 45°$ $h = 20$ м $t = 17$ с $\mu = 0{,}2$	
$A_т$, A_N, $A_{тр}$, A_F — ?	

На ящик действуют силы: тяжести $m\vec{g}$, нормальной реакции $\vec{N}$, трения $\vec{F}_{тр}$ и натяжения $\vec{F}$ верёвки (рис. 24).

Запишем выражения для работы каждой из этих сил:

$$A_т = mgL\cos(90° + \alpha);$$
$$A_N = NL\cos(90°) = 0;$$
$$A_{тр} = F_{тр}L\cos(180°) = -F_{тр}L = -\mu NL;$$
$$A_F = FL\cos(0°) = FL.$$

Для вычисления работы нужно определить длину пути L и значение силы $\vec{F}$.

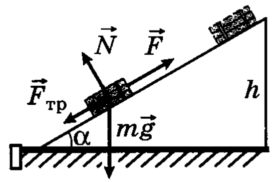


Рис. 24

Длина пути $L = \dfrac{h}{\sin\alpha}$.

По второму закону Ньютона запишем

$$ma = F - F_{тр} - mg\sin\alpha,$$
$$F_{тр} = \mu N = \mu mg\cos\alpha,$$

отсюда $F = m(a + \mu g\cos\alpha + g\sin\alpha)$.

Ускорение ящика определим из выражения $L = \dfrac{at^2}{2}$.

Ускорение $a = \dfrac{2L}{t^2}$.

В результате

$$A_F = m\left(\frac{2h}{(\sin\alpha)t^2} + \mu g\cos\alpha + g\sin\alpha\right)\frac{h}{\sin\alpha} =$$
$$= 30\cdot\left(\frac{2\cdot 20}{0{,}707\cdot 17^2} + 0{,}2\cdot 9{,}8\cdot 0{,}707 + 9{,}8\cdot 0{,}707\right)\cdot\frac{20}{0{,}707}\ (\text{Дж}) \approx$$
$$\approx 7200\ \text{Дж}.$$

$$A_т = 30\cdot 9{,}8\cdot\frac{20}{0{,}707}\cos(90° + 45°)\ (\text{Дж}) \approx -5880\ \text{Дж}.$$

$$A_{тр} = -\mu mg\cos\alpha\frac{h}{\sin\alpha} = -0{,}2\cdot 30\cdot 9{,}8\cdot 0{,}707\cdot\frac{20}{0{,}707}\ (\text{Дж}) \approx -1180\ \text{Дж}.$$

Ответ: ≈ -5880 Дж; 0; ≈ -1180 Дж; ≈ 7200 Дж.

Задача 221.

Дано:	Решение:
m h A	
v — ?	

Согласно известной теореме изменение кинетической энергии равно алгебраической сумме работ сил, действующих на тело.

На груз и при подъёме, и при спуске действуют силы: тяжести $m\vec{g}$, нормальной реакции $\vec{N}$, трения $\vec{F}_{тр}$ (рис. 25). При подъёме ещё действует сила натяжения $\vec{F}$ верёвки.

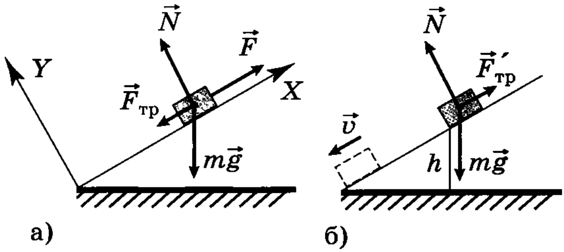


Рис. 25

По теореме об изменении кинетической энергии запишем

$$\frac{mv^2}{2} - 0 = A_т + A_N + A_{тр}. \quad (1)$$

$$A_N = 0;$$
$$A_т = mgh.$$

Подставим последние выражения в уравнение (1), получим

$$\frac{mv^2}{2} = mgh - |A_{тр}|. \quad (2)$$

Сумма сил при равномерном подъёме груза равна нулю (рис. 25, *а*):

$$m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{тр} + \vec{F} = 0. \quad (3)$$

В проекции на оси X и Y уравнение (3) имеет вид:

$$F - mg\sin\alpha - F_{тр} = 0; \quad (4)$$
$$N - mg\cos\alpha = 0. \quad (5)$$

Из уравнения (4) найдём силу F: $F = mg\sin\alpha + F_{тр}$.
Работа силы F при подъёме

$$A = (mg\sin\alpha + F'_{тр})\frac{h}{\sin\alpha}. \quad \vec{F}'_{тр} = -\vec{F}_{тр}.$$

Работы силы трения при подъёме и спуске по модулю равны. Тогда

$$A = (mg\sin\alpha + F'_{тр})\frac{h}{\sin\alpha} = mgh + |A_{тр}|.$$

Отсюда $|A_{тр}| = A - mgh$.
Подставив последнее выражение в уравнение (2), получим

$$\frac{mv^2}{2} = mgh - (A - mgh) = 2mgh - A.$$

В результате скорость груза $v = \sqrt{\frac{2(2mgh - A)}{m}}$.

Ответ: $v = \sqrt{\frac{2(2mgh - A)}{m}}$.

Задача 244.

Дано:	Решение:
$m_1 = 1$ кг	
$m_2 = 10$ г $= 0{,}01$ кг	
$L = 1$ м	
$v = 400$ м/с	
$\alpha = 60°$	
β — ?	

При отклонении нити на угол β шар поднимается на высоту h (рис. 26, *а*).

При этом

$$h = L\,(1 - \cos\beta). \qquad (1)$$

Таким образом, если мы найдём высоту h, то найдём и угол β.

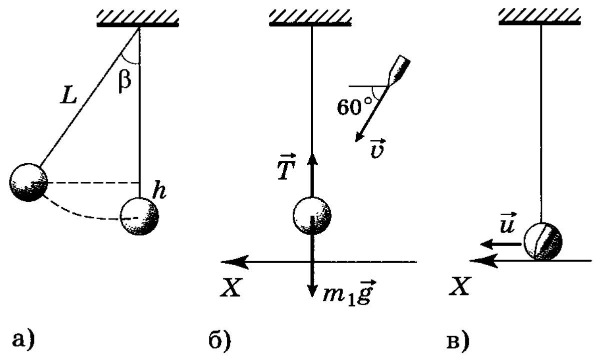


Рис. 26

По закону сохранения механической энергии для шара с застрявшей в нём пулей можно записать (работа силы натяжения при движении шара равна нулю)

$$\frac{(m_1 + m_2)u^2}{2} = (m_1 + m_2)\,gh. \qquad (2)$$

Скорость u шара с пулей (рис. 26, *в*) найдём согласно закону сохранения импульса.

Рассмотрим систему «шар — пуля» (рис. 26, *б*).

Проекция внешних сил (тяжести и натяжения нити) на ось X равна нулю.

Запишем закон сохранения импульса в проекции на ось X: $m_2 v\cos\alpha = (m_1 + m_2)\,u$, отсюда

$$u = \frac{m_2 v\cos\alpha}{m_1 + m_2}. \qquad (3)$$

Подставив выражения (1) и (3) в уравнение (2), получим

$$\left(\frac{m_2 v\cos\alpha}{m_1 + m_2}\right)^2 = 2gL(1 - \cos\beta).$$

В результате

$$\cos\beta = 1 - \frac{(m_2 v\cos\alpha)^2}{2gL(m_1 + m_2)^2} = 1 - \frac{(0{,}01\cdot 400\cdot 0{,}5)^2}{2\cdot 10\cdot 1\cdot (1 + 0{,}01)^2} = 0{,}8.\quad \beta \approx 40°.$$

Ответ: $\approx 40°$.

Задача 246.

Дано:	Решение:
$k = 10^2$ Н/м $l = 10$ см $= 0{,}1$ м $H = 1$ м $m = 100$ г $= 0{,}1$ кг	
v_{max} — ?	

Скорость шарика будет максимальной, когда он проходит положение равновесия. Рассмотрим это подробнее. Когда шарик касается пружины и начинает её сжимать, сила тяжести остаётся больше силы упругости до того момента, пока эти две силы не станут равны.

Это положение — положение равновесия шарика, когда он просто лежит на пружине. До этого положения алгебраическая сумма работ сил тяжести и упругости больше нуля и, следовательно, кинетическая энергия и соответственно скорость шарика увеличиваются. Как только шарик проходит положение равновесия, его скорость начинает уменьшаться, так как сила упругости по модулю становится больше силы тяжести.

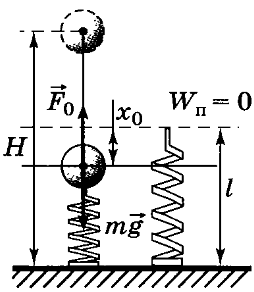


Рис. 27

В положении равновесия векторная сумма сил, действующих на шарик, — тяжести и упругости равна нулю: $m\vec{g} + \vec{F}_0 = 0$.

$$F_0 = kx_0, \tag{1}$$

где x_0 — сжатие пружины, когда шарик находится в положении равновесия (рис. 27).

Выберем нулевой уровень потенциальной энергии, обусловленной силой тяжести, на высоте l от поверхности стола. Энергия шарика на высоте H равна его потенциальной энергии в поле силы тяжести: $W_{п1} = mg\,(H - l)$.

В положении равновесия энергия системы «шарик — пружина» равна сумме потенциальной энергии деформированной пружины и кинетической энергии шарика:

$$W_{п2} = \frac{kx_0^2}{2} + \frac{mv^2}{2}.$$

Так как в системе действуют только консервативные силы, то по закону сохранения механической энергии имеем

$$mg(H - l) = \frac{kx_0^2}{2} + \frac{mv_{max}^2}{2} - mgx_0. \tag{2}$$

Подставив в уравнение (2) выражение для x_0, найденное из формулы (1), и сделав несложные преобразования, получим для скорости выражение

$$v_{max} = \sqrt{2g\left(H - l + \frac{mg}{2k}\right)} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot \left(1 - 0{,}1 + \frac{0{,}1 \cdot 10}{2 \cdot 100}\right)}\ (\text{м/с}) \approx 4{,}3\ \text{м/с}.$$

Ответ: $\approx 4{,}3$ м/с.

Задача 248.

Дано:
m_1
m_2
E

v_1, v_2 — ?

Решение:

Так как силой трения можно пренебречь, то механическая энергия системы «шарики — пружина» сохраняется.

В начальном положении энергия системы равна энергии сжатой пружины: $W_1 = E$.

Когда пружина распрямляется (рис. 28), энергия системы равна кинетической энергии шариков:

$$W_2 = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2}.$$

По закону сохранения механической энергии

$$E = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2}. \qquad (1)$$

Рис. 28

Так как на шарики действует только внутренняя сила, сумма внешних сил — тяжести и нормальной реакции — равна нулю, то по закону сохранения импульса получим

$$m_2 v_2 - m_1 v_1 = 0. \qquad (2)$$

Уравнения (1) и (2) — система двух уравнений относительно двух неизвестных: v_1 и v_2.

Выразив из уравнения (2) скорость v_1 и подставив в уравнение (1), получим

$$E = \frac{m_1 \left(\frac{m_1 v_2}{m_1} \right)^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_2 v_2^2}{2} \left(1 + \frac{m_2}{m_1} \right).$$

Тогда $v_2 = \sqrt{\dfrac{2Em_1}{m_2(m_1 + m_2)}}$; $v_1 = \sqrt{\dfrac{2Em_2}{m_1(m_1 + m_2)}}$.

Ответ: $v_1 = \sqrt{\dfrac{2Em_2}{m_1(m_1 + m_2)}}$; $v_2 = \sqrt{\dfrac{2Em_1}{m_2(m_1 + m_2)}}$.

Задача 256.

Дано:
$m_1 = 1$ кг
$m_2 = 5$ кг
$l_1 = 20$ см $= 0{,}2$ м
$l_2 = 10$ см $= 0{,}1$ м

μ — ?

Решение:

Согласно известной теореме изменение кинетической энергии равно алгебраической сумме работ сил, действующих на тела системы.

На тело *2* действуют силы: тяжести $m_2\vec{g}$, нормальной реакции $\vec{N}_2$, трения $F_{тр}$ и натяжения нити $\vec{T}_2$.

На тело *1* действуют силы: тяжести $m_1\vec{g}$ и натяжения нити $\vec{T}_1$.

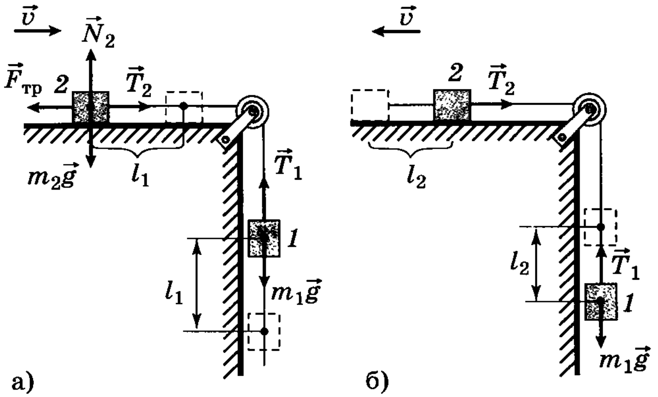


Рис. 29

По теореме о кинетической энергии в первом случае (рис. 29, *а*):

$$0-(m_1+m_2)\frac{v^2}{2}=m_1gl_1-F_{тр}l_1+|A_{н2}|-|A_{н1}|.$$

Во втором случае (рис. 29, *б*):

$$0-(m_1+m_2)\frac{v^2}{2}=-m_1gl_2-F_{тр}l_2+|A_{н1}|-|A_{н2}|.$$

Так как массой нити и блока можно пренебречь, то

$$|A_{н1}|=|A_{н2}|.$$

Сила трения $F_{тр}=\mu N_2=\mu m_2 g$.

Учитывая последние выражения, запишем

$$(m_1+m_2)\frac{v^2}{2}=-m_1gl_1+\mu m_2 gl_1,$$

$$(m_1+m_2)\frac{v^2}{2}=m_1gl_2+\mu m_2 gl_2.$$

Из двух последних уравнений получим

$$-m_1gl_1+\mu m_2gl_1=m_1gl_2+\mu m_2gl_2.$$

В результате для коэффициента трения получим выражение

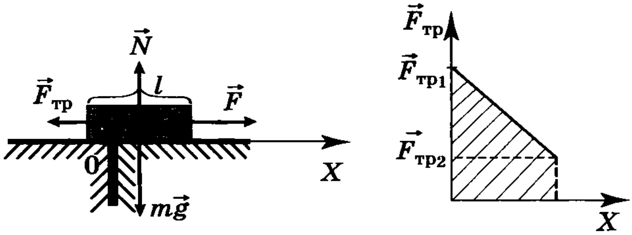
$$\mu=\frac{m_1(l_1+l_2)}{m_2(l_1-l_2)}=\frac{1\cdot(0{,}2+0{,}1)}{5\cdot(0{,}2-0{,}1)}=0{,}6.$$

Ответ: 0,6.

Задача 257.

Дано:	Решение:
m l μ_1 μ_2	На брусок при движении действуют сила тяжести, сила нормальной реакции, сила трения и сила $\vec{F}$ (рис. 30, *а*). При этом сила трения изменяется.
A — ?	Вначале, когда брусок лежит на левом столе, сила трения равна

$$F_{тр1}=\mu_1 N=\mu_1 mg.$$



а) б) Рис. 30

По мере его движения сила трения о поверхность левого стола уменьшается, а сила трения о поверхность правого стола увеличивается и в конце перетаскивания $F_{тр2} = \mu_2 mg$.

Предположим, что $\mu_1 > \mu_2$.

Нарисуем на графике зависимость силы трения от координаты x (рис. 30, *б*).

Работа силы F численно равна площади трапеции:

$$A = \frac{mg(\mu_1 + \mu_2)}{2} l.$$

Отметим, что сила F должна непрерывно изменяться, так как сила трения, действующая на брусок, меняется, а брусок по условию задачи движется равномерно.

Ответ: $A = \dfrac{mg(\mu_1 + \mu_2)}{2} l.$

Задача 258.

Дано:
$m_1 = 1$ кг
$l = 1$ м
$m_2 = 10$ г $= 0{,}01$ кг
$v_0 = 400$ м/с
$v_1 = 200$ м/с
$T_{max} = 13$ Н

T — ?

Решение:

На шар, подвешенный на нити, действуют силы: тяжести и натяжения, причём $mg = T$.

Когда пуля попадает в шар, он начинает вращаться на нити, при этом сила натяжения увеличивается.

Согласно второму закону Ньютона в проекции на ось Y (рис. 31) запишем

$$m_1 a_{цс} = T - m_1 g.$$

При этом $a_{цс} = \dfrac{v^2}{l}$. Тогда

$$T = m_1\left(g + \frac{v^2}{l}\right).$$

Для определения скорости шара используем закон сохранения импульса. Проекции внешних сил — натяжения и тяжести на ось X равны нулю, поэтому проекция импульса системы на эту ось сохраняется: $m_2 v_0 = m_2 v_1 + m_1 v$.

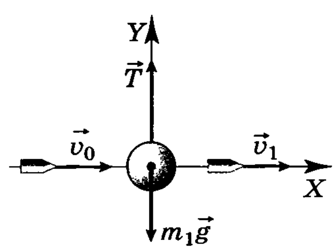


Рис. 31

Выразив из последнего уравнения скорость шара после вылета пули и подставив её в выражение для T, получим

$$T = m_1\left(g + \frac{\left(\dfrac{m_2(v_0 - v_1)^2}{m_1}\right)}{l}\right) =$$

$$= 1\cdot\left(10 + \frac{\left(\dfrac{0{,}01\cdot(400 - 200)^2}{1}\right)}{1}\right)(\text{Н}) = 14\ \text{Н}.$$

Так как $T > T_{max}$, то нить оборвётся.

Ответ: 14 Н; нить оборвётся.

СТАТИКА

Задача 263.

Дано:
$m = 100$ кг
$\alpha = 45^\circ$
$\mu = 0{,}4$

$F_{min} \leqslant F \leqslant F_{max}$ — ?

Решение:

На груз действуют сила тяжести $m\vec{g}$, сила трения $\vec{F}_{тр}$, сила нормальной реакции $\vec{N}$ и сила $\vec{F}$, удерживающая груз. Если сила $\vec{F}$ по модулю больше составляющей силы тяжести $mg\sin\alpha$ (скатывающей), то сила трения направлена вниз, если меньше, то сила трения направлена вверх. На рисунке 32, *а*, *б* изображены оба случая.

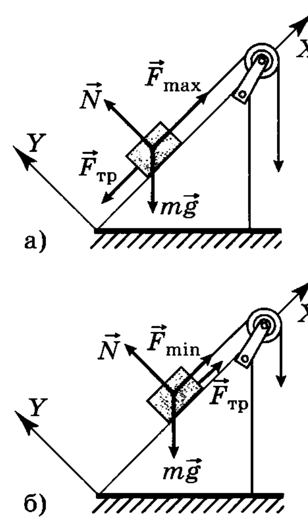


Рис. 32

Максимальной сила будет тогда, когда сила трения покоя станет максимальной, равной силе трения скольжения и направленной вниз,

$$F_{тр} = \mu N = \mu mg\cos\alpha.$$

Условие равновесия груза в этом случае в проекции на ось X имеет вид

$$F_{max} - mg\sin\alpha - \mu mg\cos\alpha = 0.$$

Отсюда $F_{max} = mg\sin\alpha + \mu mg\cos\alpha$.

Минимальной сила F будет тогда, когда удерживающая в равновесии груз сила трения покоя будет максимальной, равной силе трения скольжения и направленной вверх.

Условие равновесия груза в этом случае в проекции на ось X имеет вид

$$F_{min} - mg\sin\alpha + \mu mg\cos\alpha = 0.$$

Отсюда $F_{min} = mg\sin\alpha - \mu mg\cos\alpha$.

Тогда $mg(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) \leqslant F \leqslant mg(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)$.

Подставив значения и учтя, что $\sin 45° = \cos 45°$, получим

$$100 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}707 \cdot (1 - 0{,}4)\ (\text{Н}) \leqslant F \leqslant 100 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}707 \cdot (1 + 0{,}4)\ (\text{Н}),$$

или $420\ \text{Н} \leqslant F \leqslant 970\ \text{Н}$.

Ответ: $420\ \text{Н} \leqslant F \leqslant 970\ \text{Н}$.

Задача 268.

Дано:
m
h
D

$F_{\min}$ — ?

Решение:

На цилиндр действуют сила тяжести $m\vec{g}$, сила нормальной реакции $\vec{N}$ и сила $\vec{F}$, направленная горизонтально (рис. 33).

Так как цилиндр при падении вращается относительно оси, проходящей через точку O, то необходимо, чтобы момент силы $\vec{F}$ относительно этой оси был больше или равен моменту силы тяжести: $M_1 \geqslant M_2$.

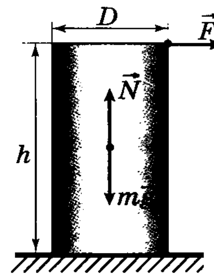


Рис. 33

Момент силы $\vec{F}$ $M_1 = Fh$, где h — плечо силы.

Момент силы тяжести $M_2 = mg\dfrac{D}{2}$.

Следовательно, минимальная горизонтальная сила, способная опрокинуть цилиндр,

$$F_{\min} = \frac{mgD}{2h}.$$

Ответ: $\dfrac{mgD}{2h}$.

Задача 270.

Дано:
$m = 50$ кг
$F = 6000$ Н
$l = 2{,}5$ м
$l_0 = 0{,}5$ м

$m_г$ — ?

Решение:

На балку действуют сила тяжести $m\vec{g}$, сила давления $\vec{N}_A$ в точке A и сила давления $\vec{N}_B$ в точке B, а также сила натяжения $\vec{T}$ троса, к которому привязан груз (рис. 34).

Из рисунка очевидно, что сила давления в точке A больше силы давления в точке B, поэтому если $N_A \leqslant F$, то стена выдержит нагрузку.

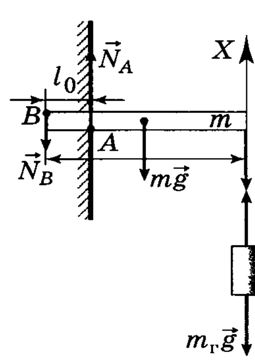


Рис. 34

Сила натяжения троса равна силе тяжести подвешенного груза:

$$T = T' = m_г g. \qquad (1)$$

Первое условие равновесия балки запишем в виде

$$m\vec{g} + \vec{N}_A + \vec{N}_B + \vec{T} = 0. \qquad (2)$$

В проекции на ось X имеем

$$-mg - T - N_B + N_A = 0.$$

Это уравнение не позволяет определить силу давления N_A в точке A.

Запишем второе условие равновесия для балки (моменты сил считаем относительно оси, проходящей через точку B):

$$N_A l_0 - mg\frac{l}{2} - Tl = 0.$$

С учётом уравнения (1) и того, что $N_A = F$, для массы $m_г$, получим $m_г = \frac{Fl_0}{gl} - \frac{m}{2} = \frac{6000 \cdot 0{,}5}{10 \cdot 2{,}5} - 25$ (кг) ≈ 97 кг.

Ответ: ≈ 97 кг.

Задача 275.

Дано:	Решение:
m α	На кольцо действуют силы давления в точках A и B, а также сила тяжести (рис. 35).
N_B — ?	Условие равновесия кольца имеет вид

$$\vec{N}_A + \vec{N}_B + m\vec{g} = 0. \qquad (1)$$

Запишем уравнение (1) в проекциях на оси координат:

на ось X:

$$-N_A \sin\alpha + N_B \sin\alpha = 0;$$

на ось Y:

$$N_A \cos\alpha + N_B \cos\alpha - mg = 0.$$

Из первого уравнения следует, что $N_A = N_B$.

Тогда из второго уравнения получим $N_B = \frac{mg}{2\cos\alpha}$.

Ответ: $N_B = \frac{mg}{2\cos\alpha}$.

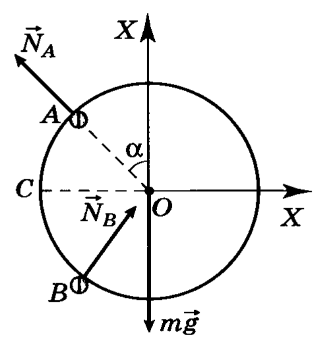


Рис. 35

МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА. ТЕПЛОВЫЕ ЯВЛЕНИЯ

Задача 286.

Дано:	Решение:
$M_{r1} = 32$ $\frac{m_2}{m_1} = \frac{11}{8}$ $t = 0$ °C $p = 1{,}013 \cdot 10^5$ Па	Относительная молекулярная масса равна отношению массы молекулы вещества к 1/12 части массы атома углерода: $M_r = \frac{m_0}{\frac{1}{12}m_C}$.
M_{r2} — ?	

Масса вещества равна произведению массы одной молекулы на число молекул в данном объёме.

Концентрация молекул (число молекул в единице объёма) при нормальных условиях для всех газов одинакова и равна числу Лошмидта.

Таким образом, масса кислорода $m_1 = n\frac{1}{12}m_C M_{r1}V$;

масса диоксида углерода $m_2 = n\frac{1}{12}m_C M_{r2}V$.

Отношение масс диоксида углерода и кислорода

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{n\frac{1}{12}m_C M_{r2}V}{n\frac{1}{12}m_C M_{r1}V} = \frac{M_{r2}}{M_{r1}} = \frac{11}{8}.$$

В результате $M_{r2} = M_{r1}\frac{m_2}{m_1} = 32\cdot\frac{11}{8} = 44.$

Ответ: 44.

Задача 289.

Дано:
$m_{Ag+Au} = 10$ г
$m_{Ag} = 4m_{Au}$
N_{Au}, N_{Ag} — ?

Решение:

Число атомов любого вещества массой m определяем по формуле $N = \frac{m}{M}N_A$, где N_A — число Авогадро; M — атомная или молярная масса.

Молярные массы золота и серебра

$$M_{Au} = 0{,}197 \text{ кг/моль}; \quad M_{Ag} = 0{,}108 \text{ кг/моль}.$$

Масса кольца равна сумме масс золота и серебра:

$$m = m_{Au} + m_{Ag} = 5m_{Au}.$$

Откуда масса золота $m_{Au} = \frac{m}{5}$, а серебра $m_{Ag} = \frac{4m}{5}$.

В результате $N_{Au} = \frac{m_{Au}}{M_{Au}}N_A = \frac{2}{197}\cdot 6{,}02\cdot 10^{23} = 6{,}11\cdot 10^{21}$;

$$N_{Ag} = \frac{m_{Ag}}{M_{Ag}}N_A = \frac{8}{108}\cdot 6{,}02\cdot 10^{23} = 4{,}46\cdot 10^{22}.$$

Ответ: $6{,}11\cdot 10^{21}$; $4{,}46\cdot 10^{22}$.

Замечание. Мы не переводили массу в килограммы, а атомную массу выразили в граммах на моль.

Задача 290.

Дано:
$k = 40\%$
$r = 1200$ кг/м^3
n — ?

Решение:

Плотность соляной кислоты в растворе равна $\rho_1 = \frac{k}{100}\rho$ или равна произведению массы молекулы кислоты на концентрацию: $\rho_1 = nm_0$.

Масса молекулы равна отношению молярной массы к числу Авогадро: $m_0 = \frac{M}{N_A}$, где M — молярная масса соляной кислоты, $M = 0{,}036$ кг/моль.

Используя найденные выражения, запишем $\frac{k}{100}\rho = n\frac{M}{N_A}$, отсюда

$$n = \frac{k}{100}\rho\frac{N_A}{M} = \frac{40}{100}\cdot 1200\cdot\frac{6{,}02\cdot 10^{23}}{0{,}036}\ (\text{м}^{-3}) \approx 8\cdot 10^{27}\ \text{м}^{-3}.$$

Ответ: $\approx 8\cdot 10^{27}$ м$^{-3}$.

Задача 294.

Дано:	Решение:
$S = 1$ м^2 $h = 200$ км $p = 1{,}37\cdot 10^4$ Па $T = 1226$ К $t = 1$ с $\frac{Z}{\Delta t}$ — ?	Число соударений молекул со спутником за время Δt $Z = nv_{\text{сп}}S\Delta t$, где $v_{\text{сп}}$ — скорость спутника, n — концентрация молекул воздуха. Спутник движется под действием силы тяготения. По второму закону Ньютона запишем $\frac{mv_{\text{сп}}^2}{R_3 + h} = G\frac{mM_3}{(R_3 + h)^2}$, отсюда

$$v_{\text{сп}} = \sqrt{G\frac{M_3}{R_3 + h}}.$$

Если тело находится на Земле, то $mg = G\frac{mM_3}{R_3^2}$, отсюда

$$GM_3 = gR_3^2.$$

Тогда скорость спутника $v_{\text{сп}} = R_3\sqrt{\frac{g}{R_3 + h}}$.

Число соударений за время Δt $Z = nR_3\sqrt{\frac{g}{R_3 + h}}S\Delta t$.

Тогда число соударений за 1 с $\frac{Z}{\Delta t} = nR_3\sqrt{\frac{g}{R_3 + h}}S$.

Концентрацию молекул воздуха определим из уравнения $p = nkT$. В результате

$$\frac{Z}{\Delta t} = \frac{p}{kT}R_3\sqrt{\frac{g}{R_3 + h}}S =$$

$$= \frac{1{,}37\cdot 10^4}{1{,}38\cdot 10^{-23}\cdot 1226}\cdot 6{,}4\cdot 10^6\cdot\sqrt{\frac{9{,}8}{(6{,}4 + 0{,}2)\cdot 10^6}}\cdot 1\ (\text{с}^{-1}) \approx 6{,}3\cdot 10^{27}\ \text{с}^{-1}.$$

Ответ: $\approx 6{,}3\cdot 10^{27}$ с$^{-1}$.

Задача 301.

Дано:	Решение:
$p = 1{,}5\cdot 10^5$ Па $\rho = 0{,}9$ кг/м^3 $\overline{v}_{\text{кв}}$ — ?	Согласно основному уравнению молекулярно-кинетической теории газов $p = \frac{1}{3}nm_0\overline{v^2}$. Плотность равна произведению массы молекулы на концентрацию молекул в данном объёме: $\rho = m_0 n$.

Соответственно $p = \frac{1}{3}\rho\overline{v^2}$.

В результате $\bar{v}_{кв} = \sqrt{\frac{3p}{\rho}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 1{,}5 \cdot 10^5}{0{,}9}}$ (м/с) $\approx$ 710 м/с.

Ответ: $\approx$710 м/с.

Задача 304.

Дано:	Решение:
$m_0 = 10^{-24}$ кг $\bar{v}_{кв} = 400$ м/с $p_1 = 10^5$ Па $p_2 = 4 \cdot 10^4$ Па	Согласно основному уравнению молекулярно-кинетической теории газов $p = \frac{1}{3}nm_0\bar{v}_{кв}^2$.
Δn — ?	Отсюда концентрация $n = \frac{3p}{m_0\bar{v}_{кв}^2}$.

Таким образом, изменение концентрации

$$\Delta n = \frac{3(p_2 - p_1)}{m_0\bar{v}_{кв}^2} = \frac{3(4 \cdot 10^4 - 10^5)}{10^{24} \cdot 400^2}\ (\text{м}^{-3}) \approx -1{,}1 \cdot 10^{24}\ \text{м}^{-3}.$$

Ответ: $\approx -1{,}1 \cdot 10^{24}$ м$^{-3}$.

Задача 312.

Дано:	Решение:
$k = 30\%$	Если скорость молекул была равна v_1, то при увеличении скорости на $k\%$, она станет равна
$\frac{\Delta p}{p_1}, \frac{\Delta T}{T_1}$ — ?	$v_2 = \left(1 + \frac{k}{100}\right)v_1$.

Согласно основному уравнению молекулярно-кинетической теории газов $p = \frac{1}{3}nm_0\bar{v}_{кв}^2$. Обозначим через k_1 относительное изменение давления (в процентах).

Тогда $k_1 = \frac{p_2 - p_1}{p_1}100\%$,

$$k_1 = \frac{\frac{1}{3}nm_0\bar{v}_{кв2}^2 - \frac{1}{3}nm_0\bar{v}_{кв1}^2}{\frac{1}{3}nm_0\bar{v}_{кв1}^2} \cdot 100 =$$

$$= \frac{\bar{v}_{кв2}^2 - \bar{v}_{кв1}^2}{\bar{v}_{кв1}^2} \cdot 100 = \left(\frac{\bar{v}_{кв2}^2}{\bar{v}_{кв1}^2} - 1\right) \cdot 100\ (\%).$$

$$k_1 = \left(\frac{1{,}3^2\,\bar{v}_{кв1}^2}{\bar{v}_{кв1}^2} - 1\right) \cdot 100\ (\%) = 69\%.$$

Температура — мера кинетической энергии теплового движения молекул и связана с давлением соотношением $p = nkT$, т. е. температура при увеличении скорости молекул также увеличивается на 69%.

Ответ: 69%; 69%.

Задача 322.

Дано:	Решение:
$\omega = 20$ рад/с $R_2 - R_1 = 10$ см $v = 300$ м/с $R_2 = 63$ см	Если цилиндры неподвижны, то полоска серебра на внутренней поверхности внешнего цилиндра находится напротив щели внутреннего цилиндра. При вращении цилиндров за то время, пока атомы серебра летят, внешний цилиндр поворачивается и атомы попадают в другое место.
Δl — ?	

Полоска серебра смещается.

Время, за которое атомы серебра долетают до внутренней поверхности внешнего цилиндра,

$$\tau = \frac{R_2 - R_1}{v}.$$

За это же время каждая точка внешнего цилиндра проходит расстояние $\Delta l = \omega R_2 \tau$. Отсюда следует, что

$$\frac{R_2 - R_1}{v} = \frac{\Delta l}{\omega R_2}.$$

Из этого выражения

$$\Delta l = \omega R_2 \frac{R_2 - R_1}{v} = 20 \cdot 0{,}63 \cdot \frac{0{,}1}{300} \text{ (м)} = 4{,}2 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 4{,}2 \text{ мм}.$$

Ответ: 4,2 мм.

Задача 329.

Дано:	Решение:
$m = 42$ г $= 0{,}042$ кг $p = 2 \cdot 10^5$ Па $t = 17$ °C ($T_1 = 290$ K) $V = 40$ л $= 0{,}04$ м^3	Уравнение состояния идеального газа имеет вид $$pV = \frac{m}{M}RT.$$
V_1, T_2 — ?	Молярная масса азота (N_2) $M = 0{,}028$ кг/моль.

Для первого состояния газа запишем

$$pV_1 = \frac{m}{M}RT_1.$$

Из этого уравнения определим начальный объём:

$$V_1 = \frac{m}{Mp}RT_1 = \frac{0{,}042}{0{,}028 \cdot 2 \cdot 10^5} 8{,}31 \cdot 290 \text{ (м}^3\text{)} = 0{,}018 \text{ м}^3 = 18 \text{ л}.$$

Для второго состояния имеем $pV_2 = \frac{m}{M}RT_2$. Из этого уравнения определим конечную температуру:

$$T_2 = \frac{pV_2M}{mR} = \frac{2 \cdot 10^5 \cdot 0{,}04 \cdot 0{,}028}{0{,}042 \cdot 8{,}31} \text{ (K)} \approx 640 \text{ K}.$$

Ответ: 18 л; ≈640 K.

Задача 332.

Дано:	Решение:
$T = \text{const}$ $\Delta\rho = 0{,}2$ кг/м^3 $\Delta p = 0{,}4$ атм $p_0 = 1$ атм ρ_0 — ?	Уравнение состояния идеального газа имеет вид

$$pV = \frac{m}{M}RT.$$

Разделив на объём левую и правую части равенства, получим

$$p = \frac{\rho}{M}RT. \qquad (1)$$

Таким образом, $\Delta p = \dfrac{\Delta\rho}{M}RT$.

Откуда
$$\frac{\Delta\rho}{\Delta p} = \frac{M}{RT}. \qquad (2)$$

В начале процесса плотность газа согласно формуле (1) была

$$\rho_0 = \frac{p_0 M}{RT}.$$

Подставив в последнее выражение $\dfrac{M}{RT}$ из формулы (2), получим

$$\rho_0 = p_0\frac{\Delta\rho}{\Delta p} = 1\cdot\frac{0{,}2}{0{,}4}\,(\text{кг/м}^3) = 0{,}5 \text{ кг/м}^3.$$

Ответ: 0,5 кг/м^3.

Задача 333.

Дано:	Решение:
$S = 5$ см^2 $= 5 \cdot 10^{-4}$ м^2 $\upsilon = 0{,}9$ м/с $p = 4$ атм $\approx 4 \cdot 10^5$ Па $m = 2$ кг $\tau = 10$ мин $= 600$ с T — ?	Уравнение состояния идеального газа имеет вид $pV = \dfrac{m}{M}RT$. (1) Молярная масса углекислого газа (CO_2) $M = 0{,}044$ кг/моль.

Из уравнения (1) мы могли бы найти температуру, если бы знали объём газа.

Объём газа, прошедшего за время τ через сечение трубы,

$$V = \upsilon S\tau. \qquad (2)$$

Подставим объём из выражения (2) в уравнение (1) и найдём температуру газа:

$$T = \frac{p\upsilon S\tau M}{mR} = \frac{4\cdot 10^5\cdot 0{,}9\cdot 5\cdot 10^{-4}\cdot 600\cdot 0{,}044}{2\cdot 8{,}31}\,(\text{K}) \approx 290 \text{ K}.$$

Ответ: $\approx$290 K.

Задача 337.

Дано:	Решение:
$m_1 = 20$ кг $S = 200\ \text{см}^2 = 2 \cdot 10^{-2}\ \text{м}^2$ $m_2 = 29$ г $h = 15$ см $= 0{,}15$ м $M = 0{,}029$ кг/моль $t = 17\ °\text{C}$ (290 К) k — ?	После закачки воздуха поршень поднимается, пружина сжимается. На поршень действуют силы: тяжести $m_1\vec{g}$, упругости сжатой пружины $\vec{F}_{\text{упр}}$ и давления воздуха $\vec{F}_{\text{д}}$ (рис. 36).

Запишем для поршня первое условие равновесия:

$$m_1\vec{g} + \vec{F}_{\text{упр}} + \vec{F}_{\text{д}} = 0. \quad (1)$$

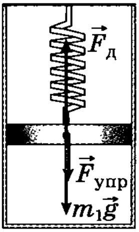


Рис. 36

В проекции на ось X уравнение (1) имеет вид

$$m_1 g + F_{\text{упр}} - F_{\text{д}} = 0. \quad (2)$$

При этом $F_{\text{упр}} = kx$, где $x = h$; $F_{\text{д}} = pS$, где p — давление воздуха под поршнем, определяемое из уравнения Менделеева — Клапейрона $p = \dfrac{m_2 RT}{MV}$.

Объём, занимаемый воздухом, $V = Sh$.

Подставив выражения для $F_{\text{упр}}$ и $F_{\text{д}}$ в уравнение (2), получим

$$m_1 g + kx - \frac{m_2 RT}{Mh} = 0.$$

Из последнего уравнения найдём жёсткость пружины:

$$k = \frac{\dfrac{m_2 RT}{Mh} - m_1 g}{h} = \frac{\dfrac{0{,}029 \cdot 8{,}31 \cdot 290}{0{,}029 \cdot 0{,}15} - 20 \cdot 9{,}8}{0{,}15}\ (\text{Н/м}) \approx 10^5\ \text{Н/м}.$$

Обратим внимание на то, что одно условие, а именно площадь поршня, оказалось лишним и не вошло в окончательное выражение.

Ответ: $\approx 10^5$ Н/м.

Задача 339.

Дано:	Решение:
$T_1 = 300$ К $p_1 = 150$ кПа $p_2 = 200$ кПа $T_2 = 600$ К $\Delta m = 10$ г m_1 — ?	Согласно уравнению Менделеева — Клапейрона для второго состояния газа $$p_2 V = \frac{m_2}{M} RT_2. \quad (1)$$ Для первого состояния газа $$p_1 V = \frac{m_1}{M} RT_1. \quad (2)$$

Причём $m_1 = m_2 + \Delta m$.

Подставив последнее выражение в уравнение (2) и сделав преобразования, получим $\dfrac{p_2}{p_1} = \dfrac{m_1 - \Delta m}{m_1} \dfrac{T_2}{T_1}$.

Очевидно, что не имеет смысла данные задачи переводить в единицы СИ, так как в решении фигурирует отношение величин.

Тогда $m_1 = \dfrac{\Delta m}{1 - \dfrac{p_2 T_1}{p_1 T_2}} = \dfrac{10}{1 - \dfrac{200 \cdot 300}{150 \cdot 600}}$ (г) = 30 г.

Ответ: 30 г.

Задача 347.

Дано:	Решение:
$h = 10$ см $h_1 = 6$ см	В первом случае сила тяжести стакана с водой $(m_{ст} + \rho_в g h_1 S)\vec{g}$ уравновешивается силой Архимеда $\vec{F}_{A1} = \rho_в g h S \vec{g}$, тогда
x — ?	

$$(m_{ст} + \rho_в g h_1 S)\, g = \rho_в g h S g.$$

Во втором случае (рис. 37) справедливо уравнение $m_{ст} g = \rho_в h_2 S g$, где $h_2 = h - h_1$.

Уровень воды в стакане в этом случае находится на глубине $x + h_2$.

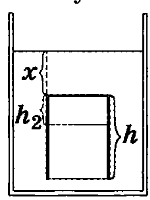


Рис. 37

Давление воздуха в стакане

$$p_2 = p_{атм} + \rho_в g\,(x + h_2). \qquad (1)$$

Найдём это давление из закона Бойля — Мариотта (процесс сжатия воздуха в стакане при погружении считаем изотермическим): $p_{атм} h S = p_2 h_2 S$.

Выразив отсюда p_2 и подставив в формулу (1), получим

$$p_{атм}\left(\frac{h}{h_2} - 1\right) = \rho_в g\,(x + h_2).$$

Находим

$$x = \frac{p_{атм}}{\rho_в g}\left(\frac{h}{h_2} - 1\right) - h_2 = \frac{10^5}{10^3 \cdot 10} \cdot \left(\frac{0{,}10}{0{,}04} - 1\right) - 0{,}04 \text{ (м)} \approx 15 \text{ м}.$$

Ответ: ≈15 м.

Замечание. Значение глубины получилось столь большим, так как мы не учли, что в действительности при погружении часть воздуха неизбежно выйдет из стакана. Глубина, на которой стакан будет находиться в сосуде, окажется существенно меньше.

Задача 350.

Дано:	Решение:
График $V\,(T)$	Для ответа на вопрос надо нарисовать на графике две изохоры, проходящие через точки *1* и *2* (рис. 38).
$p_1 > p_2$, $p_1 < p_2$ — ?	

Так как по условию задачи масса газа не изменяется, то чем выше изохора, тем меньше давление. Следовательно, при процессе *1*—*2* давление газа увеличивается.

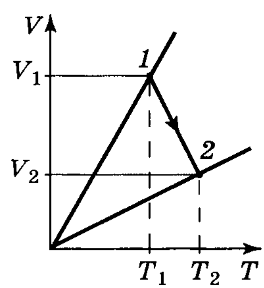


Рис. 38

Ответ: $p_1 < p_2$.

Задача 361.

Дано:
$p = 0{,}1$ МПа
$t = 7$ °C
$F = 30$ Н
$S = 2$ см^2 =
$= 2 \cdot 10^{-4}$ м^2

ΔT — ?

Решение:

Для того чтобы вылетела пробка, давление в бутылке должно быть $p_2 = \dfrac{F}{S}$.

Объём воздуха в бутылке постоянен.

По закону Шарля $\dfrac{p_1}{T_1} = \dfrac{p_2}{T_2}$, отсюда температура, при которой вылетит пробка, $T_2 = \dfrac{p_2 T_1}{p_1} = \dfrac{F T_1}{S p_1}$.

В результате

$$\Delta T = T_2 - T_1 = T_1\left(\frac{F}{Sp_1} - 1\right) = 280 \cdot \left(\frac{30}{2 \cdot 10^{-4} \cdot 10^5} - 1\right) (\text{К}) = 140 \text{ К}.$$

Ответ: 140 К.

Задача 363.

Дано:
$V = 5 \cdot 10^{-3}$ м^3
$p_{\max} = 2$ МПа
$m = 70$ г =
$= 0{,}07$ кг
$t = 300$ °C
($T = 573$ К)

p_2 — ?

Решение:

На стенку сосуда изнутри действует сила давления газа, а снаружи — сила атмосферного давления.

Так как стенки сосуда выдерживают давление, равное $p_{\max}$, то давление газа в сосуде должно быть не более $p = p_{\max} + p_{\text{атм}}$.

Согласно уравнению Менделеева — Клапейрона $\left(pV = \dfrac{m}{M}RT\right)$ давление кислорода в сосуде

$$p = \frac{m}{MV}RT = \frac{0{,}07}{0{,}032 \cdot 5 \cdot 10^{-3}} \cdot 8{,}31 \cdot 573 \text{ (Па)} = 2{,}08 \cdot 10^6 \text{ Па}.$$

Давление, под которым будут находиться стенки сосуда,

$$p_2 = p - p_{\text{атм}} = 2{,}08 \text{ МПа} - 0{,}1 \text{ МПа} = 1{,}98 \text{ МПа}.$$

Поскольку $p_2 < p_{\max}$, то стенки сосуда выдержат.

Ответ: выдержат.

Задача 372.

Дано:
Цикл
в координатах
V—T

Построить
цикл
в координатах
p—V и p—T

Решение:

Процесс *1—2* изобарный, процессы *2—3* и *4—1* изохорные, а процесс *3—4* изотермический.

На рисунке 39 показан цикл в координатах p—V (*а*) и p—T (*б*).

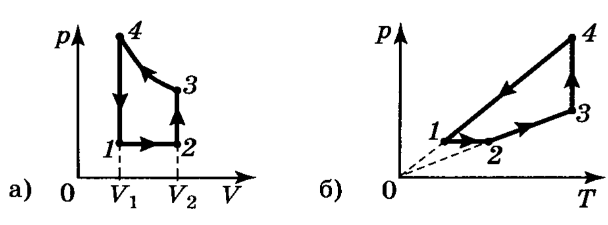


Рис. 39

Задача 377.

Дано:	Решение:
$V = 200$ м^3 $t = 20$ °C $\varphi = 50\%$ $p_{н.п} = 2{,}33$ кПа m — ?	Относительная влажность воздуха равна отношению парциального давления пара к давлению насыщенного пара при той же температуре, умноженному на 100%: $\varphi = \frac{p}{p_{н.п}} 100\%$,

отсюда парциальное давление пара $p = \frac{\varphi p_{н.п}}{100}$.

Согласно уравнению Меделеева — Клапейрона для искомой массы пара в комнате получим

$$m = \frac{\frac{\varphi p_{н.п}}{100} VM}{RT} = \frac{\frac{50 \cdot 2{,}33 \cdot 10^3}{100} \cdot 200 \cdot 0{,}018}{8{,}31 \cdot 293} \text{ (кг)} \approx 1{,}72 \text{ кг.}$$

Ответ: $\approx$1,72 кг.

Задача 378.

Дано:	Решение:
$t_1 = 20$ °C $\varphi_1 = 70\%$ $t_2 = 50$ °C $p_{н.п1} = 2{,}33$ кПа $p_{н.п2} = 12{,}3$ кПа $t_3 = 10$ °C φ_2, φ_3 — ?	Относительная влажность воздуха равна отношению парциального давления пара к давлению насыщенного пара при той же температуре, умноженному на 100%: $\varphi_1 = \frac{p_1}{p_{н.п1}} 100\%$, отсюда парциальное давление пара $p_1 = \frac{\varphi_1 p_{н.п1}}{100}$.

Так как по условию задачи помещение закрытое, то считаем объём воздуха и его массу постоянными, поэтому применяем закон Шарля для определения парциального давления пара при повышении и при понижении температуры:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}, \text{ отсюда } p_2 = \frac{p_1 T_2}{T_1} = \frac{\frac{p_{н.п1}\varphi_1}{100} T_2}{T_1}.$$

Следовательно, относительная влажность при повышении температуры будет

$$\varphi_2 = \frac{p_2}{p_{н.п2}} 100\% = \frac{p_{н.п1}\varphi_1 T_2}{p_{н.п2} T_1} = \frac{2{,}33 \cdot 10^3 \cdot 70 \cdot 323}{12{,}3 \cdot 10^3 \cdot 293} (\%) \approx 15\%.$$

Для определения относительной влажности при понижении температуры до 10 °C находим по таблице давление насыщенного пара при этой же температуре: $p_{н.п3} = 1{,}23$ кПа.

Определим, применяя закон Шарля, парциальное давление:

$$p_3 = \frac{p_1 T_2}{T_1} = \frac{\frac{p_{н.п1}\varphi_1}{100} T_3}{T_1} = \frac{\frac{2{,}33 \cdot 70}{100} \cdot 283}{293} \text{ (кПа)} = 1{,}58 \text{ кПа.}$$

Таким образом, давление насыщенного пара $p_{\text{н.п}3}$ меньше, чем полученное значение p_3. Это означает, что относительная влажность воздуха равна 100% и выпадет роса.

Ответ: $\approx 15\%$; 100%.

Задача 387.

Дано:
$V = 1$ м^3
$t_1 = 20$ °C
$t_2 = 12$ °C
$\varphi = 80\%$

m — ?

Решение:

Относительная влажность воздуха равна отношению парциального давления пара к давлению насыщенного пара при той же температуре, умноженному на 100%: $\varphi = \dfrac{p_1}{p_{\text{н.п}1}} 100\%$.

Следовательно, парциальное давление пара

$$p_1 = \frac{p_{\text{н.п}1}\varphi}{100\%}.$$

Согласно уравнению Менделеева — Клапейрона для плотности получим выражение

$$\rho_1 = \frac{p_1 M}{100\% R T_1} = \frac{p_{\text{н.п}1}\varphi M}{100\%\ R T_1}.$$

Аналогично плотность пара при понижении температуры $\rho_2 = \dfrac{p_{\text{н.п}2}\varphi M}{100\% R T_2}$. Так как выпадает роса, то пар насыщенный и его давление равно давлению насыщенного пара при данной температуре.

Отсюда масса росы, выпавшей при понижении температуры из воздуха объёмом $V = 1$ м^3

$$m = V(\rho_1 - \rho_2) = \frac{VM}{100\% R}\left(\frac{p_{\text{н.п}1}}{T_1} - \frac{p_{\text{н.п}2}}{T_2}\right).$$

Для получения числового ответа находим по таблице значения давления насыщенного пара при температурах T_1 и T_2:

$$p_{\text{н.п}1} = 2{,}33 \text{ кПа}; \quad p_{\text{н.п}2} = 1{,}39 \text{ кПа}.$$

В результате

$$m = \frac{0{,}018}{8{,}31} \cdot \left(\frac{80\% \cdot 2{,}33 \cdot 10^3}{100\% \cdot 293} - \frac{1{,}39 \cdot 10^3}{285}\right) (\text{кг}) = 3{,}1 \text{ г}.$$

Ответ: 3,1 г.

Задача 398.

Дано:
$p_2/p_1 = 2$
T_1

A — ?

Решение:

Построим процесс перехода газа из состояния *1* в состояние *4* в координатах p—V (рис. 40). Процессы *1*—*2* и *3*—*4* изобарные, процесс *2*—*3* изохорный.

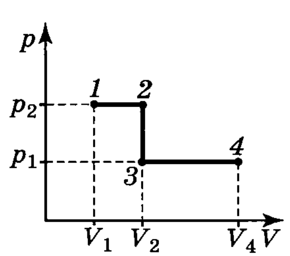


Рис. 40

Как мы знаем, работа численно равна площади под кривой *1—2—3—4*:

$$A = p_2 (V_2 - V_1) + p_1 (V_4 - V_2) = 2p_1 (2V_1 - V_1) + p_1(4V_1 - 2V_1) = 4p_1V_1.$$

Согласно уравнению Менделеева — Клапейрона $pV = \nu RT$, где ν — количество вещества (в моль). В данном случае $\nu = 1$, поэтому $p_1V_1 = RT_1$. Следовательно, $A = 4RT_1$.

Ответ: $4RT_1$.

Задача 402.

Дано:
T_1
T_3
$T_2 = T_4$
A — ?

Решение:

Как мы знаем, работа численно равна площади прямоугольника *1—2—3—4*:

$$A = (p_2 - p_1)(V_4 - V_1). \qquad (1)$$

Очевидно, что для процессов *1—2* и *3—4* согласно закону Шарля имеем $\dfrac{p_2}{p_1} = \dfrac{T_2}{T_1}$; $\dfrac{p_3}{p_4} = \dfrac{T_3}{T_4} = \dfrac{T_3}{T_2}$, так как по усло1вию задачи $T_2 = T_4$.

Для процессов *2—3* и *4—1*

$\dfrac{V_4}{V_1} = \dfrac{T_2}{T_1}$; $\dfrac{V_3}{V_2} = \dfrac{T_3}{T_2} = \dfrac{T_2}{T_1}$. Так как $\dfrac{V_4}{V_1} = \dfrac{V_3}{V_2}$, то из последних уравнений следует, что $T_2 = \sqrt{T_1T_3}$.

Перепишем уравнение (1) в виде

$$A = p_1V_1\left(\frac{p_2}{p_1} - 1\right)\left(\frac{V_4}{V_1} - 1\right). \qquad (2)$$

Подставив найденные выражения для отношений давлений и объёмов в уравнение (2), получим

$$A = RT_1\left(\frac{T_2}{T_1} - 1\right)\left(\frac{T_3}{T_2} - 1\right) =$$

$$= R\left(T_3 + T_1 - \frac{T_3T_1}{T_2} - T_2\right) = R\,(T_3 + T_1 - 2\sqrt{T_3T_1}).$$

Ответ: $R\,(T_3 + T_1 - 2\sqrt{T_3T_1})$.

Задача 409.

Дано:
$v_1 = 10$ м/с
$v_2 = 20$ м/с
ΔT — ?

Решение:

По закону сохранения импульса для шариков (рис. 41) запишем

$$m_2v_2 - m_1v_1 = (m_1 + m_2)\,u.$$

Так как массы шариков равны, то

$$u = \frac{v_2 - v_1}{2}.$$

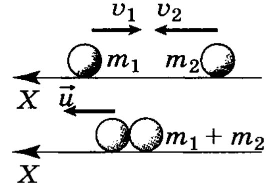


Рис. 41

Изменение механической энергии, равное по модулю выделившемуся при ударе количеству теплоты, определим из выражения $\Delta W = \dfrac{m}{2}(v_1^2 + v_2^2) - 2\dfrac{mu^2}{2}$.

На нагревание шариков идёт половина этой энергии:

$$Q = 0{,}5\left(\frac{m}{2}(v_1^2 + v_2^2) - 2\frac{mu^2}{2}\right) = 0{,}25m\left(v_1^2 + v_2^2 - 2\frac{(v_2 - v_1)^2}{4}\right) =$$
$$= 0{,}125m(v_2 + v_1)^2.$$

Количество теплоты, необходимой для нагревания шариков на Δt, $Q = cm\Delta T$.

Приравняв правые части уравнений, для изменения температуры шариков получим $\Delta T = \dfrac{0{,}125m(v_2 + v_1)^2}{cm}$.

Теплоёмкость железа найдём в таблице: $c = 460\ \dfrac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}}$.

В результате получим $\Delta T = \dfrac{0{,}125(20 + 10)^2}{460}$ (К) $\approx$ 0,25 К.

Ответ: $\approx$0,25 К.

Задача 410.

Дано:
$t_1 = 100$ °C
$m_1 = 1$ кг
$t_2 = 20$ °C
$t_3 = 80$ °C
m_2 — ?

Решение:

Вода в сосуде нагревается за счёт тепла, выделяющегося при конденсации пара. Полученное водой количество теплоты

$$Q_{\text{пол}} = c_{\text{в}}m_1\,(t_3 - t_2).$$

Пар отдаёт тепло при конденсации, и полученная из него вода остывает до температуры 80 °C.

Запишем выражение для отданного паром количества теплоты:

$$|\,Q_{\text{отд}}\,| = rm_2 + c_{\text{в}}m_2\,(t_1 - t_3).$$

Так как предполагается, что теплопотерь нет и всё тепло, полученное от пара, передаётся воде, то согласно уравнению теплового баланса имеем

$$Q_{\text{пол}} + Q_{\text{отд}} = 0 \quad \text{или} \quad Q_{\text{пол}} = |\,Q_{\text{отд}}\,|.$$
$$c_{\text{в}}m_1\,(t_3 - t_2) = rm_2 + c_{\text{в}}m_2\,(t_1 - t_3).$$

Для m_2 получим выражение

$$m_2 = \frac{c_{\text{в}}m_1(t_3 - t_2)}{r + c_{\text{в}}(t_1 - t_3)} = \frac{4{,}2\cdot 10^3\cdot 1\cdot(80 - 20)}{2{,}26\cdot 10^6 + 4{,}2\cdot 10^3\cdot(100 - 80)}\ (\text{кг}) \approx 0{,}110\ \text{кг}.$$

Ответ: $\approx$ 0,110 кг.

Задача 419.

Дано:
$t_1 = -2$ °C
$m_1 = 100$ г
$m_2 = 130$ г
$t_2 = 800$ °C
$c_{\text{ж}} = 450\ \dfrac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}}$
$c_{\text{л}} = 2{,}1\cdot 10^3\ \dfrac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}}$
$t_{\text{к}}$ — ?

Решение:

Лёд сначала нагревается до температуры плавления, затем тает, и получившаяся из него вода нагревается. Полученное льдом количество теплоты

$$Q_{\text{пол}} = c_{\text{л}}m_1\,(0° - t_1) + \lambda m_1 + c_{\text{в}}m_1\,(t_{\text{к}} - 0°).$$

Количество теплоты, которую отдаёт шарик при остывании до конечной температуры,

$$|\,Q_{\text{отд}}\,| = c_{\text{ж}}m_2\,(t_2 - t_{\text{к}}).$$

Так как лёд и шарик находятся в калориметре, то всё тепло, полученное от шарика, передаётся льду. Согласно уравнению теплового баланса имеем

$$Q_{пол} + Q_{отд} = 0 \text{ или } Q_{пол} = |Q_{отд}|.$$

$$c_л m_1 (0° - t_1) + \lambda m_1 + c_в m_1 (t_к - 0°) = c_ж m_2 (t_2 - t_к).$$

Установившаяся в калориметре температура

$$t_к = \frac{c_ж m_2 t_2 - c_л m_1 (0° - t_1) - \lambda m_1}{c_в m_1 + c_ж m_2} =$$

$$= \frac{450 \cdot 0{,}13 \cdot 800 - 2{,}1 \cdot 10^3 \cdot 0{,}1(0° - (-2°)) - 3{,}33 \cdot 10^5 \cdot 0{,}1}{4{,}2 \cdot 10^3 \cdot 0{,}1 + 450 \cdot 0{,}13} (°C) \approx 30 \text{ °C}.$$

Ответ: ≈30 °C.

Задача 420.

Дано:
$\frac{\Delta W}{\Delta t} = 1{,}13 \frac{кДж}{с}$
$S = 1$ см^2
$\rho = 1$ кг/м^3

v — ?

Решение:

Масса пара, прошедшего через носик чайника за 1 с, $\frac{\Delta m}{\Delta t} = \rho v S$.

Массу образовавшегося пара за 1 с можно определить из выражения $\frac{\Delta W}{\Delta t} = r\frac{\Delta m}{\Delta t}$.

Таким образом, $\frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{1}{r}\frac{\Delta W}{\Delta t}$. В результате $\frac{1}{r}\frac{\Delta W}{\Delta t} = \rho v S$ и

$$v = \frac{1}{\rho S r}\frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{1}{1 \cdot 10^{-4} \cdot 2{,}26 \cdot 10^6} \cdot 1{,}13 \cdot 10^3 \left(\frac{м}{с}\right) = 5 \ \frac{м}{с}.$$

Ответ: 5 м/с.

Задача 421.

Дано:
$m = 500$ г $= 0{,}5$ кг
$t_1 = 20$ °C
$m_1 = 20$ г $= 0{,}02$ кг
$\tau = 1$ мин
$m_2 = 4$ г $= 0{,}004$ кг
$\eta = 60\%$
$q = 2{,}93 \cdot 10^7$ Дж/кг

$\Delta\tau$ — ?

Решение:

Тепло, получаемое от сгорающего спирта, идёт на нагревание воды до температуры кипения, а затем на её испарение:

$$Q = q m_с = c_в m (100° - t_1) + r m_1.$$

$m_с$ — масса сгоревшего спирта,

$$m_с = \frac{m_2}{\tau}\Delta\tau.$$

Таким образом, искомое время

$$\Delta\tau = \frac{c_в m(100° - t_1) + r m_1}{\frac{\eta}{100} q \frac{m_2}{\tau}} =$$

$$= \frac{4{,}2 \cdot 10^3 \cdot 0{,}5 \cdot (100° - 20°) + 2{,}26 \cdot 10^6 \cdot 0{,}02}{0{,}6 \cdot 2{,}93 \cdot 10^7 \cdot \frac{0{,}004}{1}} (с) \approx 3 \text{ мин}.$$

Ответ: ≈3 мин.

Задача 432.

Дано:	Решение:
$V_2 = 2V_1$ $p_2 = 2p_1$	Согласно первому закону термодинамики количество теплоты, сообщённой системе, равно изменению внутренней энергии плюс совершённой системой работе: $Q = \Delta U + A'$.
$\dfrac{Q_1}{Q_2}$ — ?	

Изменение внутренней энергии при переходе газа из состояния *1* в состояние *2* одинаково, так как это изменение внутренней энергии, оно не зависит от способа перехода газа из одного состояния в другое, а зависит только от начального и конечного состояния системы. Работа газа при переходе через состояние *3*

$$A_1 = p_2 (V_2 - V_1) = 2p_1 (2V_1 - V_1) = 2p_1V_1.$$

Работа газа при переходе через состояние *4*

$$A_2 = p_1 (V_2 - V_1) = p_1 (2V_1 - V_1) = p_1V_1.$$

Изменение внутренней энергии газа определим выражением

$$\Delta U = \frac{3}{2}\frac{m}{M}RT_2 - \frac{3}{2}\frac{m}{M}RT_1 = \frac{3}{2}(p_2V_2 - p_1V_1) = \frac{9}{2}p_1V_1.$$

Таким образом, $Q_1 = \dfrac{13}{2}p_1V_1$, а $Q_2 = \dfrac{11}{2}p_1V_1$.

Тогда $\dfrac{Q_1}{Q_2} = \dfrac{13}{11}$.

Ответ: $\dfrac{13}{11}$.

Задача 439.

Дано:	Решение:
$\nu = 4$ моль $p_1 = 1$ атм $= 10^5$ Па $V_1 = 1$ л $= 10^{-3}$ м^3 $A_{23} = 330$ Дж	Коэффициент полезного действия равен отношению работы, совершённой за цикл, к количеству теплоты, отданной нагревателем рабочему телу: $\eta = \dfrac{A}{Q_1}100\%$.
η — ?	

Работа, совершённая газом, равна работе при изотермическом процессе *2—3* минус модуль работы газа при изобарном процессе *3—1*:

$$A = A_{2-3} - |A_{3-1}| = A_{2-3} - p_1 (V_3 - V_1) =$$
$$= A_{2-3} - p_1 (3V_1 - V_1) = A_{2-3} - p_1 2V_1.$$

Газ получает тепло при изотермическом и изохорном процессах:

$$Q = A_{2-3} + (U_2 - U_1) = A_{2-3} + \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1) =$$
$$= A_{2-3} + \frac{3}{2}(p_2V_1 - p_1V_1) = A_{2-3} + \frac{3}{2}2p_1V_1 = A_{2-3} + 3p_1V_1.$$

Таким образом,

$$\eta = \frac{A_{2-3} - p_1 2V_1}{A_{2-3} + 3p_1V_1}\cdot 100 = \frac{330 - 10^5\cdot 2\cdot 10^{-3}}{330 + 10^5\cdot 3\cdot 10^{-3}}\cdot 100\,(\%) \approx 21\%.$$

Ответ: $\approx 21\%$.

Задача 442.

Дано:
$T_1 = 400$ К
$T_2 = 300$ К
$\dfrac{\Delta m}{\Delta t} = 10^{-3}$ кг/с
$q = 4 \cdot 10^7$ Дж/кг

N — ?

Решение:

Коэффициент полезного действия идеальной тепловой машины равен отношению работы, совершённой за цикл, к количеству теплоты, отданной нагревателем рабочему телу, или отношению разности температур нагревателя и холодильника к температуре нагревателя:

$$\eta = \frac{A}{Q_1} 100\% = \frac{T_1 - T_2}{T_1} 100\%. \qquad (1)$$

Количество теплоты, получаемой от нагревателя за единицу времени, равно $q = \dfrac{\Delta m}{\Delta t}$.

Работа, совершённая за единицу времени, — это искомая мощность двигателя N.

Тогда, как следует из формулы (1), $\eta = \dfrac{N}{q\dfrac{\Delta m}{\Delta t}} = \dfrac{T_1 - T_2}{T_1}$ и соответственно мощность $N = q\dfrac{\Delta m}{\Delta t}\dfrac{T_1 - T_2}{T_1} = 4 \cdot 10^7 \cdot 10^{-3} \cdot \dfrac{400 - 300}{400}$ (Вт) $=$ $= 10^4$ Вт $= 10$ кВт.

Ответ: 10 кВт.

ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ

Задача 454.

Дано:
q_1
q_2
$\dfrac{l_1}{l_2} = \dfrac{1}{3}$

$\dfrac{q_1}{q_2}$ – ?

Решение:

На заряды действует кулоновская сила отталкивания (рис. 42)

$$F_{12} = F_{21} = k\frac{q_1 q_2}{l^2}.$$

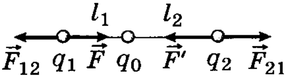


Рис. 42

Для равновесия зарядов необходимо, чтобы на каждый из них действовала дополнительная сила, равная по модулю и противоположная по направлению силе $\vec{F}_{12}$ или соответственно силе $\vec{F}_{21}$. Для этого между ними помещают заряд q_0 противоположного знака на расстояниях l_1 от первого заряда и l_2 от второго. Модули сил $\vec{F}$ и $\vec{F}'$ взаимодействия зарядов q_1 и q_2 с зарядом q_0 должны быть равны F_{12}.

Условия равновесия зарядов имеют вид

$$k\frac{q_1 q_2}{l^2} = k\frac{q_1 q_0}{l_1^2}; \quad k\frac{q_1 q_2}{l^2} = k\frac{q_2 q_0}{l_2^2}.$$

Так как по условию задачи $l_2 = 3l_1$, то из последних уравнений следует, что $q_2 = 9q_1$, т. е. $\frac{q_1}{q_2} = \frac{1}{9}$.

Ответ: 1/9.

Задача 459.

Дано:
$q = 2 \cdot 10^{-7}$ Кл
$l = 20$ см $= 0{,}2$ м
$\Delta l = 0{,}5$ см $=$
$= 5 \cdot 10^{-3}$ м

k — ?

Решение:

На каждый из шариков действуют две кулоновские силы отталкивания (рис. 43) и две силы натяжения растянутых пружин, к которым прикреплён данный шарик. Силы кулоновского взаимодействия шариков равны

$$F_{21} = F_{23} = k_э \frac{q^2}{l^2}.$$

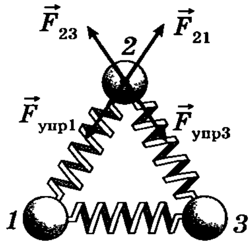


Рис. 43

Сила натяжения пружин равна

$$F_{упр1} = F_{упр3} = k\Delta l.$$

Условие равновесия шарика: векторная сумма сил, действующих на него, должна быть равна нулю.

Из рисунка следует, что

$$F_{21} = F_{23} = F_{упр1} = F_{упр3}, \quad \text{или} \quad k_э \frac{q^2}{l^2} = k\Delta l.$$

В результате $k = k_э \frac{q^2}{\Delta l l^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{(2 \cdot 10^{-7})^2}{5 \cdot 10^{-3} \cdot (0{,}2)^2}$ (Н/м) $= 1{,}8$ Н/м.

Ответ: 1,8 Н/м.

Задача 460.

Дано:
$m = 10$ г $= 0{,}01$ кг
$L = 2l$
$q = 5 \cdot 10^{-7}$ Кл
$l = 10$ см $= 0{,}1$ м
$a = g$

T_2 — ?

Решение:

На каждый из шариков действуют кулоновская сила $\vec{F}_к$ отталкивания (рис. 44), две силы $\vec{T}_1$ и $\vec{T}_2$ натяжения нитей и сила тяжести $m\vec{g}$.

Согласно второму закону Ньютона для одного из шариков запишем

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{F}_к + \vec{T}_1 + \vec{T}_2. \quad (1)$$

В проекциях на оси X и Y имеем:

на ось Y: $\quad ma = T_1 \cos 30° - mg; \quad (2)$

на ось X: $\quad 0 = F_К - T_2 - T_1 \sin 30°. \quad (3)$

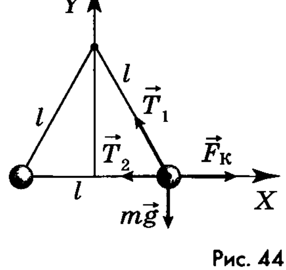


Рис. 44

Так как $a = g$, то из уравнения (2) найдём выражение для силы T_1:

$$T_1 = \frac{2mg}{\cos 30°}.$$

Подставим его в уравнение (3) и получим

$$T_2 = F_К - T_1 \sin 30° = k\frac{q^2}{l^2} 2mg \operatorname{tg} 30° =$$

$$= 9\cdot 10^9 \frac{(5\cdot 10^{-7})^2}{0{,}01} - 2\cdot 0{,}01\cdot 9{,}8\cdot 0{,}577 \text{ (Н)} \approx 0{,}11 \text{ Н}.$$

Ответ: ≈0,11 Н.

Задача 466.

Дано:
$m = 5$ г $= 5 \cdot 10^{-3}$ кг
$E = 2{,}83 \cdot 10^5$ В/м
$q = 10^{-7}$ Кл
φ — ?

Решение:

На шарик действуют сила тяжести $m\vec{g}$, сила натяжения $\vec{T}$ нити и электростатическая сила $\vec{F}_э$ (рис. 45).

Запишем условие равновесия шарика:

$$0 = m\vec{g} + \vec{T} + \vec{F}_э. \qquad (1)$$

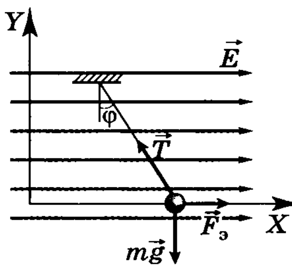


Рис. 45

В проекциях на оси X и Y имеем:

на ось X: $\quad 0 = F_э - T \sin \varphi; \qquad (2)$

на ось Y: $\quad 0 = T \cos \varphi - mg. \qquad (3)$

Электростатическая сила $F_э = qE$.

Выразив силу натяжения из уравнения (2) и подставив в уравнение (3), получим выражение для определения угла φ:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{qE}{mg} = \frac{10^{\ 7}\cdot 2{,}83\cdot 10^5}{5\cdot 10^{-3}\cdot 9{,}8} = 0{,}578. \ \varphi = 30°.$$

Ответ: 30°.

Задача 469.

Дано:
$\varphi = 60°$
$v_1 = 2v_0$
α — ?

Решение:

При включении поля на заряд подействовал импульс силы, равный $qE\Delta t$.

По оси Y скорость не изменяется, а по оси X изменение импульса частицы равно импульсу подействовавшей на него силы: $mv_x = qE\Delta t$.

Таким образом, как следует из рисунка 46, *а*,

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{qE\Delta t}{mv_0}. \qquad (1)$$

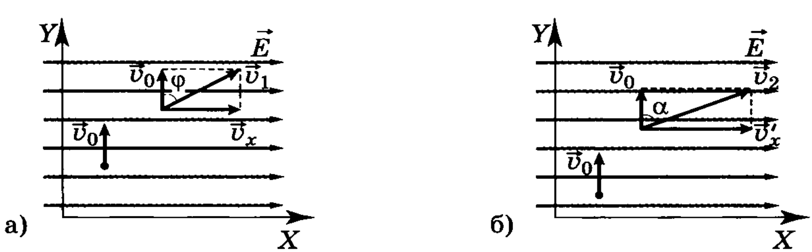


Рис. 46

При увеличении заряда его скорость по оси X будет $v_x' = \dfrac{2qE\Delta t}{m}$.

Тангенс искомого угла, как следует из рисунка 46, *б*,

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{2qE\Delta t}{mv_0}. \qquad (2)$$

Из выражений (1) и (2) следует $\operatorname{tg} \alpha = 2 \operatorname{tg} \varphi$, отсюда $\alpha \approx 74°$.
Ответ: $\approx 74°$.

Задача 476.

Дано:	Решение:
$q_1 = 4 \cdot 10^{-7}$ Кл $q_2 = -4 \cdot 10^{-7}$ Кл $R_1 = 4$ см $R_2 = 8$ см $R_3 = 10$ см $r_A = 2$ см $r_B = 5$ см $r_C = 9$ см $r_D = 12$ см	Силовые линии электрического поля начинаются на положительных зарядах и заканчиваются на отрицательных (рис. 47). Так как заряды сферы и оболочки равны, то силовые линии, начинающиеся на сфере, заканчиваются на внутренней поверхности оболочки. Внутри проводника напряжённость электрического поля равна нулю. Следовательно, $E_A = E_C = 0$.
E_A, E_B, E_C, E_D — ?	В точке D напряжённость также равна нулю по соображениям, высказанным выше. Также в этом можно убедиться с помощью принципа суперпозиции.

Поле сферы аналогично полю точечного заряда, при этом отсчёт расстояния всегда ведётся от центра сферы. Точка D находится от центра сферы и сферической оболочки на одном расстоянии, так как эти центры совпадают. Заряды сфер равны по модулю и противоположны по знаку, следовательно,

$$E_D = k\frac{q}{r_D^2} - k\frac{q}{r_D^2} = 0.$$

Напряжённость поля в точке B

$$E_B = k\frac{q}{r_B^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{4 \cdot 10^{-7}}{(5 \cdot 10^{-2})^2} \text{ (В/м)} = 1{,}44 \cdot 10^6 \text{ В/м}.$$

Ответ: 0; $1{,}44 \cdot 10^6$ В/м; 0; 0.

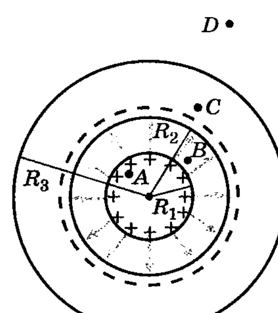


Рис. 47

Задача 486.

Дано:	Решение:
$m = 10^{-15}$ кг $q = 10^{-11}$ Кл $\varphi_1 = 10$ В $v_1 = 100$ м/с $v_2 = 200$ м/с	Электростатическое поле потенциально, поэтому сумма кинетической энергии и потенциальной энергии заряда в электростатическом поле остаётся постоянной: $\dfrac{mv_1^2}{2} + q\varphi_1 = \dfrac{mv_2^2}{2} + q\varphi_2$.
φ_2 — ?	

Отсюда
$$\varphi_2 = \frac{\frac{mv_1^2}{2} - \frac{mv_2^2}{2} + q\varphi_1}{q} = \frac{m(v_1^2 - v_2^2)}{2q} + \varphi_1 =$$
$$= \frac{10^{-15} \cdot (100^2 - 200^2)}{2 \cdot 10^{-11}} + 10 \text{ (В)} = 8{,}5 \text{ В}.$$

Ответ: 8,5 В.

Задача 490.

Дано:
$U = 1200$ В
$l = 5$ см $= 0{,}05$ м
$d = 0{,}5$ см $= 5 \cdot 10^{-3}$ м
U_0 — ?

Решение:

Для того чтобы вылетела половина потока электронов, необходимо, чтобы электрон, летящий посередине между пластинами, попал на край пластины (рис. 48). Тогда все электроны, летящие ниже его, вылетят из пространства между пластинами. И это как раз будет половина потока.

На электрон, влетевший в пространство между пластинами, действует электростатическая сила, равная $F_э = q_e E = q_e \dfrac{U_0}{d}$.

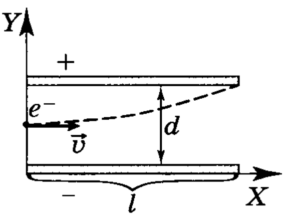


Рис. 48

Согласно второму закону Ньютона запишем
$$m_e \vec{a} = \vec{F}_э. \qquad (1)$$

По оси X электрон движется равномерно (пренебрегаем силой тяжести, так как масса электрона мала и сила тяжести много меньше электростатической силы, действующей на электрон).

Изменение кинетической энергии электрона, влетевшего в ускоряющее поле, равно работе поля: $\dfrac{m_e v^2}{2} = |q_e| U$, где v — скорость электрона, с которой он влетает в пространство между пластинами.

Отсюда $v^2 = \dfrac{2|q_e|U}{m_e}$.

По оси Y электрон движется с ускорением, определяемым из формулы (1): $a = \dfrac{q_e U_0}{m_e d}$.

Запишем уравнения движения электрона по осям X и Y:
$$x = vt; \quad y = \frac{at^2}{2}.$$

По горизонтальной оси электрон пролетает, до того как он осядет на краю пластины, расстояние l. За это же время он смещается по вертикали на расстояние $\dfrac{d}{2}$.

Подставим эти значения в уравнения движения: $l = vt$; $\dfrac{d}{2} = \dfrac{at^2}{2}$.

Выразим время полёта из первого уравнения и подставим во второе, а затем подставим в него найденные выражения для ускорения и скорости: $d = a\left(\frac{l}{v}\right)^2 = \frac{q_e U l^2}{m_e d \frac{2q_e U_0}{m_e}} = \frac{Ul^2}{2dU_0}$.

Тогда $U_0 = 2U\left(\frac{d}{l}\right)^2 = 2400 \cdot \left(\frac{5 \cdot 10^{-3}}{5 \cdot 10^{-2}}\right)^2$ (В) = 24 В.

Ответ: 24 В.

Задача 493.

Дано:
$\alpha = 60°$
$l = 10$ см
$\varphi_A - \varphi_B =$
$= 8$ В

E — ?

Решение:

Эквипотенциальные поверхности однородного поля изображены пунктиром на рисунке 49.

Потенциал в точке B равен потенциалу в точке D.

Напряжённость электрического поля равна отношению разности потенциалов $\varphi_A - \varphi_D$ к расстоянию $d = l\cos\alpha$ между эквипотенциальными поверхностями.

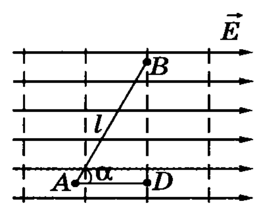


Рис. 49

Таким образом,

$$E = \frac{\varphi_A - \varphi_B}{l\cos\alpha} = \frac{8}{0{,}1 \cdot 0{,}5}\left(\frac{\text{В}}{\text{м}}\right) = 160\ \frac{\text{В}}{\text{м}}.$$

Ответ: 160 В/м.

Задача 504.

Дано:
$C = 100$ пФ
$q = 10^{7}$ Кл
$q_e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл
$m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг

$F\Delta t$ — ?

Решение:

Импульс силы, подействовавшей на пластинку, равен изменению импульса электрона: $F\Delta t = m_e v$.

Электрон ускоряется полем заряженного конденсатора. Согласно теореме об изменении кинетической энергии для электрона:

$$\frac{m_e v^2}{2} = q_e U. \qquad (1)$$

Разность потенциалов между пластинами: $U = \frac{q}{C}$.

Подставив последнее выражение в уравнение (1), получим для скорости выражение $v = \sqrt{\frac{2q_e U}{m_e}}$.

Искомый импульс силы

$$F\Delta t = m_e\sqrt{\frac{2q_e U}{m_e}} = \sqrt{\frac{m_e 2 q_e q}{C}} =$$

$$= \sqrt{\frac{9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{7}}{100 \cdot 10^{-12}}}\ (\text{Н} \cdot \text{с}) \approx 1{,}7 \cdot 10^{-23}\ \text{Н} \cdot \text{с}.$$

Ответ: $\approx 1{,}7 \cdot 10^{-23}$ Н · с.

Задача 528.

Дано:	Решение:
$R_1 = 2$ Ом $R_2 = 1$ Ом	
$R_{об1}$, $R_{об2}$ — ?	

В случае а) цепь симметрична, следовательно, потенциалы точек C и D равны, поэтому ток через средний резистор *3* не идёт. При равенстве потенциалов точек, между которыми находится проводник, можно поступить двумя способами: 1) отсоединить проводник (рис. 50, *а*) от этих точек цепи, так как он не играет никакой роли в распределении токов, идущих по цепи; 2) соединить точки C и D (рис. 50, *б*).

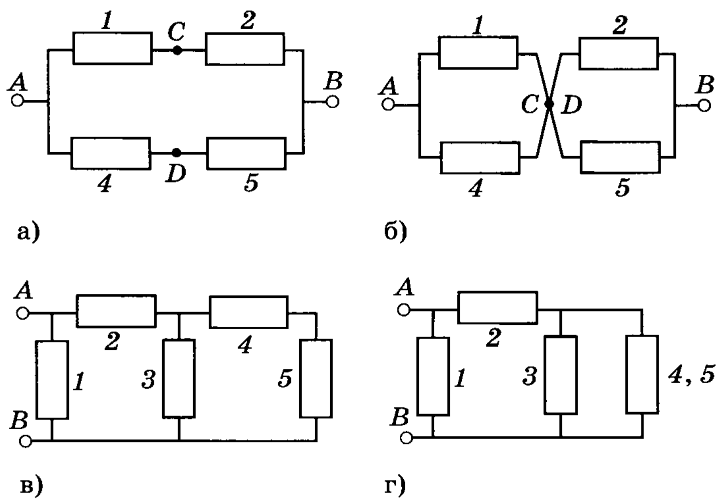


Рис. 50

В первом случае проводники *1* и *2*, а также *4* и *5* соединены последовательно и $R_{12} = R_{45} = 3$ Ом.

Резисторы с эквивалентными сопротивлениями R_{12} и R_{45} соединены параллельно, и сопротивление между точками A и B равно $R_{об1} = 1{,}5$ Ом.

Во втором случае резисторы *1* и *4*, а также *2* и *5* соединены параллельно и $R_{14} = 1$ Ом, $R_{25} = 0{,}5$ Ом.

Резисторы с эквивалентными сопротивлениями R_{14} и R_{25} соединены последовательно, следовательно, $R_{об1} = 1{,}5$ Ом.

В случае б) (рис. 50, *в*) резисторы *4* и *5* соединены последовательно, тогда $R_{45} = 2$ Ом.

Резистор с эквивалентным сопротивлением R_{45} параллельно соединён с резистором *3* (рис. 50, *г*), и их общее сопротивление равно $R_{345} = 1$ Ом.

Резистор с эквивалентным сопротивлением R_{345} последовательно соединён с резистором *2*, их общее сопротивление равно $R_{2345} = 2$ Ом.

Резистор с эквивалентным сопротивлением R_{2345} параллельно соединён с резистором *1*. Следовательно, $R_{об2} = 1$ Ом.

Ответ: 1,5 Ом; 1 Ом.

Задача 534.

Дано:
$U = 12$ В
$t_1 = 20$ °C
$t_2 = 100$ °C
$\tau = 5$ мин
$k = 60\%$
$m = 200$ г $= 0{,}2$ кг

I — ?

Решение:

Согласно закону Джоуля — Ленца количество теплоты, выделяемой в кипятильнике, $Q = IU\tau$.

С одной стороны, количество теплоты, идущей на нагревание воды, можно определить выражением $Q_{\text{пол}} = \dfrac{kIU\tau}{100\%}$.

С другой стороны, это количество теплоты $Q_{\text{пол}} = cm\,(t_2 - t_1)$.

Приравнивая правые части двух последних уравнений, получим

$$\frac{kIU\tau}{100\%} = cm(t_2 - t_1).$$

Искомая сила тока

$$I = \frac{cm(t_2 - t_1)100\%}{kU\tau} = \frac{4{,}2 \cdot 10^3 \cdot 0{,}2 \cdot 80 \cdot 100\%}{60\% \cdot 12 \cdot 300}\ (\text{А}) = 31\ \text{А}.$$

Ответ: 31 А.

Задача 543.

Дано:
$C = 1$ мкФ
$\mathcal{E} = 4$ В
$r = 2$ Ом
$R = 14$ Ом

q — ?

Решение:

Ток через участок цепи, содержащий конденсатор, не идёт. Поэтому разность потенциалов на концах этого участка равна разности потенциалов между обкладками конденсатора.

Заряд на обкладках конденсатора $q = CU$, где U — разность потенциалов на этом участке, равная падению напряжения на резисторе R.

Падение напряжения согласно закону Ома для участка цепи $U = IR$.

Сила тока согласно закону Ома для полной цепи $I = \dfrac{\mathcal{E}}{R + r}$.

В результате $q = \dfrac{\mathcal{E}RC}{R + r} = \dfrac{4 \cdot 14 \cdot 10^{-6}}{14 + 2}$ (Кл) $= 3{,}5 \cdot 10^{-6}$ Кл.

Ответ: $3{,}5 \cdot 10\ ^{6}$ Кл.

Задача 558.

Дано:
$N_1 = 1$ Вт
$N_2 = 1{,}44$ Вт

η — ?

Решение:

КПД источника равен отношению полезной мощности к полной или отношению внешнего сопротивления к полному сопротивлению цепи, умноженному на 100%:

$$\eta = \frac{I^2 R}{I^2 (R + r)} \cdot 100\% = \frac{1}{1 + \frac{r}{R}} \cdot 100\%. \qquad (1)$$

Для определения КПД надо найти отношение внутреннего сопротивления к внешнему.

Мощность, выделяемую в нагрузке, можно определить выражением

$$N_1 = \frac{\mathscr{E}^2}{(R+r)^2}R. \qquad (2)$$

При подключении нагрузки к двум аккумуляторам мощность равна

$$N_2 = \frac{4\mathscr{E}^2}{(R+2r)^2}R. \qquad (3)$$

Из формул (2) и (3) получим $\frac{N_2}{N_1} = 4\left(\frac{R+r}{R+2r}\right)^2 = 4\left(\frac{1+\frac{r}{R}}{1+\frac{2r}{R}}\right)^2 =$ $= 1{,}44$, отсюда $\frac{1+\frac{r}{R}}{1+\frac{2r}{R}} = 0{,}6$, тогда $\frac{r}{R} = 2$.

Подставив это значение в формулу (1), получим $\eta = \frac{1}{3}\cdot 100\%$.

Ответ: $\frac{100\%}{3}$.

Задача 561.

Дано:	Решение:
$d = 3{,}2$ мм $= 3{,}2\cdot 10^{-3}$ м $I = 5$ А $t = 20$ °C $n = 1{,}08\cdot 10^{26}$ м ^{3}	Сила тока, идущего по проводнику, $I = nqv_н S$, где n — концентрация носителей тока, в данном случае электронов; q — заряд электрона; $v_н$ — скорость направленного движения электронов; S — площадь поперечного сечения проводника.
$v_н$, $\bar{v}_{кв}$ — ?	

Отсюда

$$v_н = \frac{I}{nqS} = \frac{I}{nq\frac{\pi d^2}{4}} = \frac{5}{1{,}08\cdot 10^{26}\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot\frac{3{,}14\cdot(3{,}2)^2\cdot 10^{-6}}{4}}\ (\text{м/с}) = $$
$$= 0{,}036 \text{ м/с}.$$

Среднюю квадратичную скорость теплового движения электронов вычисляем по формуле для расчёта средней квадратичной скорости теплового движения молекул

$$\bar{v}_{кв} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3\cdot 1{,}38\cdot 10^{-23}\cdot 293}{9{,}1\cdot 10^{-31}}}\ (\text{м/с}) = 1{,}15\cdot 10^5 \text{ м/с}.$$

Расчёт показывает, что средняя квадратичная скорость теплового движения электронов много больше скорости их направленного движения.

Ответ: 0,036 м/с; $1{,}15\cdot 10^5$ м/с.

Задача 568.

Дано:	Решение:
$n = 3\cdot 10^{17}$ м$^{-3}$ $\rho = 2{,}4\cdot 10^3$ кг/м^3 $t = 20$ °C	Число электронов в атоме кремния равно 14 (см. периодическую таблицу элементов).
k — ?	

Число атомов в м^3: $n_0 = \frac{\rho}{M} N_A$, где M — молярная масса; N_A — число Авогадро.

Число электронов в м^3: $N_0 = 14\frac{\rho}{M} N_A$.

Тогда $k = \frac{n}{N_0} = \frac{nM}{14\rho N_A} = \frac{3\cdot 10^{17}\cdot 0{,}028}{14\cdot 2{,}4\cdot 10^3\cdot 6{,}02\cdot 10^{23}} = 4{,}2\cdot 10^{-13}$.

Ответ: 4,2 · 10 ^{13}.

Задача 580.

Дано:
$V = 2{,}5$ л $= 2{,}5\cdot 10^{-3}$ м^3
$p = 10^5$ Па
$t = 25$ °C
$U = 5$ В
$\eta = 75\%$
W — ?

Решение:

Затраченная энергия равна энергии, израсходованной на электролиз, делённой на КПД установки:

$$W_з = \frac{W_{пол}}{\eta}\cdot 100\%. \qquad (1)$$

Энергия, затраченная на электролиз,

$$W_{пол} = qU. \qquad (2)$$

Согласно закону Фарадея

$$m = \frac{1}{F}\frac{A}{n}q. \qquad (3)$$

Массу выделившегося в результате электролиза водорода согласно уравнению Менделеева — Клапейрона определим из формулы

$$m = \frac{pVM}{RT}. \qquad (4)$$

Из выражений (2), (3) и (4) получаем $W_{пол} = \frac{pVMFnU}{ART}$.

В результате $W_з = \frac{\frac{pVMFnV}{ART}}{\eta}\cdot 100\% = \frac{pVMFnU}{ART\eta}\cdot 100\% =$

$= \frac{10^5\cdot 2{,}5\cdot 10^{\ 3}\cdot 2\cdot 9{,}65\cdot 10^4\cdot 1\cdot 5}{1\cdot 8{,}31\cdot 298\cdot 75\%}\cdot 100\%$ (Дж) ≈ 140 кДж.

Ответ: $\approx$140 кДж.

Задача 584.

Дано:
$L = 5$ см
$S = 100$ см^2
$n = 10^9$ с$^{-1}$ · см$^{-3}$
$I_н$ — ?

Решение:

Сила тока зависит от подаваемого напряжения.

Ток достигает насыщения, когда все образовавшиеся ионы достигают электродов.

Следовательно, сила тока насыщения определяется общим числом образовавшихся пар ионов в одну секунду:

$I_н = nq_eSL = 10^9\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 100\cdot 5$ (А) $= 8\cdot 10^{-8}$ А $= 80$ нА.

Ответ: 80 нА.

Содержание